DELL'

ORIGINE, PROGRESSI

E STATO ATTUALE

DI OGNI LETTERATURA

DELL' ABATE

GIOVANNI ANDRÉS

NUOVA EDIZIONE

TOMO IV. P. I.

VENEZIA
GIUSEPPE ANTONELLI EDITORE
Tipografo premiato della Medaglia d'oro.
1832.

40 *Greci aritmetici.* . . . » 66
41 *Euclide* . . . . . . » 67
42 *Nicomaco* . . . . . » 69
43 *Diofanto* . . . . . » 70
44 *Aritmetica dei Latini.* » 71
45 *Aritmetica degli Arabi.* » 72
46 *Cifre numerali venuteci dagli Arabi* . . . . » 73
47 *Non dei Romani* . . » 74
48 *Se Gerberto le conobbe.* » 77
49 *Epoca dell' introduzione di tali cifre presso gli Arabi* . . . . . . » 81
50 *Propagazione delle cifre arabiche* . . . . » 83
51 *Greci moderni scrittori d' aritmetica.* . . . » 85
52 *Quadrati magici* . . » 86
53 *Aritmetici latini* . . » 90
54 *Gerberto* . . . . . » ivi
55 *Leonardo pisano* . . » 91
56 *Giordano Nemorario* . » 92
57 *Giovanni di Sacrobosco.* » ivi
58 *Paolo dell' Abaco* . . » 93
59 *Luca Pacioli.* . . . » ivi
60 *Altri scrittori di aritmetica* . . . . . . » 94
61 *Invenzione dei logaritmi* » 95
62 *Logaritmi delle quantità negative* . . . . » 99
63 *Altri autori di tavole logaritmiche.* . . . » 100
64 *Aritmetica istrumentale.* » 102
65 *Pascal.* . . . . . » 104
66 *Fermat.* . . . . . » ivi
67 *Frenicle* . . . . . » 105
68 *Aritmetica quadernaria.* » 106
69 *Aritmetica degli infiniti del Wallis* . . . . . » 109
70 *Aritmetica universale del Newton.* . . . . » 110
71 *Usi diversi dell' aritmetica* . . . . . . » ivi
72 *Nei giuochi* . . . . » 111
73 *Nella giurisprudenza.* » ivi
74 *Nella politica* . . . » ivi
75 *Moderni aritmetici.* . » 112

CAP. III.

DELL' ALGEBRA . . . . Pag. 116

76 *Origine dell' algebra* . » ivi
77 *Diofanto inventore dell' algebra* . . . . » ivi
78 *Arabi coltivatori dell' algebra* . . . . . » 120
79 *Altri arabi algebristi.* » 127
80 *Europei coltivatori dell' algebra* . . . . » 128
81 *Leonardo da Pisa.* . » 129
82 *Luca Pacioli.* . . . » 131
83 *Scipione del Ferro* . » 132
84 *Tartaglia* . . . . . » ivi
85 *Cardano* . . . . . » 133
86 *Caso irreducibile dell' equazione del terzo grado* » 135
87 *Luigi Ferrari* . . . » 136
88 *Bombelli* . . . » 137
89 *Altri algebristi del secolo XVI.* . . . . » 139
90 *Vieta* . . . . . . » 140
91 *Scoperte diverse su i segni algebraici* . . . . » 141
92 *Arriot* . . . . . . » 143
93 *Altri algebristi.* . . » 145
94 *Illustratore dell' algebra di Diofanto.* . . . » ivi
95 *Bachet di Meziriac* . » 146
96 *Fermat.* . . . . . . » ivi
97 *Frenicle* . . . . . » 147
98 *Cartesio* . . . . . » 148
99 *Applicazione dell' algebra alla geometria.* . . » 150
100 *Wallis* . . . . . . » 153
101 *Newton.* . . . . . » ivi
102 *Leibnitz* . . . . . » 155
103 *Calcolo infinitesimale.* » 156
104 *Dispute intorno al calcolo infinitesimale* . . » 159
105 *Opposizioni fatte al calcolo infinitesimale* . » 161
106 *Serie infinite* . » 167
107 *Calcolo della probabilità* » 169
108 *Nuovi progressi dell' algebra nell' Inghilterra.* » 172

109 *Nella Francia* . . . » 173
110 *Nella Germania* . . » ivi
111 *Nell' Italia* . . . . » 174
112 *Riccati e Fagnani* . » ivi
113 *Nuova rivoluzione dell' algebra* . . . . . » 175
114 *Clairaut* . . . . . » 176
115 *D' Alembert* . . . . » ivi
116 *Eulero* . . . . . . » 177
117 *Boscovich* . . . . . » 180
118 *Frisio* . . . . . . » 181
119 *Riccati* . . . . . . » ivi
120 *La Grange* . . . . . » 182
121 *La Place* . . . . . » 184
122 *Bezout* . . . . . . » 185
123 *Cousin* . . . . . . » ivi
124 *Condorcet* . . . . . » ivi
125 *Lacroix* . . . . . » ivi
126 *Arbogast* . . . . . » 186

CAP. IV.

DELLA GEOMETRIA . . . . » 189

127 *Originè della geometria* » ivi
128 *Principio della geometria dei greci* . . . . » 190
129 *Talete* . . . . . . » 191
130 *Pitagora* . . . . . » 192
131 *Avanzamenti dalla geometria* . . . . . » 193
132 *Quadratura del circolo.* » 194
133 *Duplicazione del cubo.* » 195
134 *Sezioni coniche* . . . » 197
135 *Luoghi geometrici* . . » 198
136 *Analisi geometrica.* . » 199
137 *Trisezione dell' angolo.* » 200
138 *Scuola Alessandrina.* » 202
139 *Euclide* . . . . . » ivi
140 *Eratostene* . . . . » 205
141 *Archimede* . . . . » 206
142 *Apollonio* . . . . . » 209
143 *Geometria dei romani.* » 215
144 *Geometria degli Arabi.* » 216
145 *Arabi geometri* . . . » ivi
146 *Hassen* . . . . . » 217
147 *Abu Giafar* . . . . » ivi
148 *Thabit ben Corrah* . » ivi
149 *Alkindi* . . . . . . » 218
150 *Altri geometri arabi* . » ivi
151 *Rinascimento della geometria* . . . . . » 220
152 *Pubarch* . . . . . » ivi
153 *Regiomontano* . . . » ivi
154 *Altri moderni geometri* » 222
155 *Clavio* . . . . » 223
156 *Vieta* . . . . . . » ivi
157 *Luca Valerio* . . . » 224
158 *Galileo* . . . . . . » ivi
159 *Keplero* . . . . . » 226
160 *Guldino* . . . . . » 228
161 *Cavalieri* . . . . . » 229
162 *Torricelli* . . . . . » 233
163 *Roberval* . . . . . » 234
164 *Cartesio* . . . . . » 239
165 *Fermat* . . . . . . » 241
166 *Gregorio di san Vicenzo* » 244
167 *Ugenio* . . . . . . » 246
168 *Wallis* . . . . . . » 248
169 *Barow* . . . . . . » 250
170 *Gregory* . . . . . » ivi
171 *Newton* . . . . . » 251
172 *Leibnitz* . . . . . » 253
173 *I Bernoulli* . . . . » 255
174 *L' Hôpital* . . . . . » ivi
175 *Vantaggi della nuova geometria* . . . . » ivi
176 *Altri geometri* . . . » 257
177 *Scuola di Giovanni Bernoulli* . . . . . . » ivi
178 *Clairaut* . . . . . » 258
179 *Daniele Bernoulli* . . » ivi
180 *Alembert* . . . . . » 259
181 *Eulero* . . . . . . » 260
182 *Conservazione del gusto dell' antica geometria* » 264
183 *Geometria descrittiva del Monge* . . . . . » ivi
184 *Lacroix* . . . . . » 265
185 *Inglesi illustratori degli antichi geometri* . . » ivi
186 *Geometria Italiana* . » 266
187 *Guido Grandi* . . . » ivi
188 *Boscovich* . . . . . » 267
189 *Cagnoli* . . . . . . » ivi
190 *Mascheroni* . . . . » 268
191 *Torelli* . . . . . . » ivi

DELL'

ORIGINE, PROGRESSI

E STATO ATTUALE

DI OGNI LETTERATURA

DELL' ABATE

GIOVANNI ANDRÉS

NUOVA EDIZIONE

TOMO IV. P. I.

VENEZIA

GIUSEPPE ANTONELLI EDITORE

Tipografo premiato della Medaglia d'oro.

1832.

INDICE

DE' CAPITOLI DEL TOMO IV, P. I.

DELL' ORIGINE, DE' PROGRESSI E DELLO STATO ATTUALE DELLE SCIENZE NATURALI . Pag. 1

INTRODUZIONE . . . . . . » ivi

1 *Pregio della storia delle scienze naturali* . . » ivi
2 *Delle antiche nazioni* . » 4
3 *Dei Greci* . . . . . » 7
4 *Dei romani* . . . . » 11
5 *Dei bassi tempi* . . » 19
6 *Degli Arabi* . . . . » 20
7 *Dei moderni* . . . . » ivi

CAP. I.

DELLE MATEMATICHE IN GENERALE . . . . » 24

8 *Preminenza della matematiche* . . . . . » ivi
Degli antidiluviani . » 25
Degli Atlantidi . . . » 26
Degli Indiani . . . » 27
Dei Cinesi . . . . » 30
Dei Caldei . . . . » 31
Vero principio delle matematiche . . . . » 32
Talete . . . . » 33
I pitagorici . . . . . » ivi
Avanzamento delle matematiche greche . . » 36
18 *Matematica degli Arabi* . » 38
19 *Degli Europei* . . . » ivi
20 *Dei Greci dei tempi bassi* . » 39
21 *Dei Romani* . . . . » 41
22 *Dei latini dei tempi bassi* . » 43
23 *Boezio* . . . . . . » ivi
24 *San Gregorio falsamente creduto persecutore dei matematici* . . . . » 44
25 *Beda* . . . . » 45
26 *Influenza degli Arabi nelle matematiche degli Europei* . . . . » 46
27 *Degli Spagnuoli* . . . » 47
28 *Degli Inglesi* . . . » ivi
29 *Dei Tedeschi* . . . » 48
30 *Degli Italiani* . . . . » 49
31 *Campano di Novara* . » 50
32 *Leonardo di Pisa* . . » ivi
33 *Ristoramento delle matematiche* . . . . . » 52
34 *Avanzamenti delle moderne matematiche* . » 53

CAP. II.

DELL' ARITMETICA . . . . » 56

35 *Origine dell'Aritmetica* . » ivi
36 *Aritmetica di Pitagora* . » 58
37 *Tetratti pitagorica* . . » 59
38 *Abaco pitagorico* . . » 60
39 *Cifre numerali non conosciute dai pitagorici* . » 61

40 *Greci aritmetici.* . . . » 66
41 *Euclide* . . . . . . » 67
42 *Nicomaco* . . . . . » 69
43 *Diofanto* . . . . . » 70
44 *Aritmetica dei Latini.* » 71
45 *Aritmetica degli Arabi.* » 72
46 *Cifre numerali venuteci dagli Arabi* . . . . » 73
47 *Non dei Romani* . . » 74
48 *Se Gerberto le conobbe.* » 77
49 *Epoca dell'introduzione di tali cifre presso gli Arabi* . . . . . . » 81
50 *Propagazione delle cifre arabiche* . . . . » 83
51 *Greci moderni scrittori d' aritmetica.* . . . » 85
52 *Quadrati magici* . . » 86
53 *Aritmetici latini* . . » 90
54 *Gerberto* . . . . . » ivi
55 *Leonardo pisano* . . » 91
56 *Giordano Nemorario* . » 92
57 *Giovanni di Sacrobosco.* » ivi
58 *Paolo dell' Abaco* . . » 93
59 *Luca Pacioli.* . . . » ivi
60 *Altri scrittori di aritmetica* . . . . . . » 94
61 *Invenzione dei logaritmi* » 95
62 *Logaritmi delle quantità negative* . . . . » 99
63 *Altri autori di tavole logaritmiche.* . . . » 100
64 *Aritmetica istrumentale.* » 102
65 *Pascal.* . . . . . . » 104
66 *Fermat.* . . . . . . » ivi
67 *Frenicle* . . . . . » 105
68 *Aritmetica quadernaria.* » 106
69 *Aritmetica degli infiniti del Wallis* . . . . . » 109
70 *Aritmetica universale del Newton.* . . . . » 110
71 *Usi diversi dell' aritmetica* . . . . » ivi
72 *Nei giuochi* . . . . » 111
73 *Nella giurisprudenza.* » ivi
74 *Nella politica* . . . » ivi
75 *Moderni aritmetici.* . » 112

CAP. III.

DELL' ALGEBRA . . . . Pag. 116

76 *Origine dell' algebra* . » ivi
77 *Diofanto inventore dell' algebra* . . » ivi
78 *Arabi coltivatori dell' algebra* . . . . . » 120
79 *Altri arabi algebristi.* » 127
80 *Europei coltivatori dell' algebra* . . . . » 128
81 *Leonardo da Pisa.* . » 129
82 *Luca Pacioli.* . . . » 131
83 *Scipione del Ferro* . » 132
84 *Tartaglia* . . . . . » ivi
85 *Cardano* . . . . . » 133
86 *Caso irreducibile dell' equazione del terzo grado* » 135
87 *Luigi Ferrari* . . . » 136
88 *Bombelli* . . . . . » 137
89 *Altri algebristi del secolo XVI.* . . . . . » 139
90 *Vieta* . . . . . . » 140
91 *Scoperte diverse su i segni algebraici* . . . . » 141
92 *Arriot* . . . . . . » 143
93 *Altri algebristi.* . . » 145
94 *Illustratore dell' algebra di Diofanto.* . . . » ivi
95 *Bachet di Meziriac* . » 146
96 *Fermat.* . . . . . » ivi
97 *Frenicle* . . . . . » 147
98 *Cartesio* . . . . . » 148
99 *Applicazione dell' algebra alla geometria.* . . » 150
100 *Wallis* . . . . . . » 153
101 *Newton.* . . . . . » ivi
102 *Leibnitz* . . . . . » 155
103 *Calcolo infinitesimale.* » 156
104 *Dispute intorno al calcolo infinitesimale* . . » 159
105 *Opposizioni fatte al calcolo infinitesimale* . » 161
106 *Serie infinite.* . . . » 167
107 *Calcolo della probabilità* » 169
108 *Nuovi progressi dell' algebra nell' Inghilterra.* » 172

109 *Nella Francia* . . . » 173
110 *Nella Germania* . . » ivi
111 *Nell' Italia* . . . . » 174
112 *Riccati e Fagnani* . » ivi
113 *Nuova rivoluzione dell' algebra* . . . . . » 175
114 *Clairaut* . . . . . » 176
115 *D' Alembert* . . . . » ivi
116 *Eulero* . . . . . . » 177
117 *Boscovich* . . . . . » 180
118 *Frisio* . . . . . . » 181
119 *Riccati* . . . . . . » ivi
120 *La Grange* . . . . . » 182
121 *La Place* . . . . . » 184
122 *Bezout* . . . . . . » 185
123 *Cousin* . . . . . . » ivi
124 *Condorcet* . . . . . » ivi
125 *Lacroix* . . . . . . » ivi
126 *Arbogast* . . . . . » 186

CAP. IV.

DELLA GEOMETRIA . . . . » 189

127 *Origine della geometria* » ivi
128 *Principio della geometria dei greci* . . . . » 190
129 *Talete* . . . . . . » 191
130 *Pitagora* . . . . . » 192
131 *Avanzamenti dalla geometria* . . . . . » 193
132 *Quadratura del circolo* . » 194
133 *Duplicazione del cubo* . » 195
134 *Sezioni coniche* . . . » 197
135 *Luoghi geometrici* . . » 198
136 *Analisi geometrica* . . » 199
137 *Trisezione dell' angolo* . » 200
138 *Scuola Alessandrina* . » 202
139 *Euclide* . . . . . . » ivi
140 *Eratostene* . . . . » 205
141 *Archimede* . . . . » 206
142 *Apollonio* . . . . . » 209
143 *Geometria dei romani* . » 215
144 *Geometria degli Arabi* . » 216
145 *Arabi geometri* . . . » ivi
146 *Hassen* . . . . . . » 217
147 *Abu Giafar* . . . . » ivi
148 *Thabit ben Corrah* . » ivi
149 *Alkindi* . . . . . . » 218
150 *Altri geometri arabi* . » ivi
151 *Rinascimento della geometria* . . . . . » 220
152 *Purbach* . . . . . » ivi
153 *Regiomontano* . . . » ivi
154 *Altri moderni geometri* » 222
155 *Clavio* . . . . » 223
156 *Vieta* . . . . . . » ivi
157 *Luca Valerio* . . . » 224
158 *Galileo* . . . . . . » ivi
159 *Keplero* . . . . . » 226
160 *Guldino* . . . . . » 228
161 *Cavalieri* . . . . . » 229
162 *Torricelli* . . . . . » 233
163 *Roberval* . . . . . » 234
164 *Cartesio* . . . . . » 239
165 *Fermat* . . . . . . » 241
166 *Gregorio di san Vicenzo* » 244
167 *Ugenio* . . . . . . » 246
168 *Wallis* . . . . . . » 248
169 *Barow* . . . . . . » 250
170 *Gregory* . . . . . . » ivi
171 *Newton* . . . . . . » 251
172 *Leibnitz* . . . . . » 253
173 *I Bernoulli* . . . . » 255
174 *L' Hôpital* . . . . . » ivi
175 *Vantaggi della nuova geometria* . . . . » ivi
176 *Altri geometri* . . . » 257
177 *Scuola di Giovanni Bernoulli* . . . . . . » ivi
178 *Clairaut* . . . . . » 258
179 *Daniele Bernoulli* . . » ivi
180 *Alembert* . . . . . » 259
181 *Eulero* . . . . . . » 260
182 *Conservazione del gusto dell' antica geometria* » 264
183 *Geometria descrittiva del Monge* . . . . . » ivi
184 *Lacroix* . . . . . » 265
185 *Inglesi illustratori degli antichi geometri* . . » ivi
186 *Geometria Italiana* . » 266
187 *Guido Grandi* . . . » ivi
188 *Boscovich* . . . . . » 267
189 *Cagnoli* . . . . . . » ivi
190 *Mascheroni* . . . . » 268
191 *Torelli* . . . . . . » ivi

DELL' ORIGINE, DE' PROGRESSI

E DELLO STATO ATTUALE

DELLE SCIENZE NATURALI

INTRODUZIONE

I
Pregio della storia delle scienze naturali.

Non vi ha più chiaro monumento della sublimità, e quasi direi divinità dello spirito umano, quanto il quadro, e la storia delle Scienze naturali. Collocato l'uomo in questo vasto teatro della natura, abbandonato alla rozzezza della materia, giacerebbe ozioso ed inerte, occupato soltanto nel soddisfare ai materiali bisogni, abbagliato dalle false rappresentanze dei sensi, senza curarsi di stendere più oltre i curiosi suoi sguardi. Lo spirito attivo e vivace levando gli occhi attorno a questa gran macchina dell'universo, non appagandosi delle immagini che i fallaci sensi gli presentano, rompendo il velo sotto cui tiensi celata la natura nelle sue operazioni, entra nel sottile ed attento esame

dei più secreti ed involuti fenomeni, ed ardisce di penetrare nei più arcani misterj della natura. Piccoli luccicori nella fosca notte veduti in aria, taciti movimenti non percettibili che a replicate osservazioni lo sollevano a formare infiniti mondi, e a stabilire le leggi su cui vien regolata tutta la macchina dell'universo. Invano la natura nei corpi asconde fluidi sconosciuti; la sua penetrazione glieli fa discoprire, e donde meno pensavasi, sa ricavare sicura guida per dirigersi nelle difficili navigazioni, mezzi opportuni per ripararsi dalle meteore, e convenienti ajuti per sollevarsi a camminare nell'aria. Le sotterranee miniere, gl'invisibili insetti, le belve feroci, gli uccelli, i pesci, le conchiglie, le piante, i sassi, tutti gli esseri della natura, piccioli o grandi che sieno, tutti si arrendono ai sagaci suoi sguardi, e si assoggettano alle scientifiche sue contemplazioni. Lo stesso spirito, benchè indivisibile e immateriale, si presta ad una rigorosa anatomia, e si rende a sè stesso soggetto di finissime speculazioni. Iddio stesso, tuttochè tanto a lui superiore, gli si dà pure a conoscere, e si lascia, per così dire, maneggiare nelle sue filosofiche meditazioni: tutta quanta la natura creata collo stesso suo creatore è sottomessa alla contemplazione dello spirito umano, e in varie classi divisa forma le classi diverse delle scienze naturali, e dà un glorioso testi-

monio della sublimità e penetrazione dello spirito umano, che ha saputo sottoporla alle sottili sue teorie. Or che piacevole spettacolo non dovrà presentare la storia di queste scienze? Vedere, per così dire, levarsi avanti agli occhi da piccoli fondamenti il vasto edifizio di tutte le scienze; vederne alcune nascere, e crescere in breve tempo, altre appena nate cadere in dimentiticanza senza più rimettersi in piedi, se non dopo molti secoli; leggieri principj produrre rapidamente grandiose scoperte; feconde e nobili verità rimanere sterili, ed oziose per lunghi anni. Osservare altronde le nazioni asiatiche mantenere per tanti secoli i semi delle scienze, e produrre sì pochi frutti: i Greci al contrario agitati da uno spirito di curiosità correre alle straniere nazioni per apprendere le loro scienze, e riportatene appena superficialissime cognizioni, colle fatiche del proprio ingegno, e colle proprie speculazioni formare perfette scienze, e farsi maestri di tutto il mondo: il resto tutto del mondo, fuor della Grecia, starsi spensierato ed ozioso, senza curarsi di promovere queste scienze, e neppure di conservarle: sorger dal fondo dell'Asia, dal mezzo dell'ignoranza e della barbarie gli Arabi, far rinascere le greche scienze, avanzarle, e trasmetterle agli Europei, che per tanti secoli le avevano neglette, e questi poi abbracciarle con tanto ardore,

che in brevi anni hanno loro recato maggiore ingrandimento che ricevuto non averano in tanti secoli dagli Arabi, dai Greci e da tutto il mondo. Queste vicende, e queste varietà deggiono formare ad un filosofo osservatore un piacevole ed istruttivo spettacolo, e queste verranno da noi brevemente abbozzate in questo e nei seguenti volumi.

2 Delle antiche nazioni.

Senza dar fede alle molte favole che alcuni vani rabbini, ed alcuni moderni filologi ci vogliono vendere delle recondite cognizioni di chimica, di storia naturale, e di matematica di *Adamo*, e dei primi nostri antenati; senza abbracciare per veri i libri di *Adamo*, di *Abele*, e di altri vetustissimi scrittori; senza riconoscere come reali le loro scuole, e le diverse loro sette filosofiche, che alcuni intemperanti scrittori pretendono di asserire, potremo pur credere che i primi uomini, dotati di fibre più delle nostre vigorose e robuste, e privi di tanti pensieri, che distraggono le nostre menti dalle scientifiche meditazioni, cercassero il loro diletto nella contemplazione della natura, la prendessero a soggetto dei loro discorsi, e ne facessero in qualche modo varie classi di scienze. *Adamo*, formato per così dire, dalle mani di Dio, *Adamo*, che esaminando gli animali impose a ciascuno il loro nome, sarà stato poi sì stupido al segno di non badare al corso del sole e della luna, alle variazioni delle

stagioni, al movimento delle acque, agli effetti diversi dell'aria, dell'acqua e del fuoco, e di passare novecento e più anni sonnacchioso ed inerte senza fare uso delle facoltà intellettuali, che Iddio sì largamente gli aveva dispensate! E fra tante migliaja dei suoi figliuoli a nessuno sarà venuto in pensiero di contemplare con qualche attenzione i fenomeni della natura, notarne gli andamenti, e formarne alcuni principj! Se vediamo ai nostri tempi un giardiniere, un contadino, un soldato, un facchino levarsi a sublimi geometri, astronomi, ottici, meccanici, perchè non vorremo pensare lo stesso di quegli uomini primitivi tanto di noi più perfetti! La lunghissima loro vita doveva render più facile lo stabilimento di tali scienze. I principj trovati da un buon ingegno potevano essere più sodamente confermati coi molti secoli di replicate esperienze, ed osservazioni del medesimo, e potevano altresì più facilmente conservarsi senza alterazione, ed accrescersi con vantaggio cogl'iterati colloquj, e col perpetuo ed interminabile convivere degli studiosi che gli abbracciavano. Se *Ippocrate* ed *Archimede*, se *Galileo* e *Newton* avessero goduta la lunga vita degl'antidiluviani, quanto maggiori progressi non avrebbero ricevuti a quest'ora la medicina, la fisica, la geometria, la meccanica, l'ottica, l'astronomia? E in verità la coltura delle campagne, la fab-

bricazione delle città, lo stabilimento della vita sociale, l'invenzione delle arti, che sappiamo essere state messe in opera dagli antidiluviani, abbisognavano di molte osservazioni, di attento studio, di scientifiche cognizioni, e ci possono dare qualche non debole argomento di far comparire altamente istruiti gli uomini di quella rimota età. Le stesse opinioni dei moderni filosofi ed eruditi, che fanno ascendere ad una vetustissima antichità la coltura di alcune nazioni asiatiche, accrescerebbero maggior peso alla credenza delle scienze antidiluviane, i cui avanzi, tuttochè alterati e corrotti, poterono bastare a dare nome di dotti agl'Indiani, ai Cinesi, ai Caldei, agli Egiziani, ai Persiani. Ma che giova il fantasticar vanamente con semplici congetture, e fabbricarci con istudiati ragionamenti un popolo erudito e scienziato, delle cui scientifiche cognizioni niente mai sapremo accertatamente, nè potremo fondatamente proferirne qualche giudizio? Nè anche delle scienze delle antiche genti, che le prime furono a coltivarsi, non abbiamo monumenti abbastanza per poterne tessere un'assai distinta descrizione. Noi abbiamo altrove (*a*) parlato delle scienze di quei popoli antichi con quella parsimonia, e ritenutezza, a cui ci obbliga l'incertezza, e la mancanza di monumenti; nè or ci permette l'abbon-

(*a*) Tom. I. c. I.

danza delle materie che rimangono da trattare, di ritornare su quelle, che poco o niente di nuovo potrebbono presentarci di vere notizie, e solo si presterebbero a sforzate cavillazioni. Diremo soltanto tanto che certamente gli Asiatici, gli Egiziani, i Fenicj, quei popoli dai Greci chiamati barbari, posséderono molto prima di questi alcune scienze, e che non solo i loro libri, e le loro tradizioni, ma i Greci stessi ci dicono, che mentre la Grecia giaceva ancora in una profonda ignoranza, coltivavano già quei popoli l' astronomia, la fisica e la filosofia, e che i Greci ebbero a riconoscerli per molto superiori al loro sapere, e dovettero assoggettarsi ai loro ammaestramenti. Ma nondimeno le scienze, per così dire, barbariche non ci sembrano ancora abbastanza degne d' illustre nome di scienze, e nei Greci soltanto le possiam vedere levate a si sublime dignità.

3 Dei Greci.

Maravigliosa gente è la greca, e singolare ed unica in ogni vanto di coltura, e di sapere. I Greci principi della poesia, dell' eloquenza e della storia; i Greci, che ebbero un *Omero*, un *Pindaro*, un *Sofocle*, un *Platone*, un *Demostene*, un *Erodoto*; i Greci venerati maestri in tutte le classi delle belle lettere, i Greci ottenero parimente il primato nelle matematiche, nella medicina, e in tutte le scienze, e poterono ugualmente vantare gl' *Ippo-*

crati, gli *Archimedi*, gli *Apollonj*, i *Diofanti*, gl'*Ipparchi*, gli *Aristoteli*, i *Teofrasti*, e i capi, e i maestri di tutti i generi delle scienze. E in verità sarebbe assai difficile a decidere se più debba la Grecia la sua gloria alle belle lettere, ovvero alle scienze; come pure se più debbano alla Grecia le scienze, ovvero le belle lettere. Al vedere divinizzati per tanti secoli *Omero*, *Platone*, *Demostene*, *Erodoto*, ed altri eloquenti scrittori greci, ed onorati colle adorazioni di quanti professano qualche amore all'amena letteratura, sembra che lo splendore del nome greco tutto dalle belle lettere debba ripetersi. Ma quando si riflette che *Ippocrate*, e gli altri medici, e chirurghi greci sono tuttora venerati dopo tanti secoli, e vengono anche a questi dì lodati, studiati, tradotti, illustrati dal *Cocchi*, dal *Boerhaave*, dal *Gorther*, dal *Piquer*, dal *Lorry* e da altri stimati moderni medici; al pensare che *Euclide*, *Archimede*, *Apollonio* e altri geometri greci sono guardati con rispetto, letti con attenzione, e commendati con particolari elogi dal *Simson*, dal *Maclaurin* e dallo stesso *Newton*; che i dotti socj dell' Accademia delle scienze (*a*), che il *Bekman* (*b*), il *Buffon*, ed altri moderni parlano con trasporti di ammirazione della storia degli animali di *Aristotele*; che *Teofrasto* e *Dioscoride*

(*a*) Descr. des anim. Prefat.

(*b*) De ortu et progr. Zoologiae apud. vet. c. I. §. 10.

sono citati con rispetto, e con deferenza dai botanici dei nostri dì, bisogna pur confessare che le glorie scientifiche della Grecia non sono punto inferiori alle letterarie: *Archimede* sotto gli occhi, e sotto la penna del *Newton, Ippocrate* sul tavolino del *Boerhaave, Aristotele* nelle mani del *Buffon* sono un sì glorioso trofeo delle scienze della Grecia, che può equivalere ai più religiosi incensi offerti alla sua amena letteratura. Bello e grandioso veramente ad un occhio filosofico lo spettacolo dei greci poeti, oratori e storici, che si levan di un volo alla più alta perfezione colle ali della loro immaginazione, e del proprio lor gusto: ma il vedere gli stessi greci lottare animosamente colla natura, e senza alcun ajuto straniero, colla sola forza del proprio ingegno rapirle tante verità gelosamente nascoste, entrare nello spinoso campo delle scienze, ed avanzarsi con tanta felicità, facendo ad ogni passo utili e gloriose scoperte, non dee egli recare uguale piacere, e forse anche maggior maraviglia a chi sa giustamente prezzare gli sforzi dell'immaginazione, e dell'ingegno? Nè l'essere le opere greche esemplari più perfetti nelle belle lettere che nelle scienze, o l'essere giunti i Greci nei componimenti di bella letteratura tanto avanti, quanto i moderni, mentre negli scientifici sono stati di quasi infinito intervallo sorpassati da questi, può prendersi per

argomento di dovere più alla Grecia le belle lettere che le scienze. Le opere di bella letteratura, siccome nate unicamente dall' immaginazione, e dal gusto, e che non tanto provengono dagli antecedenti esemplari, quanto dalla propria sensibilità di chi le compone, possono di primo slancio salire alla conveniente lor perfezione; ma le scienze hanno un corso più grave e posato, abbisognano di replicati sforzi d'ingegno, e di continuate sperienze ed osservazioni: nuove meditazioni scoprono difetti nell'avanzate teorie, e danno giustezza e miglioramento alle anteriori scoperte: le ripetute sperienze, e le nuove osservazioni disvelano nuove verità, e scancellano errori stimati con apparenti ragioni per indubitabili principj; e le scienze, opera dell' ingegno, della fatica e del tempo non possono nella loro fanciullezza sperare qualche perfezione, e giusta maturità. Ma se rifletteremo al bisogno, che vi è stato nel rinascimento delle scienze, dei lumi e delle opere dei Greci, dovremo pur confessare che non meno debbono alla Grecia le scienze che le belle lettere. Senza le opere di *Euripide*, e di *Senofonte* avrebbero dato *Cornelio* le sue tragedie, *Fenelon* il Telemaco, e *Richardson* la Clarisse; ma senza *Ipparco*, e senza *Tolomeo* non avrebbero fatte *Ticone*, e *Galileo* le loro scoperte astronomiche; nè senza gli astronomi, e geometri greci

avrebbe potuto levare il *Newton* la gran macchina dei suoi *Principj*. Ma senza troppo occuparci di simili confronti, potremo certamente asserire che benemeriti in singolar modo furono i Greci di tutte le scienze naturali, e dovremo guardare con meraviglia nobilitate le classi scientifiche con molti nomi d'illustri Greci. Quanti scritti, non solo di medicina, ma eziandio di chirurgia, e di farmaceutica! Quanti illustri scrittori intorno alla musica! Se la geometria si fregia dei gloriosi nomi di *Euclide* e di *Archimede*, l'algebra riconosce per suo padre *Diofanto*. Se *Ipparco* e *Tolomeo* hanno recato molto avanzamento all'astronomia, la meccanica dee a *Ctesibio* e ad *Erone* il suo scientifico stabilimento. Perfino dei sogni stessi formarono i greci una scienza, e lasciarono scritti parecchi libri di onirocritica. Non vi ha scienza nè sì grande e sublime, nè sì picciola e bassa, che i Greci non l'abbiano maneggiata, e non l'abbiano ridotta a maggiore chiarezza e nobiltà; nè vi è parte alcuna di qualche scienza, nella cui storia non si vedano campeggiare uno o più Greci.

4 Dei romani.

Non così potremo dire dei Romani, tuttochè emoli e rivali degli studj dei Greci. Quanto si accostarono questi nella coltura delle belle lettere, e in qualche parte anche li superarono, altrettanto restarono lontani dal seguirli nella perfezione

delle scienze. Non un matematico, nè un astronomo celebre da dare nome alle scienze romane. Niuna setta medica o filosofica, niun capo di scuola, niun libro classico e magistrale di fisica o di altre scienze. Se taluno prendeva a scrivere di tali materie, ciò faceva espilando gli scrinj greci, ammassando greche dottrine, e più lavorando sulla greca erudizione, che su l' originale e proprio sapere. Anzi molti di tali scrittori amavano di adoperare il greco idioma, quasichè non trovassero nel romano parole acconcie e convenienti alle materie trattate. E in greco scrissero *L. Arunzio* degli astri, e *Sestio Nigro*, e *Giulio Basso* di medicina (*a*); e in greco espose *Sesto* pitagorico le sue sentenze, come le abbiamo ancora presentemente; e in greco trattarono materie scientifiche parecchi altri Romani. Che se un *Rabirio*, se un *Amafanio*, se qualche altro filosofo volle trattare le materie filosofiche nel latino linguaggio, tutti caddero in uno stile sì rozzo ed incolto, che non potevansi leggere, se non da chi non avesse parlato romano, nè tolsero a *Tullio* il poter dire con verità che la filosofia era giaciuta sino a quel tempo presso i Romani, nè aveva ancora ottenuto il lume delle lettere latine (*b*). Pure anche fra i Romani

(*a*) Plin. Elenc. lib. omnium. etc.
(*b*) Tull. Tusc. quaes lib. I. n. III.

non mancarono studiosi delle scienze, che le coltivassero con diligenza, e cercassero di renderle comuni ai lor nazionali. *Plinio* (*a*), e altri antichi citano tanti Romani scrittori di astronomia, di medicina, e di altre scienze naturali, che non picciolo catalogo si potrebbe tessere dei soli lor nomi. Ma non tanto dal numero degli scrittori si dee prender l' idea dello studio, e del sapere dei Romani, quanto dall' uso che essi fecero delle scienze. Se *Cesare* non iscrisse opere meccaniche come *Erone*, fece però un ponte sul Reno, dove spiegò le più profonde cognizioni di meccanica, e di geometria; e ancor quando egli non avesse scritte le opere astronomiche, che pubblicò con singolare onore del sapere romano, non basterebbono le sole sue erudite combinazioni per la correzione dell' anno civile, per darci una vantaggiosa idea del suo genio astronomico, e per metterlo al fianco dei buoni astronomi della Grecia? Quanto studio facessero i Romani delle scienze, ce lo può provare abbastanza l' esempio di *Vitruvio*. Collo scusar che egli fa la sua imperizia predicando una massima, non meno utile che vera, che basta cioè ad un architetto il conoscere mediocremente delle altre scienze ciò che è necessario alla sua professione, viene a darci una nobile idea del-

(*a*) Lib. I. et al.

la coltura, ed erudizione degli artisti romani. Imperciocchè, se un architetto, contento delle cognizioni unicamente necessarie per la sua arte, non potè appagarsi della lettura delle opere greche e latine risguardanti l'architettura, ma s'immerse eziandio nello studio della fisica, e passando alle matematiche non seppe starsi nei primi elementi, ma penetrò nelle più profonde speculazioni geometriche e meccaniche, musiche ed astonomiche di *Archita*, di *Aristosseno*, di *Eratostene*, di *Archimede*, di *Aristarco*, di *Eudosso*, di *Ctesibio*, di *Apollonio*, dei più sottili e sublimi matematici della Grecia, che alta idea non dovremo formare noi degli architetti, ed artisti romani! Quanto non sarà stata universale presso i Romani la cultura delle scienze, quando gli architetti dovevano penetrare sì addentro nella fisica, e nelle matematiche! Quanto profonde notizie non si saranno acquistate gli altri che facevano professione di lettere! Noi infatti vediamo l'oratore *Tullio* trattar dottissimamente filosofiche e teologiche questioni, e maneggiare eziandio la fisica con piena erudizione di quanto allora se ne sapeva (*a*); vediamo il poeta *Lucrezio* parlare in modo sì adattato ed acconcio di varj

(*a*) De na'. Deor. lib. II. et alibi.

punti di fisica, che è ancora rispettato e seguito dai fisici dei nostri dì; vediamo *Manlio* entrare arditamente a svolgere l'astronomia; vediamo *Virgilio* scriver con tanta giustezza in ogni materia, da essere ammirato da *Macrobio* come erudito nel diritto civile e nell' augurale, nell' astronomia, e generalmente in ogni filosofia (*a*). *Seneca* che pur non faceva professione di fisica, tratta le questioni naturali con una sottigliezza ed erudizione, che più non si sarebbe potuto desiderare dal più dotto fisico greco di quell' età; anzi alcune sue osservazioni, ed alcune riflessioni mostrano in lui un occhio fino, e una mente soda e dritta, superiore ai pregiudizj del suo tempo, e capace di abbracciare le più sublimi teorie del nostro. *Plinio*, benchè talora si lasci trasportare dal suo entusiasmo in alcuni fisici ragionamenti, mostra nondimeno generalmente in tutte le sue osservazioni una cognizione della natura, che farebbe onore a qualunque dotto professore di storia naturale, e che reca maraviglia in un uomo sempre occupato in gravissimi ministerj. D'uopo era a *Frontino*, ed agli sovrastanti agli acquidotti di molte e non volgari notizie meccaniche ed idrostatiche. L'armi romane descritteci da *Vitruvio*, da *Vegezio*, e da

(*a*) Sat. I. cap. XXIV. et al.

altri provano nei direttori di esse balistiche, e geometriche cognizioni. Risplendono singolarmente i lumi delle scienze naturali di agricoltura. Quante notizie meteorologiche, quanta storia naturale, quanta botanica, quanta fisica, quanta filosofia! La geometria stessa, e l'astronomia si fanno servire alla più esatta perizia della loro agricoltura (*a*); e dove meno aspettavansi compariscono le vaste ed estese cognizioni scientifiche dei Romani. Ma nella morale principalmente, benchè senza le scuole e senza le sette dei greci, regnavano i Romani; e forse appunto per questo stesso regnavano perchè non legati ad alcun sistema particolare, nè giurando nelle parole di alcun maestro, potevano meglio esaminarli tutti, e con più posato ed imparziale giudizio scegliere da ciascuno le più probabili verità. *Bruto*, al dire di *Plutarco* (*b*), trascorse tutte le scuole dei Greci, nè vi fu greco filosofo, che non ascoltasse, nè setta filosofica, che non conoscesse. E *Bruto* infatti scrisse della virtù, e trattò materie filosofiche con tale pienezza ed aggiustatezza, con tale copia ed eleganza, che non lasciò in quei punti che desiderare dai Greci, secondo il testimonio di *Cicerone* (*c*). E qual Greco

(*a*) Colum. lib. V. et al.
(*b*) In Bruto.
(*c*) Acad. lib. I. n. III.

potrà giustamente anteporsi a *Cicerone*? Quante materie filosofiche non trattò egli profondamente con sodezza di giudizio, con erudizione, e con eloquenza, quale non vedesi nei Greci più celebrati! Qual greco epicureo, quale stoico poteva esporre i sentimenti della sua setta con quella chiarezza, precisione e forza, con con cui fa parlare *Cicerone* i suoi stoici, e i suoi epicurei? *Platone* stesso, ed *Aristotele* non forniscono la loro dottrina di tanta copia di ragioni, e di tanta amenità di erudizione, come vediamo che fa *Cicerone*. La sublimità dei sentimenti, e la gravità della dottrina sollevano il latino *Seneca* sopra i greci stoici suoi maestri. Egli spesso deride lo vane questioni, dietro le quali perdevansi i filosofi del suo tempo, e mostra quali debbano essere le mire delle filosofiche speculazioni, quale lo scopo del vero filosofo. In somma i Romani senza lo strepito delle sette greche, senza l'albagia dei greci dottori, senza la celebrità delle scuole e delle accademie, chiamavano al lor servigio le scienze greche; e se non avevano *Platoni*, *Aristoteli*, *Teofrasti*, *Archimedi* ed *Ippocrati*, ne sapevano forse più che gli stessi Greci dei loro tempi, che facevano professione d' insegnarle. Nè ciò dee far maraviglia a chi è mediocremente versato nella storia letteraria. Senza uscire dalla

Italia nè dal presente secolo, noi abbiamo l' esempio di molti magistrati, e di altri personaggi, che, lontani dalle scuole e dalle accademie, erano nondimeno sì profondamente istrutti nelle scienze, da poterne dar lezione agli stessi maestri che le insegnavano. Non cedevano forse nelle matematiche ai professori *Grandi* e *Manfredi*, ed erano certo superiori a tutti gli altri del loro tempo i conti *Fagnani* e *Riccati*, lontani dalle cattedre, e dai banchi accademici. Una vasta e profonda erudizione ecclesiastica e profana acquistata in mezzo agl' impieghi civili ed alle politiche occupazioni rendeva il marchese *Maffei* un teolologo ben superiore ai pettoruti dottori delle scuole, e gl' ispirava opere teologiche, il cui merito non erano capaci di conoscere la maggior parte dei coetanei professori di teologia. Ed in qual genere di erudizione e di scienze non potrà stare a petto cogli accademici e coi lettori il conte *Carli*, benchè sia stato presidente di un magistrato, e distratto da gravissimi affari? Quanti *Carli*, quanti *Maffei*, quanti *Fagnani* e *Riccati* non contava Roma nei suoi senatori, occupati bensì nelle civili bisogne, e distolti dalla scientifica professione, ma uguali non pertanto, e forse ancora superiori nel sodo sapere agli sfaccendati Greci del loro tempo, che passavano la clamorosa lor vita nelle scuo-

le e nelle accademie! Ma bisogna pur confessare, che i Romani cercavano bensi le cognizioni delle scienze naturali per la propria erudizione, e pel proprio vantaggio, ma non pensavano però come i Greci ad accrescere le stesse scienze colle loro scoperte, ed a giovare all'istruzione dei posteri coi lor libri. Sebbene anche in questo potremo dire con verità, che *Lucrezio*, *Celso*, *Seneca*, e *Plinio* hanno dato ai posteri molti lumi per l'avanzamento di alcune scienze; e dovremo conchiudere, che se i Romani non si debbono rispettare come maestri nelle scienze naturali, non sono però da disprezzarsi, come si fa da molti, come zotici ed ignoranti.

5 Dei bassi tempi.

Tali bensì divennero troppo presto col corrompimento che seguì del buon gusto, e coll' abbandono dei buoni studj. L' amore della propria erudizione ispirava ai Romani la lettura dei greci, e lo studio delle utili lor dottrine; e mancando quella coltura, si perdè l' amore delle scienze, nè più si attese ai greci filosofi e matematici, nè più si pensò allo studio della natura. Quale sciagura dover andar pescando nella lunga serie di dieci e più secoli un *Macrobio*, un *Boezio*, un sant' *Isidoro*, un *Beda*, un *Gerberto*, e qualche altro rarissimo, per poter vedere che almeno qualche ombra delle prime notizie elementari di alcune scienze,

e l'intelligenza almeno delle parole tecniche erasi conservata presso i latini! Ma una scoperta, una oculata e giusta osservazione, una chiara ed esatta spiegazione di qualche fenomeno, una leggera mostra di avere assaggiato almeno le scienze sublimi, e di conoscerne i libri, non è da cercarsi nell' infinite migliaia di dottori e di scrittori, che in tutto quel tempo fiorirono. La vera coltura delle scienze ritrovasi soltanto negli Arabi, i quali, come assai lungamente abbiamo provato altrove (a), a tutte attentamente rivolsero i loro studj, e non solo conservarono le cognizioni dei Greci non curate dai Latini, ed obbliate dai Greci stessi, ma ne aggiunsero molte lor proprie, ed accrebbero colle loro scoperte il fondo delle scienze: gli Arabi sono gli unici, che entrino a parte coi Greci nella gloria di felici inventori e padri delle scienze naturali. Ma il maggiore lor merito fu il far rinascere negli Europei qualche amore di tali scienze, che poi venne migliorato e perfezionato collo studio dei Greci. La lettura dei Greci ripulì negli Europei il gusto delle scienze, non meno che quello delle belle lettere. Cominciarono a prendere nuovo aspetto le matematiche dappoichè tradusse il *Regiomontano* immediatamente dal greco alcune

6 Degli Arabi.

7 Dei moderni.

(a) Tom. I. c. VIII. ec.

opera dei matematici greci, che o non erano ancor tradotte, od erano soltanto state voltate in latino dalle arabiche traduzioni. Nuovo spirito e nuovo lustro prese la medicina collo studio dei greci medici. Le guerre letterarie sopra la filosofia di *Platone*, e quella di *Aristotele* incominciarono a far conoscere la vanità dei ghiribizzi scolastici, e a far prendere qualche idea della buona filosofia. E generalmente all' ardore dei greci studj debbono tutte le scienze il vero loro rinascimento. Ma le scienze greche passate in mano dei moderni hanno in pochi secoli ricevuti sì notabili accrescimenti, che sembrano avere acquistato un nuovo essere. Le più sublimi teorie dei greci geometri non sono che i primi gradi per alzarsi alle elevatissime contemplazioni dei nostri. Dai piccioli indovinelli aritmetici, a cui era ridotta l'algebra, or la vediamo eretta in padrona della natura, tenerla alle sue formole ed ai suoi segni soggetta. L' astronomia, che non sapeva che balbettare nella bocca dei Greci, ora spiega eloquentemente i movimenti delle stelle, l' ordin de' cieli, il sistema dell' universo. L'applicazione della geometria, e dell' esperienza alla fisica ha fatta una vera scienza di quella, che prima soltanto fermavasi in vane congetture, e in ridicole sofisticherie. La chimica che, o non conosciuta o mal adoperata,

aveva servito soltanto ad inutili, ovver anche dannose ricerche, or in breve tempo si è posta in grado di dar leggi nella fisica, nella storia naturale, e nella medicina. Tutte le scienze in somma sono or trattate con più fina, ed attuosa intelligenza, tutte hanno acquistati in pochi anni maggiori lumi dagli Europei, che non avevano potuto ritrarne in tanti secoli da tutte insieme le più studiose e colte nazioni. L' umano ingegno, che era stato per tanto tempo sopito ed inoperoso, sembra che abbia ora voluto rifare le perdite della passata sua oziosità, e siasi accelerato a compensare in brevi anni i lunghi secoli consumati in una vergognosa, e deplorabile inerzia. Nè facilmente potrà decidersi se debba recare più maraviglia il vedere lo spirito umano giacere per tanti secoli in uno sì scioperato sopore, ovvero l' osservarlo di poi, destato appena dal lungo sonno, avanzarsi velocemente in brevi anni con sì maravigliosa attività. Certo fanno onore all' umanità un *Galileo*, un *Cassini*, un *Cartesio*, un *Leibnitz*, un *Newton*, un *Boerhaave*, un *Morgagni*, un *Haller*, un *Linneo*; e tanti altri uomini grandi, e per così dire sovraumani, che può contare dati alle scienze nel breve corso di due secoli : e l' immenso apparecchio di tante macchine, e di tanti stromenti chirurgici, anatomici, chimici, fisici, ed astronomici fabbricati in questi due seco-

li; e la continua e non interrotta successione di tante, e sì strepitose scoperte fatte in questo tempo in tutte le scienze, provano un vigore ed una feracità dello spirito umano, che lo levano in qualche modo a partecipare del divino. No, non sarà ella, no, esausta colla produzione di tanti ingegni la fecondità della natura; non saranno, no, spossate coi replicati, e veementi sforzi di sì difficili e sublimi invenzioni le forze dello spirito umano; possiamo sperare, che seguiteranno a nascere dei *la Grange*, dei *la Place*, dei *Buffon*, dei *Bonet*, ed altri simili ingegni, come gli abbiamo presentemente (*); e che si arricchiranno più sempre tutte le scienze di utili e grandiose scoperte; nè è da temersi che dobbiamo presto piangere di vedere l' umano ingegno perdersi dietro a vane e sofistiche inezie, o giacere in una ignobile oziosità. Noi intanto, consolandoci con sì lieti augurj, prenderemo il piacere di contemplare più distintamente i progressi finora fatti in ciascuna scienza, e abbozzeremo una storia, benchè troppo leggiera ed imperfetta, di tutte.

(*) Sono poi morti tutti.

CAPITOLO I.

Delle Matematiche in generale.

8
Preminenza delle matematiche.

Quanto è diverso lo spettacolo che ci presenta la storia delle matematiche da quello che offre la storia delle altre scienze! Vedendosi in queste nascere ipotesi e sistemi, cambiarsi opinioni, succedere errori ad errori, e cogliersi soltanto di tratto in tratto qualche indubitabile verità: solo nelle matematiche cammina la mente umana franca e sicura, avanza più o meno velocemente, ma pur avanza di una in altra invenzione, e sente quasi di continuo l'inesplicabile compiacenza di far nuove scoperte. In nessuna scienza si sono presi meno abbagli che in queste, in nessuna si sono scoperte tante e sì sublimi verità; nè vedesi altrove lo spirito umano coronato di tant' onore, quanto nel correre i vasti campi delle matematiche. E forse questa preminenza, questa purezza, ed incontaminazione di errore, questa capacità di più energica e chiara dimostrazione, questa maggiore certezza ed evidenza hanno dato a quelle scienze, a distinzione delle altre, il nome di matematiche; quando dire piuttosto non vogliasi, che con-

viene ad esse tal nome, per esser state le prime discipline che insegnavansi nelle scuole, chiamate per ciò *Propedia* da *Platone* (*a*), e da *Senocrate*, *Anse della filosofia* (*b*), ovvero per essere state le prime a ridursi in certi e determinati principj, ed a levarsi all' onore di vere scienze. Noi daremo ora uno sguardo in generale sul corso delle matematiche, per seguirle poi distintamente in ciascuno dei loro rami.

9
Degli antidiluviani.

Che bei castelli in aria non avrebbe saputo fabbricare il *Bailly*, se avesse diretto agli antidiluviani l' amore che volle mostrare pei suoi atlantidi? L' artifiziosa riduzione dei numeri in unità, decine e centinaja, che vediamo già usata fin dal principio nel segnare l' età dei patriarchi, la quale, a giudizio del *Wallis*, ci mostra nel suo inventore un *grande aritmetico e protomatematico* (*c*), la divisione del tempo in giorni, mesi ed anni, *Caino*, che fabbricava città (*d*), *Jubal*, che inventava stromenti musicali, ed era il padre della scienza musica, *Tubalcain*, che lavorava ogni sorta di opere di rame e di ferro (*e*), *Enoch*, predicato inventore della

(*a*) De Rep. VII.
(*b*) Laert. in Xenocr. VI.
(*c*) Orat. inaugur.
(*d*) Joseph Ant. lib. I. c. II.
(*e*) Genes. cap. IV.

scienza astronomica non solo dagli Ebrei, ma dagli stessi Greci *Eupolemo* ed *Alessandro Polyhistore*, citati da *Eusebio* (a), il ciclo di 600 anni, l' amore delle osservazioni astronomiche, incise in due colonne, come ci narra *Giuseppe* ebreo (b), e molte altre memorie, che facilmente avrebbe potuto raccogliere da scritti genuini e da apocrifi, da tradizioni fondate e da fantastiche e immaginarie, quanti argomenti non avrebbono prestati all' ingegnoso *Bailly* per farci vedere negli antidiluviani ridotta a gran perfezione l' aritmetica, la geometria, la meccanica, l' astronomia, la musica e tutte la matematiche! Ma noi non siamo da tanto, ci fermiamo solamente nei fatti, non vogliamo innalzarci a sottili congetture; crediamo bensì che gli antidiluviani non furono privi di scientifiche cognizioni, e che essi, autori e padri delle arti e della vita sociale, lo saranno anche stati delle matematiche discipline; ma non avendo particolari e distinte notizie del loro sapere, non crediamo potervi tenere alcun fondato ragionamento. Nè più ci fermeremo sul matematico sapere del popolo degli Atlantidi, dal *Bailly* ingegnosamente immaginato, e con grande apparato di eloquenza e di erudizione sostenuto, ma combattuto poi e atterrato con tante e sì gagliar-

10 Degli Atlantidi.

(a) Praepar. evang. lib. IX. c. XVII.
(b) Ant. Jud. lib. I. c. II.

de scosse da valenti scrittori, singolarmente dall'eruditissimo *Carli* (a), che or sarebbe temerità il voler ad esso ricorrere per ricavarne l'origine delle matematiche. Lo stesso creatore *Bailly* sembra averlo di poi abbandonato, e posto in dimenticanza; mentre nel posteriore suo trattato dell'astronomia indiana cerca bensì di dare a questa un' antichità superiore a quanto immaginar possa la più erudita cronologia, ma non pensa più ai suoi atlantidi, nè cura di derivare dalle loro scuole nell'indiana le astronomiche cognizioni. Nè dovremo per questo affidarci di più alla pretesa antichità e perfezione dell'astronomia indiana, a cui poi sembra aver rivolti quel dotto astronomo i suoi eruditi vezzeggiamenti. Egli è un leggiadro mago il *Bailly*, che coll'incantatrice sua facondia ci rapisce, e trasporta dove meglio a lui piace; ed or ci fa correre alle agghiacciate regioni del settentrione per rintracciarvi l'origine delle scienze, or ci trattiene nelle amene sponde del Gange per mostrarci le più vetuste tracce delle medesime; e da per tutto ci fa credere di scoprire ciò che egli si prende il diletto di presentare alla nostra immaginazione. D'uopo è star bene in guardia contro tutte le sue proposizioni, d'uopo è lasciar calmare la fantasia agitata

11 Degli Indiani.

(a) Lett. amer. t. III.

dalla magica sua voce, d'uopo è levar l'illusione prodotta dalla seduttrice sua eloquenza; allora forse vedrassi ridotta a niente, o a mero caso quell'esattezza di risultati, che certo non può essere opera di una sì rozza astronomia, diretta soltanto ad astrologiche predizioni (*a*); allora forse si scopriranno cronologici abbagli, facilissimi a prendersi in una storia sì remota di tempo e di luogo, e sì mancante di monumenti; allora forse caderà a terra la gran macchina dell'astronomia indiana, innalzata da quel sagace architetto sopra un'ingegnosa combinazione. Più fondatamente poteva parlare dell'astronomia e di tutte le discipline matematiche degl'Indiani l'Inglese *Rabuel Burrow*, il quale vivuto per lunghi anni nell'India, e versato nei libri indiani, ha ricercato in questa parte quanti monumenti si potevano rinvenire. Egli dice di avervi trovato una carta geografica, e un trattato di geografia secondo il sistema di *Boodh*, che è quello di *Filolao*, diversità di opinioni e di sistemi nell'astronomia, seguendo alcuni i *Bramini*, che ei crede autori del tolemaico, ed altri i *Boodhiisti* del filolaico, avanzate molto fra loro l'aritmetica e l'algebra, il teorema binomiale applicato da quelli ai numeri intieri con maggiore felicità che dal celebrato moderno *Briggs*,

(*a*) V. Cassini Ac. des sc. de 1666 jusque à 1699 t. II. et VIII.

conosciuta l'attrazione newtoniana, istituite regole di astronomia che erano approssimazioni dedotte da serie infinite, o che avevano almeno tutta l'apparenza di esserlo, e problemi algebraici (*a*). Se il *Burrow* avesse pubblicato, come diceva di voler fare, ma non so che l'abbia eseguito, le traduzioni delle opere *Lilavatty* e *Beigia Ganeta*, ossia aritmetica ed algebra degl'Indiani, si potrebbe vedere con quanto fondamento innalzi egli tanto queste scienze in quella nazione. Intanto egli stesso dice che i migliori trattati antichi su tali materie sono periti, che molti dei rimasti sono imperfetti, e che in mancanza di tali libri si dee giudicare dello stato di quelle scienze fra gl'Indiani dalla forma e costruzione delle loro tavole astronomiche e da alcune espressioni inserite nelle accidentali soluzioni di alcune quistioni (*b*). Ma questi fondamenti, come ognun vede, sono troppo deboli e mal sicuri per potervi erigere un monumento delle matematiche indiane, che ce ne dia qualche ben espressa rappresentanza. Ben all'incontro il *Jones*, tutto che molto, e forse più del *Burrow*, siasi internato in quella letteratura, e cerchi di presentarla nell'aspetto più luminoso, dice espressamente che nelle scienze esatte gli Asiatici rispetto agli Europei non sono

(*a*) Asiat. Researches, vol. II.

(*b*) Ivi.

stati che bambini, e i loro più celebrati libri sono solamente semplicissimi elementi; anzi soggiunge, che avevano ben ragione *Aristotele* di dire che gli Asiatici sono nati per essere schiavi, e il poeta ateniese di presentare l'Europa come una sovrana, e l'Asia come sua donzella *(a)*. Noi altrove abbiamo abbastanza provato quanto sia incerta l'antichità dei monumenti indiani per potere da quelli derivare qualche influenza su i principj delle scienze europee. Che se diamo agl'Indiani la lode di averci mandata l'arte che or adopriamo di calcolare, ciò non è stato che nei tempi posteriori, nè troviamo negli antichi nostri maestri qualche vestigio delle matematiche degl'Indiani. Più lontani ancora si tennero i Cinesi, divisi da noi, non men che di luogo, di ogni letteraria ed anche civile comunicazione; e tuttochè vantino dal tempo di *Yao*, cioè da più di quaranta secoli, un tribunale di matematici: tuttochè da una uguale, o almeno poco minore antichità riportino osservazioni astronomiche, e geometrici teoremi, niente con tutto ciò hanno contribuito all'avanzamento delle matematiche, nè possono avere alcun diritto alla nostra riconoscenza. A più vicine contrade, ai Caldei, agli Egiziani, ai Fenicj dobbiam ricorrere per iscoprire i principj

15
Dei Cinesi.

(a) Ivi.

delle nostre matematiche. *Aristotele* li ripete generalmente dagli Egiziani, e dice *(a)* che nell'Egitto si formarono quelle scienze, perchè quivi i sacerdoti erano esenti da altre faccende ed occupazioni, e potevano perciò vacare alle meditazioni, e allo studio. *Strabone (b)* deriva bensì nei Greci la geometria dagli Egiziani, ma l'aritmetica, e l'astronomia dai Fenicj; e dice che questi erano in tali scienze eccellenti, perchè la continua mercatura, e navigazione gli obbligavano a coltivarle, come le innondazioni del Nilo fecero pensare gli Egiziani all'invenzione della geometria. *Porfirio* divide fra tre nazioni diverse questo onore letterario, e lasciando agli Egiziani l'istituzione della geometria, e quella dell'aritmetica ai Fenicj, concede ai Caldei la gloria della coltura dell'astronomia *(c)*. I Caldei infatti hanno comunicati ai posteri più lumi astronomici, che aritmetici i Fenicj, e geometrici gli Egiziani; e l'astronomia caldea non solo ebbe influenza nell'egiziana e nella greca, ma vi è gran probabilità, come crede il *Gentil* (*d*), che l'abbia anche avuta nell'indiana, e che le cognizioni astronomiche dei *Bramini* sieno loro venute dai Caldei.

13 Dei Caldei.

(*a*) Metaph. I.
(*b*) Lib. XVI.
(*c*) In Vita Pythag.
(*d*) Voy. aux Indes prem. part. ch. III.

Da questi, o dai Fenicj, ovvero dagli Egiziani passarono alcuni lampi di astronomico lume negli antichi Greci dei tempi ancor di rozzezza; e *Lino* scrisse allor della sfera (*a*), ed *Omero* ed *Esiodo* poco di poi mostrarono nei loro poemi non essere sconosciute alla Grecia le osservazioni celesti.

14 Vero principio delle matematiche.

Ma il vero principio delle matematiche non può ripetersi che dai Greci posteriori, quando si videro da questi stabiliti teoremi, fissati metodi per risolver problemi, e ridotte ad universali principj, ed a stabili leggi alcune particolari e vacillanti verità. E ciò avvenne appunto nel tempo, in cui la Grecia vantava i suoi saggi, e in cui incominciava a vedersi innalzare le filosofiche sue scuole. *Beda* vuol chiamare *Talete* creatore della fisica, e per fisica intende l'aritmetica, la geometria, la musica e l'astronomia (*b*). Ma *Beda* scrittore troppo moderno, e venuto in tempi di poca critica, non può avere in questa parte alcun peso di autorità; nè altronde possiamo noi rilevare che *Talete* desse il menomo pensiero all'aritmetica, nè alla musica. Egli però non era privo di ogni diritto per ottenere gli onori di matematico, e di alcune sue ricerche geometriche ed astronomiche ci dà notizia *Laerzio* (*c*).

(*a*) Laert. in Proem.
(*b*) Opp. tom. I. De arithm. num. Lib.
(*c*) In Thalete.

Questi cita anche col testimonio di *Apollodoro* e di *Callimaco* un *Euforbo* di Frigia, che s'intese già in geometria, e vi fece varie scoperte: e forse vorrà taluno dare anche un'assai maggiore antichità alle matematiche greche, leggendo in *Plutarco* (*a*), che *Licurgo* rigettò la proporzione aritmetica, e ritenne la geometrica. Ma *Plutarco* non parla in quel passo della teoria di *Licurgo* nello studio su le proporzioni, ma della sua pratica nel governo della repubblica. Se vero è, come vuole *Suida*, autore in verità troppo recente (*b*), che *Anassimandro* successore di *Talete* componesse un compendio di geometria, quante saranno state già a quel tempo le ricerche, e le scoperte geometriche, mentre avevano d'uopo di essere ridotte a compendio, e meritavano un abbreviatore del sapere di *Anassimandro*? Ma nondimeno la vera aurora dello splendore delle matematiche non ispuntò che dalle scuole dei pitagorici: e potremo noi dire fondatamente, che il vero principio di questo studio si dee prendere dalle meditazioni di quei filosofi. *I pitagorici*, dice espressamente *Aristotole*, autore certo il più grave, che addur si possa in questa materia (*c*), *i pitagorici furono i primi che*

(*a*) Sympos. VIII. quaest. II.

(*b*) In Anassim.

(*c*) Metaph. I.

si dedicassero allo studio delle matematiche. Essi per certo metodo generale, e per legge della scuola, non per privata curiosità, come *Talete* ed *Anassimandro*, e qualche altro filosofo della lor setta, s'applicarono alle matematiche speculazioni, e non ad una sola parte, ma a tutta quanta la matematica enciclopedia distesero il loro studio; e i pitagorici in realtà furono i primi che ottenessero, e che veramente si meritassero il nome di matematici. Così infatti vedesi in *A. Gellio* (a), che fra le varie classi di studenti, che componevano la scuola pitagorica, la seconda era quella dei matematici. Anche posteriormente narra di sè san *Giustino* martire *(b)*, che non potè mai ottenere di essere ricevuto alla filosofia dei pitagorici, nè che gli ostò altro che l'indispensabil obbligo di dover prima passare immancabilmente la trafila delle matematiche. E in verità tutta la dottrina aritmetica, e quanto sapevasi anticamente dei numeri, tutto era dovuto a *Pitagora*, tutto usciva dalla sua scuola; dalla medesima pure vennero le quistioni alquanto più ardue, e le migliori scoperte di geometria, e di astronomia, a cui non giungevano i filosofi dell'altre scuole; ed a *Pitagora*, ad *Ippaso*, e ad altri di quella setta dee particolarmente la musica l'essere sottomessa

(a) Lib. I. c. IX.

(b) Dialog. cum Tryph.

ai calcoli matematici, e di un'arte di mero sollazzo e divertimento vedersi ridotta in esatta scienza. Onde pare che assai giustamente potremo noi dire con *Aristotele*, che il principio dello studio matematico abbia a prendersi dalla scuola di *Pitagora*. E questa forse sarà stata l'unica ragione di una restrizione del nome di matematiche, invalsa nei tempi posteriori presso i greci, e presso i latini, che può sembrare strana, e fatta solamente a capriccio. Come l'aritmetica e la musica, la geometria e l'astronomia erano le scienze favorite dai pitagorici; come queste insegnavansi nella lor setta ai discepoli, che occupavano la classe dei matematici; così desse sole ottennero posteriormente nelle scuole il nome di matematiche; e tuttochè *Anassagora*, *Democrito*, *Euclide*, ed altri avessero scritto di ottica; tuttochè *Archita*, *Archimede*, *Erone*, e molti più avessero illustrata la meccanica, tuttochè *Aristotele* avesse replicate volte riportate l'ottica e la meccanica nella classe di scienze esatte, ugualmente che la musica e l'astronomia (*a*), pur queste sole coll'aritmetica e colla geometria goderono a preferenza di tutte le altre l'onorevole distinzione di entrare nel quadrivio latino, e nella greca enciclopedia, e di formare lo studio matematico di mol-

(*a*) Post. anal. I. et al.

ti secoli. Ma lasciando queste, ed altre simili disquisizioni a chi più opportunamente possa impiegarvi i suoi ozj eruditi, noi rimettendoci sul corso che seguirono le matematiche, le vedremo levare rapidi voli sull'ali dei Greci, e dalle picciole scoperte di *Talete* e di *Pitagora* innalzarsi all'analisi di *Platone*, ad arditi problemi geometrici, ed a vaste e sublimi teorie astronomiche, e le troveremo corteggiate da *Archita*, *Timeo*, *Filolao*, *Platone*, *Eudosso*, e tanti altri illustri geometri ed astronomi capaci di rendere rispettabile e chiara qualunque più bassa scienza. Tanti furono, e sì grandi questi cultori delle matematiche, tante e sì nobili le loro disquisizioni, e le felici scoperte che chiamarono tosto la curiosità degli eruditi, e fino dai tempi di *Alessandro* diedero già copiosa materia a due storie delle matematiche in varj libri distese da *Eudemo*, e da *Teofrasto*.

17 Avanzamento delle matematiche greche.

Ma tutto ciò che altro era più se non che i primi principj delle matematiche greche, e piccioli albori del pieno lume che nei seguenti tempi si sparse per quella dotta nazione? La scuola di Alessandria eretta, e sovranamente protetta dai *Tolomei* fu la feconda madre degli eroi di quelle scienze. Gli *Aristei*, gli *Euclidi*, gli *Eratosteni*, gli *Apollonj*, gl' *Ipparchi* le innalzarono a quell'onore che le fece guardare dai posteri con rispetto, e con maraviglia,

e il grande *Archimede* fu il dio delle matematiche greche, avanti il quale chinano rispettosi il capo i *Leibnitzj* e i *Newtoni*, i venerati oracoli delle moderne. Questo nobile ardore, ed intenso studio dei greci si mostrò realmente nel suo maggiore splendore sotto l'impero dei *Tolomei*, ma seguitò nondimeno a farsi ancora sentire nei secoli posteriori; e *Tolomeo*, *Diofanto* e *Pappo* possono provarci abbastanza che la scuola alessandrina non voleva sì presto abbandonare la gloriosa sua prerogativa di madre amorevole, e feconda creatrice di tutte le classi delle matematiche; e poi *Teone*, *Ippazia*, *Proclo* ed *Eutocio* mostrarono che conservavasi ancora piena intelligenza delle sublimi teorie dei greci maestri, e cognizione profonda di quelle scienze, e più recentemente eziandio *Marino* napolitano, *Isidoro* milesio, *Diocle*, *Erone*, *Filone*, *Sporo* e qualche altro che possono risguardarsi come gli ultimi avanzi di quella scuola, seppero ritrovar nuove verità, o illustrare di nuove dimostrazioni le già ritrovate, e fecero ancora spiccare qualche scintilla del fuoco creatore dei lor maestri. Ma col cadere verso la metà del secolo settimo la scuola alessandrina, si estinse anche nei Greci il genio matematico, nè più sorsero dotti inventori che recassero a quelle scienze qualche avanzamento.

Gli Arabi distruttori della scuola di Alessandria, gli Arabi conquistatori in gran parte dell'impero dei Greci, gli Arabi studiosi ed emoli del loro sapere, gli Arabi procurarono di sottentrare loro nella coltura delle matematiche, e cercarono in qualche modo di compensare col loro studio le perdite, che alle medesime avevano cagionate. Gli Arabi infatti conservarono le cognizioni dei Greci, ed anzi in alcune parti non poco le accrebbero, e le trasmisero agli Europei arricchite di parecchie loro scoperte. Erano allora gli Europei affatto sforniti di matematiche cognizioni, ed avevano d'uopo dei lumi, e degli ammaestramenti dei Saraceni per poter entrare con qualche felicità nello studio di quelle scienze. Lo studio che allor facevano più guardava l' uso degli ecclesiastici riti che la propria erudizione, o l' avanzamento dei loro studj, e riducevasi solamente a saper calcolare i movimenti degli astri, per formare un buon calendario e fissare acconciamente le feste ecclesiastiche. Le controversie agitate fino dai primi secoli della chiesa sul vero tempo di celebrare la pasqua, e l' uso di adoperare il canto, e la musica negli uffizj divini eccitarono lo studio di molti padri, per attendere alle matematiche, come utili a ben distendere i cicli pasquali, e a regolare le feste ed il canto della chiesa. Così sant' *Ippolito* studiò l' astronomia, per comporre

un canone pasquale, sant' *Agostino* scrisse di musica, ed altri padri greci e latini adoperarono tali studj per procurare maggiore decoro, e più giusto regolamento nelle feste, e nel canto degli uffizj divini. Questo spirito ecclesiastico dei santi padri, piucchè il geometrico degli *Archimedi* e degli *Ipparchi*, animò i Greci posteriori e i Latini nella lettura che talora fecero di qualche libro geometrico, e nel maneggio dell' astrolabio. E da uno studio intrapreso con sì piccioli oggetti, e con mire così ristrette qual profitto potevano ritrarre le matematiche, quelle scienze sublimi e divine destinate a condurci pei vasti campi della natura, ed a pesare i suoi corpi, a sollevarci nei cieli, e misurare il corso degli astri, e ad entrare in qualche modo a parte con Dio nel regolamento dell' universo? Vediamo un poco qual fosse in quei bassi tempi lo stato delle matematiche presso i Greci, e presso i Latini. Sbandite queste dai Greci coll' irruzione dei Saraceni, furono richiamate nel principio del decimo secolo da *Costantino Porfirogenito*, del quale dice *Cedreno* (a) che ristorò colla sua industria l' aritmetica, la geometria, la musica e l' astronomia che, per la trascuratezza, ed ignoranza dei precedenti imperadori, erano da lungo tempo perite. Ma

20
Dei Greci dei tempi bassi.

(a) Comp. hist.

non si vidè alcun frutto di questo ristoramento, nè sorse verun greco scrittore che trattasse di quelle scienze, e rinnovasse nei suoi nazionali l'antico genio di coltivarle. Venne finalmente nel secolo undecimo *Psello* il giuniore, e levò tale grido del suo sapere, che fu a piene voci chiamato dai Greci coetanei dottissimo e sapientissimo; ed è poi lodato dall'*Allazio* (*a*) come superiore a quanti Greci di quei tempi lo precederono, e lo seguirono. Ma quale è poi questo decantato sapere di *Psello*, tanto superiore alla sua età? Noi abbiamo ancora le sue opere matematiche; nè altro in esse scorgiamo che assaggiati i primi elementi di quelle scienze; ed un suo trattato astronomico, che conservasi inedito nella reale biblioteca di Madrid, e di cui ci ha dato diligente ragguaglio l' *Yriarte* (*b*), fa vedere abbastanza che tutte le mire del grande studio di *Psello* erano principalmente dirette a trovare il tempo legale della pasqua, della settuagesima e di altre feste ecclesiastiche. Non sembra che il nome e le fatiche di *Psello* facessero molti proseliti nello studio delle matematiche; e nè in quel secolo, nè nei seguenti si vide fra i Greci veruno scrittore che potesse dare qualche moto e calore a quello studio. Solo nel decimoquarto sorsero alcuni dotti che parevano voler

(*a*) De Psellis XXXIII.
(*b*) R. Bibl. Matr. codd. gr. ms. p. 175, ec.

richiamare alla Grecia le sbandite scienze, tanto coltivate dai gloriosi loro maggiori. *Barlaamo* ed *Isacco Agiro* sono forse i due greci che, dopo la distruzione della scuola alessandrina, più giustamente si sieno meritato il nome di matematici; ma a dire il vero, questi stessi quanto superavano le cognizioni geometriche dei loro coetanei, altrettanto rimanevano inferiori agli antichi i più mediocri; e il libro di *Barlaamo*, citato dal *Fabrizio* (*a*), sul vero metodo di conoscere il tempo di celebrare la pasqua, e i due d' *Isacco* riportati dal *Petavio* (*b*), per ritrovare i cicli del sole e della luna, e quindi la pasqua, la quaresima ed altri giorni ecclesiastici, mostrano chiaramente quale fosse il vero oggetto di quel loro studio. *Teodoro Metochita*, *Niceforo Gregora*, *Niccolò Cabasila* e gli altri pochi, che con qualche diligenza si applicarono a tali scienze, tutti presero di mira il ciclo pasquale, ed il calendario; nessuno tentò di entrare in più sublimi teorie, nessuno pensò ad arricchire di nuovi lumi lo spirito nmano.

21 Dei Romani.

Che se tale era lo stato di quelle scienze presso i Greci, i quali ne erano stati per lunghi secoli sì eccellenti maestri, qual miserabile strazio non avranno sofferto dai Latini, che non fecero mai pro-

(*a*) Bibl. gr. tom. X.
(*b*) Uranol.

fessione di coltivarle? Sappiamo che *Sesto Pompeo* fu in credito di matematico fra i Romani, che *C. Sulpizio Gallo* trattò delle eclissi, che scrissero intorno gli astri *L. Arunzio*, e *Giulio Cesare*, e che *Varrone* e *Nigidio Figulo* composero alcune opere matematiche. Ma che per ciò? In mezzo a tutti questi scrittori lamentavasi il giudizioso *Tullio* degli angusti confini in cui ristringevano i Romani lo studio delle matematiche, e dei pochi progressi che avevano fatto presso loro quelle scienze (*a*). Noi più non abbiamo gli scritti matematici dei romani; ma possiamo non pertanto darci a credere che non dovessero giovar molto all' avanzamento dei loro studj. *Varrone*, enciclopedico qual egli era, avrà scritto da erudito, non da geometra; e di *Nigidio Figulo*, versato anche esso in moltiplice erudizione, dice *A. Gellio* (*b*) che era di tale sottigliezza ed oscurità, che non veniva letto da alcuno. Infatti, dove mai vedesi citato *Varrone*, o *Nigidio Figulo*, od altro Romano per nuove scoperte, o nuove dimostrazioni, per osservazioni sottili, o per qualche illustrazione di alcuna parte delle matematiche? Solo *Giulio Cesare* occuperà sempre onorato posto nella loro storia, non tanto per le sue opere, benchè queste forse sieno state superiori a tut-

(*a*) Tusc. lib. I. II.
(*b*) Lib. XIX, c. XIV.

te le altre dei Romani, e certo più di tutte stimate dai Greci, quanto per la correzione del calendario, sebbene anche in questa ebbe gran parte *Sosigene*. Che se *Vitruvio*, *Columella*, *Frontino* ed altri Romani mostrano aver fatto qualche studio delle matematiche, questo serviva soltanto per la propria coltura ed erudizione, e pel più pieno possesso delle materie che prendevano ad illustrare, non per cercare alcun avanzamento di quelle scienze. Ma anche questo amor dell' erudizione cominciò a venir meno presso i Latini; e nè *Apulejo* (*a*), nè *Macrobio* (*b*), nè *Cassiodoro*, nè *Marciano Capella*, nè il vero o supposto sant' *Agostino*, nè l' enciclopedico sant' *Isidoro* danno saggio nelle loro opere matematiche di essersi innoltrati in quelle scienze più in là della mera intelligenza delle prime parole tecniche. *Boezio* può riputarsi il maestro delle matematiche dei Latini; e tale infatti lo riconobbero *Cassiodoro*, sant' *Isidoro*, *Beda* e tutti gli altri. Ma *Boezio*, con tutto il suo magistero, altro non fece che tradurre con qualche libertà le opere più elementari dei Greci, come egli stesso confessa, di quelle di aritmetica, di geometria e di musica, che ci sono rimaste, e *Cassiodoro* lo dice anche di quelle di astronomia, e di meccanica che sono peri-

22 Dei latini dei tempi bassi.

23 Boezio.

(*a*) De Mundo.

(*b*) In Somn. Scip.

te. Queste traduzioni di *Boezio*, benchè citate come libri classici e magistrali da sant' *Isidoro* e da *Beda*, i due più eruditi uomini che fossero dopo di lui, furono nondimeno nei tempi posteriori lasciate in abbandono, e quasi perdute; e noi vediamo *Gerberto* (a) che sembra menar gran festa, per aver trovati otto libri di astronomia di lui, che noi più non abbiamo, e la sua geometria. L' unico libro, in cui studiavano poi i Latini le matematiche, erano l' etimologie di sant' *Isidoro*, dal quale certo poco potevano imparare; ma quel poco che si sapeva, che riducevasi soltanto all' intelligenza di alcune voci proprie di quelle scienze, tutto attingevasi al fonte di quel santo dottore. E quì siami lecito di fare una breve riflessione in difesa di san *Gregorio*, che vanamente viene accusato come ignorante inimico delle matematiche, e barbaro sbanditore dei matematici. Al vedere questi studj in mano di sant' *Agostino*, di *Cassiodoro*, di *Boezio*, di sant' *Isidoro*, fratello di san *Leandro*, intimo amico di san *Gregorio*, e di altri vescovi, e di persone ecclesiastiche e pie, al contemplarli impiegati a regolare le feste della chiesa, ed a servire al culto divino, potrà egli mai credersi che quel gran Santo, tutto attento agli uffizj ecclesiastici, e al culto del Signo-

24 San Gregorio falsamente creduto persecutore dei matematici.

(a) Ep. VIII. Adalb. Rhem. Archiep.

re, sbandisse le matematiche, e ne proibisse lo studio? Quel santo, tanto impegnato pel canto, e per la musica della chiesa, poteva egli mai condannare le matematiche, delle quali era una parte la musica? Quel santo, zelante sostenitore delle istituzioni dei concilj, e della pratica della chiesa, avrà egli sbandita l'astronomia tenuta in gran conto dal concilio niceno, dai papi. e da tutta la chiesa, e impiegata al regolamento della pasqua, e delle feste ecclesiastiche? Se vero è in qualche senso quello che dice il solo *Giovanni* di Sarisbery, autore di sei secoli posteriore, che il santo *Mathesim jussit ex aula recedere* (a), ciò non può intendersi che dell'astrologia giudiciaria, bandita sotto lo stesso nome replicate volte dagl' imperadori, non mai del vero studio di quelle scienze abbracciato dai santi padri; e san *Gregorio*, amante della musica, e studioso della regolarità ed esattezza nel culto divino, lungi dal riputarsi inimico delle matematiche, si dovrà credere lor protettore. Ma ritornando a seguire il corso di questo studio, tra i non molti che in quei secoli lo coltivarono, altro non vediamo che *Beda*, il quale possa in qualche modo chiamarsi matematico, e porsi al lato a *Boezio*; anzi le sue opere aritmetiche, troppo superiori agli informi trattatelli

25 Beda.

(a) Policrat. lib. II, c. XXVI.

di *Cassiodoro*, di *Marciano Capella*, di sant' *Isidoro* e degli altri latini, per potersi mettere con essi al paragone, sono in qualche riguardo da anteporsi agli stessi libri aritmetici di *Boezio*, perchè entrando un poco più di questi nella parte pratica di quell' arte, possono più stimolare la nostra curiosità: e così parimente le cognizioni astronomiche di *Beda*, benchè dirette, secondo l' uso di tutti i Latini e Greci, a formare cicli pasquali, e a regolare il calendario, furono anche superiori a quelle degli altri perchè giunsero a scoprire la precessione, che era seguita negli equinozj dopo il concilio niceno, e il bisogno che vi era di riformare il calendario. Ma questo studio di *Beda*, più riguardato come ecclesiastico che come scientifico, non era abbastanza efficace per ispirare negli animi dei Latini l' amore delle matematiche; nè vediamo dopo di lui che qualche calendario un poco più esatto dei volgari e comuni (a), e i superficiali trattati del quadrivio di *Alcuino*, che possano in qualche modo riputarsi come frutti dei suoi lumi.

26
Influenza degli Arabi nelle matematiche degli europei.

Il vero principio del nostro studio matematico venne dagli Arabi, come altrove abbiamo provato assai lungamente. Se *Gerberto* trovò in Ispagna un maestro di matematiche nel vescovo *Ai-*

(a) V. Ximenez Intr. istor. del vecchio e nuovo gnomone.

tone, uno scrittore di Aritmetica in *Giuseppe*, ed altro di astronomia in *Lupito*; se moltissimi furono gli scritti matematici degli Spagnuoli, dei quali restano ancora parecchi volumi nella biblioteca di Toledo, come dice il *Burriel* (*a*); se corsero dentro e fuor della Spagna con particolare credito di dottrina la fama e le opere di *Giovanni* di Siviglia; se in Ispagna si composero le tavole alfonsine, che quantunque inesatte e imperfette, furono pure la sorgente dell'astronomia degli europei; tutti questi sono frutti del magistero, e dell'influenza letteraria dei Saraceni. Non da *Beda*, nè da *Alcuino*, ma dagli Arabi vollero imparare le matematiche *Atelardo goto*, e il *Morley*; ed al medesimo fonte attinse posteriormente le sue cognizioni fisiche e matematiche il celebre *Ruggero Bacone*, che può in qualche modo riguardarsi come l'onorato padre dei molti e nobili fisici, e matematici, che ha poi prodotti alle scienze l'Inghilterra. Da *Alfragano* e dagli Arabi, e dalle arabiche traduzioni dei Greci formò *Giovanni* di Sacrobosco la celebrata sua *Sfera*, che è stata per tanti secoli riguardata come l'opera classica dell'astronomia degli Europei; ed egli inoltre non giovò forse meno all'avanzamento delle matema-

27 Degli Spagnuoli.

28 Degli Inglesi.

(*a*) Carta al P. Rabago, e Paleogr. Espan.

tiche col propagare che fece l' aritmetica degli Arabi. A chi dee l' ottica, se non agli Arabi, il vedersi gloriosamente collocata nella classe delle matematiche ? Tuttochè illustrata da *Euclide*, e da altri Greci, giaceva nondimeno esclusa dalla greca enciclopedia, e dal quadrivio latino, e sarebbe rimasta sconosciuta dagli Europei, se non era *Vitellione* che istruito nelle arabiche scuole, e pieno della dottrina di *Alhacen*, la facesse loro conoscere e gustare. Dagli Arabi parimente derivano i progressi delle matematiche nella Germania, dove si sono veramente formate e cresciute in scienze perfette. Non fu egli quando *Gerberto* ritornò dalla Spagna istruito nelle arabiche discipline, che si videro quèste coltivate nella Germania? Frutto certamente di quell' istruzione riputare si possono non solo le varie opere geometriche, astronomiche e di ogni sorta che compose *Gerberto*, ma lo zelo eziandio che egli mostrò nelle sue lettere per la promozione di tali scienze, e l' ardore che accese l' animo dei Tedeschi per la coltura delle medesime. Lo stesso imperadore *Ottone* scrisse a *Gerberto*, pregandolo di comunicargli i suoi' lumi su l' aritmetica. Il vescovo di Utrecht *Adelboldo* indirizzò a *Gerberto* già papa un opuscolo su la maniera di ritrovare la grossezza di una sfera. Scrisse poco di poi nel se-

29 Dei Tedeschi.

colo undecimo *Ermanno Contratto* su la quadratura del circolo, su la misura, e su l'utilità dell' astrolabio, e su le eclissi e su altri punti astronomici, e in tutto fece grande uso delle arabiche cognizioni, e mostrò quanto fosse allora generale il magistero dei Saraceni. Fece fare *Federigo* secondo molte traduzioni dall' arabo, sì di autori Greci che di Arabi, e rese così più comuni e più estese le notizie di quelle scienze, che prima erano troppo ristrette e confinate in pochissimi particolari. Vennero quindi *Alberto Magno*, venerato per molti secoli, e non senza ragione, per un portento di cognizione della natura, e *Giordano Nemorario*, stimato anche in tempi più illuminati; e si andò in tal guisa preparando la Germania a produrre col tempo il *Purbach*, il *Regiomontano*, il *Copernico*, che possono guardarsi come i veri ristoratori dell' astronomia, e di tutto lo studio matematico. Questo non dee meno all' Italia che alla Germania, e l' Italia più anche che la Germania ricevè i primi suoi lumi dalle scuole dei Saraceni. *Gherardo* carmonese o cremonese che fosse, fu certo discepolo nelle matematiche degli Arabi nella Spagna, e maestro nelle medesime degli Italiani, e di altri Europei, e la sua *Teorica dei Pianeti* fu per molti secoli, come la *Sfera* di *Giovanni di Sacrobosco*, il libro copiato e ricopiato, letto e studiato da tutti gli a-

30
Degli Italiani.

stronomi, come dice lo stesso suo impugnatore, il *Regiomontano* (a). Assai maggiore fu il merito di *Campano* di Novara, non tanto per la sua *Teoria dei Pianeti*, stimata anche essa come quella di *Gherardo*, e come la *Sfera* di *Sacrobosco*, quanto pei suoi *Commentarj su gli Elementi di Euclide*, studiati anche nei tempi più illuminati, e lodati, e in gran parte abbracciati dal celebre *Clavio (b)*, e citati con istima anche posteriormente dal sublime geometra *Viviani (c)*. E *Campano*, come tutti i matematici di quei secoli, andò, se possiamo stare al testimonio del *Montucla* (d), ad apprendere dagli Arabi o certo imparò dai loro libri le matematiche cognizioni; seguì in tutto la tradizione di questi, come osserva lo stesso *Clavio* (e), e ci diede l'*Euclide*, che egli prese da loro, e fu in ogni cosa un matematico arabico. *Campano* e *Gherardo* giovarono certamente colle loro opere all'avanzamento di quegli studj. Ma che sono questi lor meriti rispetto al grande e singolare di *Leonardo* di Pisa, di avere introdotta l'algebra nell' Euro-

31 Campano di Novara.

32 Leonardo di Pisa

(a) Disput. contr. crem. in plan. theor. deliramenta.

(b) Comment. in Euclid. Praef.

(c) In Aristaeum. Praef.

(d) Hist. des Math. tom. I. part. III. lib. I.

(e) Idid.

pa? Sconosciuta era l' opera di *Diofanto*, perduti i commentarj d'*Ipazia* e di altri greci, e perita affatto ogni idea di tale scienza: se noi ora abbiamo una algebra, se questa è feconda madre delle più sublimi scoperte, se è divenuta il più utile ed opportuno strumento per l' avanzamento delle scienze, e per la coltura dello spirito umano, tutto deesi agli Arabi, che coi lumi di *Diofanto* formarono quest' arte, ed a *Leonardo*, che avendola imparata dagli Arabi, la comunicò generosamente ai suoi nazionali. Quindi toscana fu l' algebra per molto tempo, e poi si sparse pel resto dell'Italia, e divenne comune a tutta l' Europa; e questa, più ancor che l' ottica, è un ramo delle matematiche che ha resi agli Europei copiosi frutti, ma che essi deggiono riguardare come intieramente dovuto alla penetrazione e al sapere dei musulmani. Professiamo dunque gratitudine e riconoscenza agli Arabi nostri maestri, e ripetiamo dalle loro scuole, dai loro scritti, dalle loro traduzioni la prima origine delle nostre scienze, e il vero ristoramento delle matematiche. Ma qualunque fossero i progressi fatti dagli Europei coi lumi degli Arabi, quelli non furono che le prime mosse ancor languide e lente che presero i loro studj; nè erano da sperarsi notabili avanzamenti col solo ajuto di tali guide. Ai Greci padri e creatori di quegli studj, ai Greci

33 Ristoramento delle matematiche.

maestri degli Arabi e dei Latini, ai Greci possessori del vero sapere, ai Greci bisognava attenersi per potersi innalzare a sublimi e rapidi voli. Gli autori greci che allor maneggiavano gli Europei, tutti venivano dalle mani dei musulmani; gli *Euclidi*, o i *Tolomei*, che studiavano, non erano quei matematici Greci che tanti bei lumi avevano dati ai lor nazionali, ma erano, per così dire, scrittori arabici, divenuti tali nelle arabiche traduzioni, dalle quali si erano fatte le latine. D' uopo era dunque ricercare gli autori greci negli stessi fonti, studiarli nel proprio loro idioma, e tradurli dal testo originale. E questo incominciarono a fare nel secolo decimoquinto i Tedeschi e gl'Italiani. Sarebbe impresa non men nojosa e molesta ai lettori, che difficile e faticosa per noi il voler tessere un catalogo dei moltissimi traduttori, che recarono dal greco in latino i matematici greci; il solo *Montucla*, che pure suol esser parco in tali enumerazioni, ne riporta più che non bisogna, per mostrare che ne fu soverchia dovizia: e noi soltanto diremo che il *Regiomontano*, il *Maurolico*, il *Commandino* furono i più stimabili, che quasi tutti i migliori matematici di quei tempi divennero anche i migliori traduttori, e che alle traduzioni che allor si fecero dal greco, si debbono riferire i rapidi progressi che sono poi venuti sì pienamente alle ma-

tematiche. Tanto giova in queste non solo la proposizione delle verità, ma forse più ancora la forma e maniera di proporle, la connessione, e l' ordine nell' esposizione, l' eleganza, chiarezza e forza nella dimostrazione.

34
Avanzamenti delle moderne matematiche.

E in verità quale immenso salto non videsi dai pochi e deboli matematici dei bassi secoli a quegli egregi e valenti eroi, che in tanta copia si sono presentati dopo la più intima conoscenza e domestichezza coi Greci maestri? Il *Regiomontano* può dirsi il primo autore di questa felice rivoluzione; nuova schiatta di matematici si vide sorgere dopo di lui di altra immaginazione, di altro ingegno, di altro ardor di ricerca, di altro spirito d' invenzione, che sembravano avere un' altra anima, ed essere di un' indole, e di una natura diversa da quella dei precedenti. Più monta un solo *Copernico*, un *Ticone*, un *Vieta*, un *Galileo*, un *Keplero*, che quanti Latini, Arabi e Greci sono fioriti dopo *Tolomeo*, *Diofanto* e *Pappo*. Anzi non solo con questi, ma cogli stessi antichi Greci loro maestri cominciarono nel secolo decimosesto a gareggiare i moderni, e disputare loro il matematico principato, di cui erano stati per tanti secoli in tranquillo e pieno possesso. E perchè non potevano *Ticone* e *Galileo* guardarsi come superiori ad *Ipparco* ed a *Tolomeo*? Non emularon eglino il *Vie-*

CAPITOLO II.

Dell' Aritmetica.

35
Origine dell' aritmetica.

Qualunque sia stato il primo popolo illustratore dell' aritmetica, o l'Egitto, come credevano *Platone (a)*, *Ecateo* ed *Aristagora (b)*; o la Fenicia, come dicono *Strabone (c)*, *Porfirio (d)*, e *Proclo (e)*, e come pare più naturale, atteso il maggior bisogno che aveva di aritmetiche calcolazioni pel suo commercio; o qualsisia altro popolo che possa pretendere quest' onore, noi certo più non abbiamo alcuna notizia nè della origine di questa scienza, nè dei primi suoi progressi. Sappiamo soltanto, come già al suo tempo osservò *Aristotele (f)* che quasi tutte le nazioni con maravigliosa uniformità sono convenute in ridurre il conteggio ad uno stesso sistema di numerazione, e in abbracciare quasi tutte la decupla progressione. Di che cercan-

(*a*) In Phaedro.
(*b*) Laert. in Proem.
(*c*) Lib. XVI.
(*d*) In Vit. Pythag.
(*e*) Comm. in Eucl.
(*f*) Probl. XV.

do il citato *Aristotele* la ragione, crede potersi congetturare che sia nata tale decupla numerazione dal cominciare che tutti fanno comunemente a contare su le dita delle mani, le quali essendo soltanto dieci possono avere dato luogo a tale combinazione (*a*). Sul qual proposito opportunamente riflette l'**Hervas** nella sua *Aritmetica delle nazioni* (*b*), che varj popoli americani danno il nome di una mano al numero cinque, e di due a quello di dieci; anzi soggiunge per maggiore conferma, che quei pochissimi che contano per ventine, quasi tutti sono selvaggi, i quali avendo ignudi anche i piedi, possono aggiungere le dieci dita di questi a quelle delle mani, e formare così il vicenale conteggio. Il fatto è, che non solo i popoli conosciuti al tempo di *Aristotele*, il quale ne eccettua soltanto uno dei **Traci**, che non sapeva passare oltre il quattro, ma anche quasi tutti gli altri scoperti posteriormente seguono un tal sistema di numerare. E questà universalità può provare assai chiaramente non essere stata questa un'invenzione aritmetica di *Pitagora*, come taluno vorrebbe credere, ma una più antica e generale tradizione, fondata in qualche ragione della natura, quale potrebbe giustamente

(*a*) Ibid.
(*b*) Art. I.

36 ritmeti- di Pi- gora.

credersi la sopraccennata di *Aristotele*. *Pitagora* è bensì stato il primo che sappiamo aver fatto studio su le diverse combinazioni dei numeri; ed egli che recò molta perfezione a tutta la matematica, si dedicò singolarmente a quella sua parte che è l'aritmetica, come leggiamo in *Laerzio* (*a*). Che se i critici possono aver ragione di dubitare che egli scrivesse dei numeri, come vogliono il *Malala* (*b*), sant' *Isidoro* (*c*) e il *Cedreno* (*d*), certo è nondimeno, che molte cose insegnò ai suoi discepoli intorno a questa materia, e che la dottrina dei numeri tutta è pitagorica. Vero è, che l'aritmetica di *Pitagora* era in gran parte simbolica e misteriosa, e che troppo egli si occupava nel dare ai numeri molti sensi allegorici. Il *Meursio* (*e*), dietro la scorta di altri non pochi, ha raccolti varj sensi, che ad ogni numero davano i pitagorici; e fa in verità maraviglia che uomini grandi, quali erano certamente *Pitagora* e molti dei suoi seguaci, potessero perdersi dietro a sì vane immaginazioni. Pur nondimeno l'esaminar tanto i numeri, il contemplarli, il rivolgerli, il combinarli doveva far nascere varie utili

(*a*) In Pythag. XI.
(*b*) Chron. t. I.
(*c*) Orig. III, c. II.
(*d*) Comp. hist.
(*e*) De denario Pythag.

speculazioni; e se vani furono quegli studj per la sognata lor teologia, servirono all' aritmetica, per scoprire molte curiose ed interessanti verità, che senza tali ricerche sarebbono per molto tempo sconosciute e nascoste. Alcuni vogliono che *Pitagora*, veneratore della *tetratti*, o del numero quadernario, contasse soltanto su quattro numeri, ritornando all' unità dopo i quattro, come noi usiamo coi dieci. E infatto il *Weigelio* (a), il *Wallis* (b), ed alcuni altri hanno cercato di far tutti i conti coll' uso di soli quattro numeri, e di formare un' aritmetica quaternaria, quale credeva il *Weigelio* che fosse stata la pitagorica. Ma come che ingegnose sieno e lodevoli queste combinazioni, non sembra però che possano fondatamente attribuirsi a *Pitagora*, il quale, per quante memorie ci rimangono degli antichi, adoperava, come noi, dieci numeri, e trovava non solo nei quattro primi, ma eziandio in tutti gli altri curiosi e particolari misterj. Che se con qualche distinta considerazione riguardava il quadernario, ciò sarà stato soltanto, perchè nei primi quattro numeri, in guise diverse combinati, si possono trovare tutti i dieci, non perchè egli si fermasse nei soli quattro senza adoperare gli altri. Se *Pitagora* avesse contato soltanto con quattro numeri, è egli credibile, che

57
Tetratti pitagorica.

(a) Tetract. Pythag.

(b) App. tom. I.

Aristotele non l'avesse accennato, dove, cercando (*a*) le ragioni per cui tutti generalmente adoperino i dieci numeri, altro non ne eccettua che un popolo della Tracia, il quale usava appunto di soli quattro, ma per rozzezza e stupidità? Egli pure cita in quel luogo i pitagorici, ma per una ragione affatto contraria, e che suppone il conteggio pei dieci numeri. *Archita* tarentino, celebre pitagorico, scrisse un' opera citata da *Teone* smirneo col titolo *Della decina*, Περί δέκαδος; e *Boezio* (*b*) dice che, per l'amore che portava *Pitagora* verso il numero decennario, *Archita* pitagorico costituì dieci predicamenti. Tutto questo prova abbastanza, che non il numero quadernario soltanto usasse *Pitagora*, ma che seguisse come tutti gli altri il decennario. Un passo di *Boezio* alla fine del primo libro della geometria sotto il titolo *Euclidis Megarensis Geometria ab Anitio Severino Boetio translata*, ci narra l'istituzione dell'abaco inventato dai pitagorici, ed ha fatto credere a molti che questi avessero conosciuto, ed usato le cifre e l'aritmetica arabica. « I pitagorici, dice *Boezio*, per non fallare nelle » moltipliche, nelle divisioni e nelle misure (così pare » che debba intendersi il *podismis*) come erano in » tutto ingegnosissimi e sottilissimi, immaginarono una

8 o pi- ico.

(*a*) Probl. XV.

(*b*) Arith. lib. II. c. XLI.

» certa formola, che per onore del loro maestro » chiamavano *Tavola pitagorica*, e che gli altri » dicono *Abaco* ». Quindi, riportata questa tavola, entra a spiegare la maniera, con cui l'usavano, e dice che avevano certi apici diversamente formati, o certi caratteri che corrispondevano ai numeri, e che posti in diverse linee, facevano nascere maggiore o minor numero. Da questa tavola, e da questa dottrina vogliono molti riconoscere presso gli antichi le cifre da noi dette arabiche, e l'uso dell'arabica aritmetica. Infatti in molti codici antichi si riporta una tavola colle cifre arabiche assai espresse; e la dottrina che per l'uso di quella tavola adduce poi lo stesso *Boezio*, vuolsi da molti pienamente convenga alla nostra forma di conteggiare. Ma è egli poi così realmente? e da quella tavola, e da quel passo si può egli chiaramente conchiudere l'uso delle cifre e dell' aritmetica arabica? Tre copie diverse ho vedute di tale tavola, prese da tre diversi codici antichi, uno della Vaticana del secolo decimo num. 3123, altro dell'Ottoboniana Vaticana del decimoterzo num. 1862, e il terzo della Barberina del duodecimo num. 830, e tutte intieramense diverse dall' abaco comune, o dalla tavola impressa nell' edizione di Basilea, e tutte altresì fra lor discrepanti, nè in modo alcuno coerenti coll' aggiunta dottrina dello

39 Cifre numerali non conosciute dai pitagorici.

stesso *Boezio*. Vedonsi in esse sulla prima riga i numeri somiglianti agli arabici, ma su le altre non trovansi che i romani, con qualche lettera che può parer greca, e con certi segni, che non sono più per noi intelligibili. I numeri della prima riga sono accompagnati da certi nomi, come *Igin*, *Andras*, *Ormis*, *Arbas*, *Quimas*, *Caltis*, *Zenis*, *Zemenias*, *Scelentis*, che hanno dell'arabo e dell'ebraico, e che possono credersi alterati dagli arabici, ma che non portano la più piccola somiglianza coi greci. L'ordine stesso, e la collocazione dei numeri da destra a sinistra mostra tosto un'origine orientale. E tutto prova che la tavola descritta nei codici di *Boezio*, non è certamente dei discepoli di *Pitagora*, nè anche dello stesso *Boezio*, ma introdotta posteriormente da chi aveva ricevute dagli Arabi, o dagli Ebrei, loro discepoli, le arabiche cifre. Infatti in altri codici non vedonsi tali cifre, ma soltanto i caratteri romani, come di alcuni asserisce il *Wallis* (*a*), e come osservasi in una simile tavola, che vedesi in un codice della Laurenziana, che contiene non già l'opera di *Boezio*, di cui ora parliamo, ma la sua piccola geometria col titolo *Liber de Geometria*, assai più estesa però che la stampata, arricchita di figure geometriche, e accresciuta di tre libri. Che

(*a*) In Alg. cap. IV.

se al principio del sopraccitato codice della Barberina si uniscono a quelle note, ed all' alterato loro nome orientale le corrispondenti lettere greche, come mi fa osservare il ch. abate *Marini* in un suo foglio, questo non prova che dalle lettere greche sieno derivati i numeri arabici, come l'*Uezio* (a), e qualche altro hanno preteso, ma soltanto che volle il copista farvi mostra della sua erudizione, facendo vedere che sapeva anche quali fossero i greci segni di tali numeri; poichè in tutto il resto di quella tavola non più si adoprano i greci caratteri, nè vedonsi che i romani. Nè più so intendere che la dottrina aggiuntavi di *Boezio* si possa adattare all' aritmetica arabica. Come fare in questa a spargere come polvere quelle note nelle moltipliche e nelle divisioni, come ei dice, che facevano i pitagorici? Che dire poi del diligente esame che egli richiede, per sapere a quale pagina debbano aggiungersi i diti, o sieno le unità, a quale gli articoli o le decine? Che di quei moltiplicatori singolari, deceni, centeni ec., e dei diversi loro diti ed articoli? Qual uso potremo noi fare di tutta questa dottrina nelle moltipliche e divisioni? Come adattare una sola linea di tutto quel passo al nostro modo di conteggiare? Quan-

(a) Demonstr. evang. prop. IV.

to più prendo ad esaminare tutte le parole del testo di *Boezio*, tanto più lo ritrovo mal inteso da chi vuole quivi riconoscere l'aritmetica arabica. Prova, a mio giudizio, evidente di non averne parlato *Boezio* è il vedere, che sant' *Isidoro* che conosceva le sue opere, dice bensì (*b*), che le lettere presso i Greci compongono le parole, e fanno i numeri, ma niente accenna mai delle cifre; che *Beda*, erudito aritmetico e versatissimo nelle opere di *Boezio*, parla dei numeri e delle note numerali, ma soltanto delle sette lettere romane colle sapute combinazioni, niente mai dice delle cifre volgari, niente dell' or riferito passo che avrebbe certo dovuto citare, se portasse questo una dottrina affatto diversa dalla spiegata da lui negli aritmetici suoi opuscoli; e che niuno in somma di quanti dopo *Boezio* scrissero di note romane e di aritmetica, non fece mai motto di tali cifre, nè pensò mai di riportare quel passo. Il vedere or un numero, or *dito*, or *articolo*, o, come spiega lo stesso *Boezio*, or unità, or decina, ha abbagliati tali scrittori, ed ha fatto lor credere di riconoscervi, come nelle nostre cifre, lo stesso numero levato a decina coll' aggiunta di un zero e a centinajo con due. Ma quanto è diverso il senso di

(*a*) Orig. lib I. c. III.

Boezio, e quanto lontana dalla nostra pratica la dottrina per noi inutilissima, e per gli antichi non molto interessante di tutto quel lungo passo! Questa sembra soltanto diretta ad insegnare dove debbano riporsi nei diversi moltiplicatori, e moltiplicandi le unità e le decine, i diti e gli articoli, e che se il 2, per esempio, moltiplicherà dieci, sarà il dito nelle decine, e l'articolo nelle centinaja; ma se moltiplicherà cento, sarà il dito nelle centinaja, e l'articolo nelle migliaja, e così di tutti gli altri; dottrina, che poteva forse giovare all'intelligenza dell'aritmetica digitale, nella quale occupavansi gli antichi, come si vede in *Beda* (*a*) e in altri scrittori, ma che niente serve alla dotta pratica delle moltipliche e divisioni, nè al buon uso della tavola pitagorica, quale viene spiegata da altri scrittori, e quale è conosciuta da tutti comunemente. Onde sembra potersi conchiudere, senza taccia di temerità, che non è stato bene inteso da tali scrittori il passo di *Boezio*, nè giustamente spiegata, e forse nemmen capita dallo stesso *Boezio* la tavola pitagorica, alla quale per nessun conto conviene l'aggiunta sua dottrina; ciò che non dovrà fare gran maraviglia a chi abbia qualche superficiale cognizione delle opere dei Latini in

(*a*) De loq. per gest. dig. etc.

queste materie. Ma ad ogni modo però da questo passo di *Boezio*, come da altri scrittori, possiamo vedere che, se non sono i pitagorici gl' inventori delle nostre cifre, ad essi certo deesi realmente riferire l' invenzione dell' abaco, che di tanto uso è stato per le operazioni dell' aritmetica, e che a *Pitagora* ed ai pitagorici è debitrice quella scienza dei maggiori suoi progressi. Non parlerò delle opere aritmetiche di *Telauge (a)*, di *Archita* e di altri pitagorici riportate dal *Fabrizio (b)*, le quali certo avranno molto giovato a rendere più comuni i lumi di quella scienza, ma che sono perite. Noi vediamo ancora in *Platone*, seguace anch' esso della dottrina di *Pitagora*, a quante sottili ed utili combinazioni si fossero già a quel tempo innoltrate le speculazioni degli aritmetici. Il celebre arabo *Alkindi*, che molto scrisse su l' aritmetica, ci diede un' opera in particolare su i numeri armonici riportati da *Platone* nel solo *Timeo (c)*; e questo inoltre nel *Teeteto*, e in molti altri dialoghi fa vedere il possesso che allor avevasi della dottrina delle proporzioni, e di molte numeriche operazioni. *Aristotele* pure, anche in opere dove meno sembra che si debbano aspettare, fa sovente allusioni e richiami alle dottrine a-

40 Greci aritmetici.

(*a*) Suid. in Thelauges.

(*b*) Bibl. gr. lib. II. c. XIII.

(*c*) Arab. phil. bibl.

ritmetiche, e ci mostra assai chiaramente quanto esse fossero fin d'allora conosciute, e comuni presso i Greci suoi lettori. Da tutto questo potrassi giustamente dedurre, che già a quei tempi avrà data quella scienza degno argomento a più libri di storia, come infatti sappiamo essersene scritti alcuni da *Eudemo*, e da *Teofrasto* (a). Ma la prima opera che noi abbiamo da potersi realmente dire aritmetica, venne dopo *Eudemo*, e *Teofrasto*, e sono alcuni libri degli elementi di *Euclide* (b), i quali versano intorno a questa materia, e provano quanto fin da quel tempo si fosse avanzata tale scienza, quante ingegnose ed utili combinazioni si fosser già fatte su le proprietà dei diversi numeri, e delle varie proporzioni, e dei moltiplici risultati che ne derivano, e quante giuste ed avvedute regole si fossero prescritte per ritrovare i richiesti numeri, e misurare le proposte quantità.

41 Euclide.

Una luminosa prova dei progressi di quella scienza diede poco di poi *Archimede*. Il suo *Psammite*, ossia del numero dei grani di arena, è uno sforzo di aritmetica, in cui a disinganno degl' ignoranti di tali materie, i quali credevano non esservi numeri abbastanza per esprimere la quantità dei grani di arena, che si trovano nelle spiagge del ma-

(a) Laert. in Theoph.
(b) VII. VIII. IX.

taggiosa per l'avanzamento dell'aritmetica è stata la dottrina di *Diofanto*, il *Leibnitz* o il *Newton* degli antichi in questa parte. Egli non fermasi, come *Nicomaco*, a spiegare le proprietà dei numeri diversi, ma supponendo in brevi definizioni le dottrine teoriche degli aritmetici, entra nella pratica, e corre di volo di questione in questione, sciogliendole tutte con sodezza ed acutezza d'ingegno, e spargendo copiosi lumi per la risoluzione di molte altre. Ad ogni libro si va innoltrando in ricerche più ardue e difficili, e accennando, nelle sue dottissime soluzioni, ingegnosi e sicuri metodi di spiegarle; e noi dobbiamo tanto più dolerci della perdita dei sei libri che mancano, quanto che, per quelli che esistono, più fondatamente possiamo credere, che vi si trovassero molto più oltre distesi i confini dell' aritmetica. Certo egli è, che in nessuno degli antichi si vede quella sciolta franchezza, quel pieno possesso, quell' occhio acuto e sicuro per volgere e rivolgere a suo grado le questioni di scienza, che osservasi in *Diofanto*. Ma la sua aritmetica è algebraica, e noi dovremo tornar a parlarne al trattare dell' algebra. Dopo *Diofanto* poco più abbiamo in questa materia che un frammento di *Teone* smirneo, il quale più serve per intendere gli scritti di *Platone* e degli altri antichi, che per far avanzare l'aritmetica; e alcuni pezzi dei primi libri delle *Raccolte matematiche* di *Pappo*, dove

43 Diofanto.

le dottrine aritmetiche degli antichi dottamente riportansi. Onde a *Pitagora* ed ai pitagorici, ad *Euclide*, ad *Archimede*, ad *Eratostene*, a *Nicomaco* e a *Diofanto* possiamo noi giustamente riferire tutta la dottrina aritmetica dei Greci.

44 Aritmetica dei Latini.

Questa stessa servì eziandio pei Latini, i quali non avevano la miglior opera aritmetica di quella di *Boezio*; e questa, come egli stesso confessa (a), non è che la dottrina, ed anzi l'opera stessa di *Nicomaco*, tradotta in latino liberamente, ed or abbreviata, or distesa, secondo che meglio a lui piacque, per darci la giusta intelligenza della materia; della quale opera di *Nicomaco* avevano anche prima un' altra traduzione i Latini, dovuta all'africano *Apulejo*. Nè *Marciano Capella*, nè il vero o falso *Agostino*, nè *Cassiodoro*, nè sant' *Isidoro*, nè verun altro di quei Latini che, per formare il loro *quadrivio*, scrissero trattati dell'aritmetica non meritano di essere collocati fra gli scrittori di quella scienza. Solo il celebre *Beda* sul principio del secolo ottavo trattò dei numeri, e della maniera di conteggiare, propose quesiti numerici, e ne diede le soluzioni, e scrisse in modo di quelle materie, che potè aiutare lo studio di chi volesse apprendere tale arte, e dar qualche lume alla nostra curiosità per ravvisare dopo tanti secoli

(a) Arith. praef.

le operazioni aritmetiche degli antichi. Questi avevano anche in uso un' arte detta *dattilonomia*, abbandonata poi da' moderni, quella cioè di contare colle dita, adoperando invece dei caratteri le varie inflessioni, e situazioni di queste, e formando così vari calcoli; della qual arte sopra tutti gli antichi scrisse più distintamente il medesimo *Beda*, ed è stato poi seguito dal *Nebrissense* (*a*), dal *Wover* (*b*) e da altri moderni.

45 Aritmetica degli Arabi.

Più assai che a *Beda* e a tutti i Latini, dee l'aritmetica agli Arabi, unici posseditori per molti secoli delle matematiche cognizioni. Infiniti sono i Saraceni che illustrarono coi loro scritti tali materie, ed ottennero in esse singolar nome. Gran grido levò *Thèbit ben Corrah*, e le sue opere aritmetiche dei numeri poligoni, e di quei che si moltiplicano all'infinito, della proporzione composta, e dell' epitome dei libri di *Nicomaco* erano studiate come magistrali e classiche in quella scienza. *Abi Abdalla Moamad* fu chiamato per distinzione l' *aritmetico*. *Abu Barza* ottenne particolarmente il nome di *calcolatore*, si distinse sì nella cognizione e scienza dei numeri, che nell'arte di maneggiarli, e nell' erudizione che spetta i medesimi, e non solo seppe vedere le proprietà e le ragioni dei numeri, ma immaginò al-

(*a*) De digit. supput.

(*b*) Polymath.

tresì nuove maniere di combinarli, ed arricchì di nuove notizie e di nuovi metodi l'aritmetica. Noi adoperiamo ancora nei nostri calcoli la regola di *falsa posizione*, detta anche di *elcatain*, nella quale, prendendo ad arbitrio un numero, e vedendosene il risultato, si fa poi la regola di tre, e si ritrova il vero numero che si cerca; e questa regola è dovuta agli Arabi, come dal nome stesso apparisce, e come attesta *Luca di Borgo* (*a*), il quale dietro a *Leonardo* da Pisa la riporta come arabica invenzione unitamente ad alcune altre su le stesse materie. Ma la maggiore obbligazione della nostra aritmetica verso i Saraceni viene dall'introduzione, che loro deesi, delle cifre numerali e della maniera di adoperarle: sarebbe ancora imperfetta e balbuziente l' aritmetica pratica, se non avesse la speditezza e l' aiuto di tali cifre. Dove è da avvertire, che non sono i segni o le figure soltanto, che hannosi a considerare nelle cifre: è il facil uso, è lo spedito maneggio, è il chiaro e sicuro metodo di fare con esse le più difficili operazioni che rende utile, pregevole ed interessante la loro invenzione. La vastità e la copia delle materie non ci permette di tessere quì una breve storia dei segni numerali degli antichi, la quale, benchè non inopportuna al presente trattato, potrebbe non-

46
Cifre numerali venuteci dagli Arabi.

(*a*) Somm. di Aritm. e di Geom.

dimeno parere più filologica che matematica; e l'abbiamo già assai ampiamente distesa dal *Beveregio* (a) e da altri, sebbene forse si potrebbe ancor aggiungere ai lor trattati qualche notizia, e qualche non inutile riflessione.

Verremo dunque dirittamente alle cifre, da noi ora chiamate arabiche, che deono più interessare la curiosità dei matematici. Noi abbiamo parlato altrove con tanta diffusione di questo punto (b), e tante ragioni e tanti monumenti abbiamo addotti per provare, che le cifre sono venute dagl' Indiani, e per mezzo degli Arabi trasmesse agli Europei, che oziosa cosa sarebbe il ritornare ora su questa materia, se non fossero, quasi contemporaneamente alla nostra stampa, usciti a sostenere un' origine diversa di quelle cifre due celebri scrittori, il *Villoison* (c) e l' *Adler* (d), e non fossero stati lodati e seguiti da altri. Tutto il fondamento di questi scrittori si appoggia agli argomenti della *Dissertazione matematico-critica* di un anonimo, stampata nella *Raccolta calogeriana* in Venezia 1753 (e), ed è da far maraviglia come ragioni sì deboli, e ta-

47
Non dai Romani.

(a) Aritm. chronol. lib. I.
(b) Tom. I, cap. X.
(c) Anecd. gr. ec. p. 152, ec.
(d) Mus. Cuf. Borg. p. 87, ec.
(e) Racc. di Opusc. ec. tom. XLVIII.

lor anche false abbiano potuto indurre uomini veramente eruditi ad una sì decisa asseverazione. Nelle sigle lapidarie e nelle note librarie, dice l' anonimo, adoperavano gli antichi quelle cifre. Sì; ma basta leggere *Valerio Probo* e i molti antichi, che per sette e più secoli scrissero intorno all' interpretazione delle note romane, i quali si riportano nella *Raccolta dei grammatici latini* del *Gotofredo*; basta leggere il *Nicolai*, l' *Orsato* e gli altri moderni, che spiegano le sigle lapidarie degli antichi; per conchiudere, che non può ragionevolmente addursi a questo proposito l' esempio delle note lapidarie e librarie: si usano bensì i segni 3, 7, 9, e altri dei nostri numerali per molti e diversissimi significati, ma non mai per segnare i numeri. Anzi, dove si parla delle note numerali, si riportano le solite lettere romane con altri segni, che poi altro non sono che alterazioni di quelle lettere, ma non mai le cifre volgari; e non la mera apparenza e figura, ma l' applicazione e l' uso ricercasi per poter dare a tali cifre la romana cittadinanza. Anche gli Arabi avevano nel loro alfabeto حٌ, nella *nunnazione* 69, e parecchie altre lettere somigliantissime alle cifre; pur non per quella somiglianza, ma solo per l' uso posteriore della pratica aritmetica deriviamo noi dagli Arabi le cifre numerali. Che se l' erudito anonimo riporta alcune iscrizioni, nelle

quali il 7 sembra prendersi per un numero, oltre che tutte soffrono qualche eccezione onde poter rigettare la loro autorità, si può dire fondatamente altro non essere quel segno che l' V latino, ossia il cinque malamente formato, secondo l' uso pur troppo assai comune degl' incisori di sconciare molti caratteri. All' argomento dell' uso di tali cifre nelle note romane aggiunge l' anonimo quello della cognizione delle medesime negli antichi aritmetici, ma colla medesima insussistenza e senza maggiore apparenza di verità. Cita egli *Diofanto* (*a*) come non ignaro di tali note, mentre poco prima (*b*) l' aveva citato come chi non ne avesse mai avuto il menomo sentore. Cita (*c*) tutti i passi dell' aritmetica di *Boezio*, dove vediamo le cifre nelle stampe e nei recenti codici, quasi che queste abbiano tanta connessione colle operazioni fatte da lui, che sarebbe affatto impossibile il pretendere di separarle: ma chiunque vorrà fare la prova di eseguire senza cifre, coi numeri romani, le medesime operazioni, vedrà quanto facilmente si può superare l' immaginato impossibile. Al passo della geometria dello stesso *Boezio*, da lui anche riferito, abbiamo di sopra risposto abbastanza, nè vogliamo dar nuova

(*a*) Pag. 70.
(*b*) Pag. 54.
(*c*) Pag. 47.

noja ai lettori col ritornare su le cose già dette. Più lungamente parleremo ora di *Gerberto*, citato anche esso poco opportunamente dall' erudito anonimo, come conoscitore delle cifre numeriche, e come seguace in questa parte di *Boezio*, non degli Arabi. Ma è egli poi vero, che *Gerberto* conoscesse le cifre e la nostra aritmetica? Io ho lette tutte le lettere e le opere matematiche edite di *Gerberto*, e non ve ne scorgo verun indizio. La premura, con cui l' Imperadore *Ottone* lo prega di volergli insegnare il libro dell' aritmetica, potrà forse far credere, che *Gerberto* ne avesse una superiore a quella che allor conoscevasi, e che questa fosse l' arabica, come vuole dire anche il *Wallis* (*a*). Ma io rifletto nella sua risposta (*b*), che *Ottone* non faceva sì viva richiesta, se non perchè aveva alcuni pregiudizj su la supposta forza dei numeri. L' unico tratto che si suole citare a questo proposito, è la lettera CLXI, di *Gerberto* a *Costantino*, perchè in essa dice, che un medesimo numero or è semplice, or composto, or dito, or articolo. Ma è da osservarsi ciò che non vedo riflettuto nè dai matematici, nè dai critici, che tale lettera riportata fra le gerberziane è quella medesima affatto, che si ritrova nelle opere di *Beda* al principio del libro *De numero-*

48
Se Gerberto le conobbe.

(*a*) Algebr. cap. IV.
(*b*) Ep. CLIV.

rum divisione ad Constantinum. Il *Wallis* fa più forza su questa lettera, perchè *Giambattista Masson*, primo editore di tali lettere, vi aggiunge in una nota, che questa lettera era prefissa a un suo libretto *de numerorum divisione*, *cui initium est*, dice, *de simplici. Si multiplicaveris singularem, etc.* il quale libretto manoscritto era in mano dello stesso *Masson*, e il *Wallis* si duole che non più si sappia dove esista (*a*). Ma questo libretto appunto è quello che leggiamo nel primo tomo delle opere di *Beda* seguitamente alla detta lettera a *Costantino*. Non entrerò quì a discutere, se questo trattatello colla prefissa lettera sia da riporsi fra le opere di *Gerberto*, ovvero fra quelle di *Beda*; sebbene non vedo perchè torsi a *Beda* ciò che tanti editori gli hanno senza alcun contrasto attribuito, per trasferirlo a *Gerberto*, il quale non ha altro a suo favore che il codice posseduto dal *Masson*, che poi non è stato da altri veduto. Ma dirò bensì, che se nessuno in tanti secoli ha mai pensato di accordare a *Beda* la cognizione delle cifre per l' espressioni di quella lettera, perchè si vorrà dare alle medesime tanta forza nella penna di *Gerberto*? E infatti chiunque leggerà quell' opuscolo vedrà quanto è lontano da ogni menomo segno di aritmetica

(*a*) Ivi.

arabica. Noi abbiamo detto di sopra, parlando del passo della geometria di *Boezio*, in qual guisa uno stesso numero diventi or articolo, or dito, senza che vi entrino per niente le cifre: e come mai potranno queste far diventare or semplice, or composto un numero che non lo sia ugualmente in caratteri romani, e in qualunque altri? Più può provare al presente argomento il passo di *Guglielmo* di Malesbury (*a*), dove dice le molte cognizioni che acquistò *Gerberto* nella Spagna, e riportò nelle Gallie, una delle quali era l' abaco, rapito da lui ai Saraceni, con certe regole che facevano sudare gli abachisti. Forse quest' abaco e queste regole saranno state le cifre, e l' aritmetica arabica, ciò che per altro non ardisco decidere: ma se così è realmente, chi non vede che queste gli vennero dagli Arabi, non da *Boezio?* Ma egli stesso ci dice (*b*), osserva l' anonimo (*c*), che segue nell' aritmetica *Boezio*, non già i Saraceni. E perchè mai lasciarsi condurre sì ciecamente dall' amore della propria opinione, e far dire agli autori ciò che essi non pensarono mai di dire? *Gerberto* in tutto quel passo altro non dice, se non che la geometria occupa il terzo luogo nell' ordine delle matematiche; ma che

(*a*) Hist. Angl. lib. II.

(*b*) Geom. in praef.

(*c*) Pag. 84.

Egli non darà la ragione di quest' ordine delle matematiche, perchè già *Boezio* nel principio della sua aritmetica l' aveva spiegata assai chiaramente. Come dunque da questo passo, sì lontano dal nostro argomento, si potrà mai conchiudere, che *Gerberto* per le cifre numerali *Boethium, non vero arabas magistros esse secutum*? Non asserirò che *Gerberto* conoscesse, e insegnasse agli Europei la nostra aritmetica, come si dice comunemente; ma dirò bensì che, se così fu in realtà, egli certamente la imparò dagli Arabi, o dagli Spagnuoli loro discepoli. Non seguirò a confutare le sviste e gli equivoci, in cui cadde l' anonimo, e fece cadere il *Villoison* e l'*Adler*, che quasi ogni sua parola ciecamente abbracciarono, ma conchiuderò soltanto, che possiamo con tutta giustizia lasciare agli Arabi il merito di averci comunicate le cifre numerali, che sì comode riescono per le aritmetiche operazioni, e possiamo anche con uguale diritto conservare agl' Indiani l' onore dell' invenzione delle medesime, che loro abbiamo accordato (*a*) coll' autorità degli stessi Arabi, dei Greci e dei moderni. Resta finalmente, per terminare questo discorso che potrà sembrar troppo lungo, il fissare il tempo, in cui cominciarono gli Arabi ad usar tali cifre.

(*a*) Tom. I, c. X.

Epoca dell'introduzione di tali cifre presso gli Arabi.

L' *Adler* (a) dice, che si vuole comunemente che gli Arabi le prendessero nelle guerre cogli Indiani nel secolo undecimo; ma che egli crede, che da una moneta del museo borgiano, dove legge le cifre 585, ovvero 679, si possa con molta verisimiglianza determinare il tempo dell'introduzione presso gli Arabi di quelle cifre, e che questo sia l' anno 1189 o 1280. Non so, a dir il vero, nè che volgarmente si determini tal epoca nel secondo undecimo, nè che con tali monumenti o ragioni si possa ciò fare. Dirò bensì riguardo all'epoca da lui immaginata per la moneta borgiana, che nè vi si può leggere assolutamente ciò che egli vuole, ed egli stesso infatti è incerto se legger debba 585, ovvero 679, e certamente in vista della stampa della moneta, dove probabilmente avrà fatto esprimere più chiaramente ciò che nel metallo sarà stato più oscuro, non vi si può leggere distintamente nè l'uno nè l'altro; nè ancor leggendovisi realmente 585 o 679, corrisponde esattissimamente ai 1189 o 1280, come egli dice (b); ed ancor quando così fosse, non però, l'essere questa la prima moneta da lui veduta colle cifre numeriche, può servire di prova di essere stata quella l'epoca dell'introduzione di tali cifre presso gli Arabi. Chi non sa che nelle monete e nei pubblici monu-

(a) Mus. Cuf. Borgian. ec. p. 37.

(b) Pag. 73.

menti si seguono gli usi e le formole stabilite e costanti, nè si ricevono facilmente le novità? Quanti secoli sono state usate fra noi nei privati scritti le cifre arabiche, senza che mai si adoperassero nei diplomi o nei pubblici monumenti? Non ardirò di fissare con precisione il vero tempo dell'introduzione di tali cifre presso gli Arabi; ma si potrà congetturare con qualche probabilità, che sino dal tempo di *Aroun Raschid*, e molto più in quello di *Almamon*, quando si intraprendevano spedizioni letterarie all'India per acquistare i lumi scientifici che conservavano i *Bracmani*, quando si facevano traduzioni dei libri astronomici, e di altri degli Indiani, quando in somma avidamente si abbracciava quanto poteva servire alla coltura ed all'istruzione degli studiosi Arabi, che allora appunto coll'astronomia, e con molte altre filosofiche cognizioni degl'Indiani, si acquistasse anche la loro aritmetica. Vediamo infatti, che *Alkindi* fino dallo stesso secolo nono scrisse già *Dell' Aritmetica indiana*, che nel seguente, *Almogetabi* diede un trattato più diffuso *Dell'Arte dei numeri indiani*, ed altro *Alkarabisi* della *Maniera di conteggiare degli Indiani*; che al principio dell'undecimo entrò già il celebre *Alhassan* a disviluppare, non solo la mera pratica di quell'aritmetica, ma i *principj* stessi eziandio *del conteggio degli Indiani*; e che in somma era già assai comu-

ne a tutti gli Arabi l'aritmetica indiana molto prima di tutte l' epoche accennate dall' *Adler*; e che giustamente possiamo riportare al secolo ottavo l' introduzione della medesima in quella studiosa nazione. Dagli Arabi presero gli Spagnuoli l' uso di quelle cifre; e il *Terreros* nella *Paleografia spagnuola* (*a*), ovvero il *Burriel*, che gliene somministrò i materiali, spiegando uno scritto del 1156 di una traduzione di *Tolomeo*, riportato nella tavola XII, dice, che questo è uno degli scritti più antichi, in cui si scorgano le cifre numerali, le quali, soggiunge, si vedono in quasi tutti i manoscritti matematici di quell' età, ma non negli altri libri o stromenti, e nè anche nei conti stessi, nei quali seguitavansi ad adoperare i numeri castigliani, che erano i romani, con picciolissimo cambiamento. A quel medesimo secolo attribuisce il *Wallis* l' introduzione di quei numeri nell' Inghilterra, al ritorno degl' inglesi *Atelardo*, *Roberto Resinense, Guglielmo dei Conchi*, *Daride*, *Morlac* ed altri, che si erano portati nella Spagna per imparare tali scienze, ed al principio del seguente secolo riporta i libri di *Giovanni* di Sacrobosco e di altri Inglesi che di tale aritmetica ne fecero molto uso (*b*). E sebbene va egli poi rintracciando alcune

50
Propagazione delle cifre arabiche.

(*a*) Pag. 102.
(*b*) Alg. cap. IV.

epoche alquanto anteriori, ciò è solo per congetture non abbastanza fondate, come abbiamo detto di sopra. Dagli Arabi prese pure le stesse cifre *Leonardo* da Pisa alla fine del secolo duodecimo, e ne fece dotto uso nel pregevole suo codice esistente nella Magliabecchiana (*). Dagli Arabi le ricevero-no anche i Greci; e *Massimo Planude* scrisse un' opera per ispiegare l'arte di usarle. Tutta l'Europa in somma dee agli Arabi il benefizio di queste cifre, che tanto utili, ed eziandio necessarie sono state ai progressi dell'aritmetica. Che avanzamenti poteva far questa, inceppata col legame imbarazzante dei numeri romani, disadatti, come giustamente riflette l'*Uezio* (a), alle aritmetiche operazioni? Era mai da sperare che giungesse ai sublimi calcoli, e alle complicatissime serie che or fanno le delizie dei matematici senza l' aiuto di tali cifre? Per mancanza di queste, dicono il *Vossio* (b), ed il *Wallis* (c), non potevano i Greci, nè i Romani essere perfetti aritmetici; e se i nostri moderni sono pervenuti a tale perfezione, dobbiamo professare grata riconoscenza agli Arabi, che ci hanno comunicato l' aiuto di quelle cifre. Questo

(*) Ne abbiamo anche una copia nella R. Biblioteca di Napoli.

(a) Dem. Evang. prop. IV.

(b) De sc. math. Addenda p. 431.

(c) Algebr. cap. III.

solo merito dei Saraceni dovrebbe bastare a rendere immortale il loro nome negli annali dell'aritmetica; ma essi ne ebbero altri parecchi, e con iscritti infiniti, con utili invenzioni, e in mille guise diverse illustrarono quella scienza. *Abdulhamid Abulphadhl*, oltre un libro della proprietà dei numeri, oltre un'opera di tutta l'aritmetica in sei tomi divisa, scrisse anche un libro delle ingegnose invenzioni aritmetiche, dove se ne vedono molte che sono proprie dei suoi nazionali; ed egli stesso con questa opera rese benemerita la sua nazione non solo delle teorie, ma anche della storia dell'aritmetica.

51 Greci moderni scrittori d'aritmetica.

Mentre gli Arabi promovevano sì utilmente quella scienza, i Greci si risvegliarono parimenti a coltivarla. Scrisse *Psello* dell'aritmetica nel secolo undecimo: ma con troppa superficialità. Scrisse nel decimoquarto *Barlaamo* con maggiore profondità, e il *Wolfio* trova i sei libri della sua logistica assai sublimi, e che riescono troppo superiori all' intelligenza dei lettori elementari. Scrisse, come abbiamo detto, *Massimo Planude* dell'aritmetica, e spiegò ai Greci le regole del conteggio colle cifre arabiche o indiane; e scrissero di quelle materie parecchi altri Greci, che possono vedersi presso il *Fabrizio* (*a*). Noi parleremo soltanto di *Emmanue-*

(*a*) Bibl. gr. lib. IV. c. XXII.

le *Moscopulo*, autore della fine del secolo decimoquarto, o del principio del secolo decimoquinto, non sapendosi se sia lo zio o il nipote il *Moscopulo* di cui ora parliamo, scrittore dell'opera aritmetica dei *Quadrati magici*, che si conserva manoscritta nella R. Biblioteca di Parigi. A lui dobbiamo l'invenzione, o almeno la prima notizia del *quadrato magico;* invenzione certamente curiosa, ed anche utile all'aritmetica per le varie combinazioni dei numeri che ha fatto scoprire. Tutti i numeri che compongono un quadrato, v. gr. 1, 2, 3, ec. fino a 25, se sono disposti in progressione aritmetica, formano un *quadrato naturale*; ma quel quadrato diventa *magico*, se quei numeri si scrivono in tal ordine, e si combinano in tale metodo, che sommandosi i numeri di ciascuno di tutti i lati, sì orizzontali e verticali, che diagonali, da ognuno ne risulti la stessa somma. Il primo autore che sappiamo aver parlato di tali quadrati detti *magici*, non tanto per questa loro aritmetica o magica proprietà, quanto per l'uso che se ne faceva nei talismani, è questo *Moscopulo* nel citato codice parisiense, esaminato dal *la Hire*, ed ei ci presenta, benchè solo nei numeri dispari, due metodi di formarli, dal medesimo *la Hire* spiegati (*a*), e stimati

52 Quadrati magici.

(*a*) Ac. des Sc. an. 1705.

giusti bensì ed ingegnosi, ma ristretti soltanto a due casi particolari dei metodi da lui proposti nella sesta e nella decima proposizione della sua prima dissertazione. Questi quadrati furono poi adoperati praticamente; e l'*Agrippa* ne formò dei quadrati dei sette numeri, che sono dal 3 fino al 9, per applicarli ai pianeti. Il dotto aritmetico *Backet di Meziriac* avendo veduti i quadrati nell'*Agrippa*, e non trovando in nessuno autore regole per formarne dei simili, ne propose una per i numeri dispari (*a*), ma non seppe ritrovarla pei pari; e il suo metodo non è altro che il primo dei due di *Moscopulo*, ma non tanto semplice. Celebre si rese anche in questo punto di numeriche combinazioni l'ingegnoso *Frenicle*, che tanto nome si era fatto per tante altre sue scoperte aritmetiche; e diede metodi pei quadrati di radice dispari e pari, e insegnò a variarli in infinite guise di più, che gli altri non avevano immaginato, e ardì felicemente di disporli in modo, che alcuni, ancor tagliati uno o più contorni dei lati orizzontali e verticali, restino sempre magici; ed altri all'incontro lascino di essere tali, qualor si voglia levare uno o più contorni, qualunque sieno presi a capriccio; e mostrò il suo ingegno, e la somma sua perizia numerale nel-

(*a*) Probl. plaius.as

l'accrescere le circostanze dei quadrati, e perciò le difficoltà, e nel superarle gloriosamente (*a*). Mentre facevano strepito in Francia i quadrati magici, il *de la Loubere*, che tante cognizioni degli Indiani trasmise all'Europa, vi portò anche un loro metodo di formare i quadrati magici, non molto dissimile del primo di *Moscopulo*, e ne diede anche un' ingegnosa ma difficile dimostrazione (*b*). Al principio di questo secolo il fiammingo *Poignard* pubblicò un trattato di questi quadrati, che volle chiamare *sublimi*, dove spiegò mille ingegnose e piacevoli novità. In vece di prendere tutti i numeri della serie dei numeri naturali, che empissero un quadrato, come fin allor si era fatto, egli prende solamente tanti numeri consecutivi, quante sono le caselle di ciascun lato, e questi li colloca in modo, che niuno sia messo due volte in un lato, e pur facciano tutti i lati la stessa somma. In vece di prendere i numeri in progressione aritmetica solamente, li prende in progressione geometrica ed in armonica, e forma in tutte diverse sorti d'ingegnosi quadrati. Venne finalmente il *la Hire*, e in due dissertazioni lette nell'Accademia delle scienze, avanzò di gran lunga sulle scoperte del *Frenicle* e del *Poignard*; propose tanti metodi, non solo pei

(*a*) Anc. Mem. de l'Acad. des Sc. l. V,
(*b*) V. la Hire Mem. ec. Ac. de Sc. an. 1705.

quadrati dispari, ma anche pei pari, e ne diede sì sode ed ingegnose dimostrazioni, cambiò in tante guise tutti i quadrati, gli ornò di tante circostanze, gli inceppò con tante difficoltà, li formò con tanta speditezza e sicurezza, e diede tante soluzioni di un problema, di cui sarebbe stato assai glorioso il trovarne una sola, che sembrò non lasciare più campo agli altri aritmetici da sbizzarrirsi in questa materia. Pure anche nel 1710 propose il *Sauveur*, nella medesima Accademia, nuove scoperte per tali quadrati: per generalizzarli di più li fece non in numeri, ma in lettere; formò quadrati per *analogia*, per *reciprocazione*, per *eccedenti*, per *mancanti:* li tagliò non solo in contorno, ma in croce e in altre maniere; diede formole algebraiche per tutti quei che ne erano capaci; nè contento di tanti quadrati, fece anche dei cubi magici; e il *Fontenelle*, nella storia di quell'anno, si lusingava, che questi sarebbe stato l'ultimo a parlare di una materia che gli pareva già esausta, e non molto interessante, e di cui egli, a dir vero, ci sembra esser già infastidito, come noi temiamo lo sieno parimente i nostri lettori. Ma s'ingannò il *Fontenelle*, e anche posteriormente nel 1750 presentò il d' *Ons-en-Bray* un' altra memoria, nella quale propose un metodo, non già di accrescere nuove condizioni ai quadrati, e quindi nuove difficoltà, ma bensì di semplificare la

soluzione del problema, lasciandone sussistere le condizioni, di cui gli altri l'avevano caricato. Varii altri, oltre gli or nominati, hanno trattato eziandio di tali quadrati: ma il fin qui detto potrà bastare per far vedere in quanto pregio abbiano tenuta i valenti aritmetici l'invenzione del greco *Moscopulo*: se questa non ha portato alcun sodo vantaggio, nè profittevol uso alle scienze, non è stata però disutile alle medesime. L'ingegno si aguzza, si apre la mente, si rafforza la fantasia con tante e sì sottili combinazioni di numeri, le scienze profittano delle nuove viste che queste ricerche presentano, ed è sempre un onesto diletto, ed un lodevole intertenimento lo scoprire, benchè in materia sì sterile e secca, tante nuove e talor piacevoli verità.

53 Aritmetici latini.

Prima anche dei Greci incominciarono i Latini ad abbracciare lo studio dell'aritmetica. Fino dal secolo decimo aveva già scritto lo spagnuolo *Giuseppe* un libro della moltiplica, e della divisione dei numeri, molto ricercato da *Gerberto* (*a*), e da quei pochi, che allor potevano gustare tali materie. L'aritmetica si può forse dire lo studio che più coltivò *Gerberto*. Egli ne parla spesso nelle sue opere matematiche: egli, secondo il sopraccitato testimonio di *Guglielmo* di Malesbury, fra

54 Gerberto.

(*a*) Ep. ad Ger. Aur.

tutti gli acquisti scientifici ottenuti nella Spagna, faceva valere principalmente quello delle regole dell' abaco e del conteggio; e la sua aritmetica era tenuta in sì alta stima, che l' imperadore *Ottone* credea già di poter gareggiare col vivace ingegno de' Greci sol che giungesse a conseguir da *Gerberto* di essere in quella istruito. Ma nè di *Gerberto*, nè degli Spagnuoli suoi maestri, nè di alcun altro europeo di quei tempi non più esiste veruno scritto su la scienza numerale, che sia venuto a pubblica luce. Il primo scrittore, di cui conservinsi monumenti, benchè soltanto manoscritti, è il celebre *Leonardo Fibonacci*, ossia figlio di *Bonaccio*, da Pisa, di cui abbiamo ancora il prezioso codice intitolato *Liber abaci*, tante volte citato. Questo pisano condotto in Africa da suo padre verso la fine del secolo duodecimo, impiegato in una dogana, si dedicò attentamente ad imparare dagli Arabi l' aritmetica indiana, da noi detta arabica, alla quale sopra la greca, sopra la romana, e sopra tutte le altre dava la preferenza; e dopo alcuni anni, nel 1202, mise fuori quest' opera, che può risguardarsi come magistrale in quella materia, e nella quale spiega eziandio l'aritmetica algebraica. Nè fu questa la sola opera di *Leonardo* su l' arte di conteggiare, poichè da un grosso codice in foglio, esistente nella bibliotecca dello Spedale di

55 Leonardo pisano.

santa Maria Nuova di Firenze, rilevasi aver egli altresì composto un *Trattato sopra i numeri quadrati*, che viene copiato nel libro XVI di quel codice (*a*) : del trattato parla eziandio con molta lode *Luca Pacioli* (*b*). Benchè grande sia stato il merito di *Leonardo* nell' aritmetica, e per alcuni riguardi superiore a tutti gli altri, sono stati nondimeno conosciuti più universalmente dai matematici

56 Giordano Nemorario.

Giordano Nemorario, e *Giovanni di Sacrobosco*, autori anch' essi del principio del secolo decimoterzo. L' aritmetica di *Giordano* conservò il suo credito eziandio presso i posteri più illuminati; poichè noi vediamo che il dotto *Regiomontano*, giudice il più autorevole in queste materie, voleva dare alle stampe le sue opere aritmetiche (*c*); che poi infatti *Giacomo Fabro* pubblicò ed illustrò i suoi *Elementi aritmetici*, e che il *Clavio* e altri matematici ne fecero uso, e li citarono con istima.

57 Giovanni di Sacrobosco.

Giovanni di Sacrobosco, più conosciuto pel trattato della *Sfera*, scrisse anche dell' aritmetica; e tanto con questa sua opera, come con quella della sfera, contribuì più di tutti a propagare l' uso delle cifre e dell' aritmetica arabica. *Prosdocimo* di Padova, e *Biagio* di Parma contribuirono, con varj

(*a*) V. Targioni Viag. Tosc. t. II.

(*b*) Somma ec. distinct. I. tract. IV. art. VI.

(*c*) Gassend. in Vita Regiomont. ex ejus Catalogo.

altri, alla propagazione ed illustrazione dello studio dell' aritmetica. Così da per tutto si spargevano i lumi di quella scienza, le cognizioni dei numeri si rendevano più comuni, e prendevasi più possesso dell' arte di maneggiarli. Noi lo vediamo nella Toscana, dove si tenne sempre viva e feconda la dottrina di *Leonardo*; e al principio del secolo decimoquarto fiorì, con singolar nome di sapere aritmetico, *Paolo dei Dagomari*, del quale dicè *Filippo Villani*, che fu *peritissimo aritmetico, e nell' equazioni tutti gli antichi e moderni passò*, e il *Ximenez* crede per varie ragioni *(a)*, che sia il medesimo *Paolo* che, per la sua perizia nell'arte di numerare, venne distinto col soprannome *dell' abaco*. Nel seguente secolo scrisse un anonimo il grossissimo codice sopraccitato, intitolato *Trattato dell' abaco*, conservato fra i codici del detto Spedale di Firenze, dove, seguendo la dottrina di *Leonardo*, tratta questa materia copiosamente *(b)*: fiorì un *Benedetto*, lodato dal *Verino* nella sua *Illustrazione di Firenze* come maestro universale di conteggiare; e finalmente *Luca Pacioli* di Borgo san Sepolcro scrisse la prima opera di aritmetica, che, a mia notizia, siasi data alle stampe, cioè la sua *Somma di aritmetica, geometria, proporzioni e pro-*

58 Paolo dell' Abaco.

59 Luca Pacioli.

(*a*) Del gnom. fior. Introd. stor. par. II. §. 6.

(*b*) Targ. ivi.

porzionalità, nella quale, dice il *Targioni* (*a*), ed egli stesso il confessa, si fece bello coll' opera di *Leonardo*, e nella quale certamente, checchè di ciò sia, ridusse a maggior brevità le operazioni aritmetiche del detto *Leonardo*, del *Nemorario*, del *Sacrobosco* e di altri maestri, da lui stesso lodati, ed insegnò non solo le regole aritmetiche, ma eziandio le algebraiche. Allora incominciò ad essere conosciuta e stimata l'algebra la quale era tutta numerica, creata può dirsi in ajuto dell'aritmetica, ed obbligata al suo servigio. E allora infatti, col ministero e soccorso dell'algebra, crebbe di molto l'aritmetica, e s'innalzò a sublimi difficili operazioni, cui prima certo non sarebbe mai giunta. Tutte le scienze sono fra loro unite con vincoli di fratellanza, nè può promuoversi una senza che le altre se ne risentano, e godano qualche vantaggio. Dalla coltura dell'algebra trasse molto utile l'aritmetica, e questa dee riguardare i *Tartaglia*, i *Cardani*, e gli altri algebristi come veri suoi benefattori. L' amore del grecismo e dell' antichità le tornò anche a profitto: col ricercare e studiare gli antichi Greci si fecero traduzioni, illustrazioni e commenti di *Euclide*, di *Archimede* e di *Diofanto*, e con quelle di nuovi lumi si arricchì l' aritmetica. Lo studio degli astri era il

60 Altri scrittori di aritmetica.

(*a*) Ivi.

favorito dei matematici di quei tempi, come lo è stato quasi di tutti; e questo studio fece bene eziandio all' aritmetica; poichè la vana astrologia si occupava pei suoi pronostici in gran calcoli, e in diverse combinazioni dei numeri, e produceva in tal guisa non piccoli avanzamenti delle numeriche cognizioni; e la vera astronomia necessitosa ad ogni passo di gran possesso di numeri, ne promoveva molto lo studio; e l'aritmetica delle frazioni decimali è nata o almeno cresciuta per l'influenza degli astri colla coltura degli astronomi, singolarmente il *Regiomontano*. Così col promuoversi le altre scienze avanzava sempre l'aritmetica, e tutte crescevano col mutuo fomento, e, col vicendevole ajuto, acquistavano nuovo vigore. Allora infatti lo *Stifels*, il *Pelletier*, il *Maurolico*, il *Clavio*, il *Vieta* e mille altri scrissero dell'arte di conteggiare con lumi molto più giusti e fini, che quanti gli avevano preceduti.

61 Invenzione dei logaritmi.

Ma l'invenzione che è stata più gloriosa all' aritmetica, e il maggiore regalo che ha fatto questa alle altre scienze, è dovuta, sul principio del secolo passato, allo scozzese *Neper*, inventore dei *logaritmi*, coi quali ha reso immortale il suo nome, ed ha ottenuto di essere riposto fra i benemeriti delle scienze e dell' umanità. La geometria, la meccanica, l'astronomia, e tutte le scienze deono profes-

sare all' invenzione del *Neper* la più grata riconoscenza. Nell' ardore che si era eccitato, nei secoli decimoquinto e decimosesto, di avanzare in ogni genere di cognizioni, non si poteva stare alla lentezza delle aritmetiche operazioni allor conosciute, e faceva d' uopo di metodi più facili, più sicuri e più pronti: le ricerche diventando più profonde e più dilicate, abbisognavano di calcoli numerali troppo lunghi; e questi rubavano tutto il tempo, che doveva impiegarsi in portare avanti le intraprese speculazioni. Pieno era ogni cosa di sottese, di tangenti, di seni e di altre linee, che non potevano misurarsi con esattezza, nè determinarsi con giustezza e con verità, senza discendere a lunghe frazioni decimali, senza entrare in difficili proporzioni, senza immergersi in intricatissime operazioni; bisognava moltiplicare e dividere molti numeri per molti altri, bisognava consumar lungo tempo, o nojose fatiche, e restar nondimeno esposti a prender errore. Quali grazie dunque non dovremo rendere al *Neper*, che ci ha procurato il mezzo di schivar tanti inciampi, e pervenire allo stesso fine con brevità, sicurezza e facilità? L' idea di due linee percorse con diverse velocità, variabile, l' una l' altra uniforme; e delle relazioni e ragioni, che fra quelle linee ritrovansi, gli fece nascere il pensiero di formare due tavole di numeri in proporzioni,

geometrica l'una, e l'altra aritmetica, e di sostituire alle moltipliche e divisioni dei numeri, per così dire, geometrici, la somma e la sottrazione degli aritmetici, facendo trovare con queste lo stesso numero, che si doveva prima cercare colla moltiplica e divisione dei numeri geometrici, e quindi pensò applicarle alle trigonometriche operazioni. In questa guisa è tanto più agevole il ritrovare i richiesti numeri della moltiplica, della divisione, dell'estrazione di radici, della formazione di potestà e di qualunque operazione, quanto è più facile, breve e sicuro l'operare in somme e sottrazioni, che in moltipliche e divisioni, in numeri bassi, quali saranno sempre rispettivamente gli aritmetici, che in alti, quali i geometrici. Nè solo l'aritmetica ottiene dai logaritmi agevolezza e facilità, ma la geometria, e singolarmente la trigonometria, e quindi tutte le scienze esatte ricavano da quell'invenzione sommi vantaggi; anzi il primo e principale uso dei logaritmi fu cercato dal *Neper* per le operazioni trigonometriche. Dato un arco di circolo, ed anche di altre curve di tanti gradi e minuti, le sottese, i seni, le tangenti, le secanti, le aree, come pur l'arco, dato il seno ec., si determinano facilmente colle tavole logaritmiche; mentre prima di avere tale ajuto esigevano immense fatiche. A questo fine sono da serbarsi mol-

matematici abbiano aderito al sentimento di *Leibnitz* e di *Eulero*, anzi che a quello di *Bernoulli* e di *d'Alembert*. E lasciando a parte molti scrittori di altre nazioni, senza uscir dall'Italia, vediamo apertamente dichiarati per la negativa il *Foncenex* nell'accademia di Torino (*a*), e il *Fontana* nella società italiana (*b*); e sebbene di poi il *Malfatti*, nell' accademia di Mantova (*c*) si mostri portato a favore di tali logaritmi, ciò non fa se non che cercando di conciliare l'una e l'altra opinione. Intanto molto si è lavorato dietro l' *Ulacq* nella pratica costruzione delle tavole logaritmiche. Nell'Inghilterra, dove, per così dire, sono nati i logaritmi, sono stati di continuo accresciuti; e prima il *Shervin*, e poi, più felicemente, il *Gardiner* diede nuove tavole logaritmiche, che sono state, per molto tempo, le regolatrici dei lavori dei geometri e degli astronomi; e poi il *Long* ed il *Dodson* vollero dare nuovi lumi a questa materia, formando tavole antilogaritmiche, come mostra di desiderarle il *Wallis* (*d*); ma l'esito non corrispose al lodevole loro zelo. Nella Germania, oltre lo *Schulze*, il *Wolfram* ed altri, si è fatto in questa parte gran no-

63 Altri autori di tavole logaritmiche.

(*a*) Miscell. Taur. tom. I. II.
(*b*) Memor. t. I.
(*c*) Memor. t. I.
(*d*) Cap. XII.

me *Giorgio Vega* colle tavole e formole logaritmiche, pubblicate prima in Vienna e poi in Lipsia, e col *tesoro dei logaritmi* raccolto dalle opere dell' *Ulacq*, e colla giusta e savia dottrina che ha dato sulla natura, sul calcolo e l'uso dei logaritmi. Vanno per le mani di tutti le tavole logaritmiche del francese *Callet*, che sono, com' ei medesimo dice, quelle del *Gardiner*, migliorate, accresciute ed applicate ad usi diversi, e rendute così di molto maggiore facilità e utilità. Più recentemente l' inglese *Carlo Hutton* non solo ha distese nuove tavole logaritmiche, accrescendo e migliorando quelle di *Shervin*, ma ci ha data altresì una dotta ed istruttiva storia di tutti i lavori matematici fatti su i logaritmi. Alla quale storia ed a tutte l' illustrazione di quella dottrina, giova grandemente il *Mazere* colla preziosa sua raccolta degli *Scrittori logaritmici*. Ancor dopo tutti questi il *Taylor*, autore delle tavole sessagesimali, applicatosi a lavorare nuove tavole logaritmiche con particolare diligenza ed esattezza, riuscì con somma felicità; ed essendo egli morto prima di porsi fine alla stampa, celebre il *Maskelyne*, che l'aveva impegnato in questa fatica, si credè in obbligo di terminarla, e seguitò colla medesima diligenza la cura dell' impressione, e vi aggiunse una prefazione e dei precetti per la spiegazione e per l' uso di tali tavole; e

quest' opera, venuta alla luce colle fatiche di due sì celebri matematici, ha ottenuta, si può dire, la piena sanzione di tutti gl' intendenti di queste materie. In opere simili, tutte di numeri, gli errori di stampa quanto facili a commettersi dagli stampatori, altrettanto sono pregiudizievoli ai lettori, e per ciò sono da commendarsi sopra tutte le altre con distinte lodi per la correttezza, le tavole del *Callet*, sì attentamente corrette nell' edizione stereoptica di *Didot*, e quelle del *Taylor*, nella cui correzione usò egli delle ingegnose e penosissime mire e fatiche, di cui solo è capace un appassionato entusiasta di quegli studj. Credo di avere parlato abbastanza, e forse ancor di soverchio, dei logaritmi, onde poterli lasciare di mano, e ritornare a seguire il corso generale dell' aritmetica.

64 Aritmetica istrumentale.

Il *Neper*, tanto benemerito di questa per l' invenzione dei logaritmi, si distingue anche col ritrovato di una macchinetta, da lui proposta nella sua *Rabdologia*, e che può vedersi in molti libri aritmetici, fra gli altri del *Wolfio (a)*, colla quale, per mezzo di certe bacchette, o laminette ingegnosamente combinate, presenta alla vista qualunque moltiplica e divisione, senza fatica del calcolatore. Questa macchina, con qualche miglioramento per la

(a) Elem. ar. c. II.

fermezza delle bacchette, e per la distinzione dei numeri, fu nel 1730 presentata dal *Roussain* all'Accademia delle scienze *(a)*. Coll'ardore che si eccitò nel passato secolo, di promovere gli avanzamenti dell'aritmetica, si pensò anche a cercare mezzi di facilitarne le operazioni, e ad arricchire, con nuovi ritrovati, l'aritmetica istrumentale. Altra macchina inventò il *Pascal*, dopo il *Neper*, di uso più universale, ma troppo complicata e composta per poter essere di qualche utilità. Altra più semplice ne presentò alla R. Società di Londra nel 1673 il *Leibnitz*, di cui egli stesso ci parla con compiacenza, e cita l'approvazione, che ottenne dallo *Tschirnaus*, dall' *Ugenio* e da altri *(b)*; ma ch' era rimasta ugualmente abbandonata e negletta; se non che come dice il *Dutens* *(c)*, fu in questi anni addietro rimessa in uso dal *Kaestner*. Altra macchina aveva inventata il *Moreland*, di cui egli fin dal 1666 diede la descrizione: altre son state, in questo secolo, presentate all' Accademia delle Scienze dall'*Epine*, e dal *Boitissendeau*, ed altre inventate da altri; ma tutte sono cadute in abbandono, e giacciono polverose ed inutili, nè l'aritmetica istrumentale ha mai potuto venire in qualche riputazione. Sono

(*a*) Hist. de l'Acad. des sc. an. 1780.

(*b*) Op. Leibn. tom. II. Brev. descr. ec.

(*c*) Op. Leibn. tom. cit. Praef.

troppo nobili, ed alte le matematiche per volersi servire di tali mezzi; lasciano questi giuochi di mano ai fanciulli, ed esigono nei loro cultori intensione di mente e forza d'immaginazione.

65 Pascal. Più onore fece al *Pascal* l'invenzione del suo triangolo aritmetico nel quale, segnando alla punta un numero a piacimento, si formano successivamente tutti i numeri figurati; si determinano le ragioni, che fra loro hanno i numeri di due qualunque caselle, e le differenti somme che dall'addizione dei numeri di una stessa fila risultano; e se ne fanno poi varie applicazioni.

66 Fermat. Contemporaneamente al *Pascal* lavorava il *Fermat* intorno ai numeri figurati, e vi scopriva molte bellissime proprietà, di cui il geometrico suo genio sapeva trarre profitto; si applicava alla contemplazione dei numeri *primi*, cioè di quei, che non possono dividersi in altri numeri intieri, e vi trovava sottilissimi e verissimi teoremi, che hanno chiamata l'attenzione dell' *Eulero* (*a*), del *la Grange* (*b*) e di altri moderni; promoveva molto l'analisi numerica di *Diofanto*, messa prima in riputazione del *Bachet di Meziriac*, come poi diremo più lungamente (*c*), e faceva onore all' aritmetica col suo nome e colle sue scoperte.

(*a*) Ac. Petr. Nov. Comm. tom. V. al.
(*b*) Ac. de Berl. t. XXXI. al.
(*c*) Cap. III.

67
Frenicle.

Al medesimo tempo fioriva in quella scienza il *Frenicle*, che si distinse singolarmente per la destrezza e maestria nel calcolo numerale. I quadrati magici, come di sopra abbiamo detto, occuparono molto la sua attenzione, e ne lasciò un lungo trattato, che se non è di vantaggio pel miglioramento delle scienze, avrà certo servito a lui stesso per aprirgli la mente ad ogni maniera di numeriche combinazioni. Altro ne diede più utile intorno ai *triangoli rettangoli in numeri*, ed altro di un'*abbreviazione delle combinazioni*, nei quali generalmente di ogni sorta di numeri, ma particolarmente dei figurati, si leggono curiose ed utili speculazioni. Non vi era a quei tempi problema su i numeri, di cui non si vedesse una soluzione del *Frenicle*, e questa della maggiore eleganza. *Il Fermat* e il *Cartesio* fra lor opposti in tanti altri punti, in questo solo convenivano di lodare le soluzioni del *Frenicle*, e di preferirle spesse volte alle loro proprie: occupati, come dice il *Condorcet* (*a*), in disputarsi la superiorità nei grandi soggetti, accordavano volentieri al *Frenicle* questa prova di equità, che niente costava al loro amor proprio. Il *Metodo delle esclusioni* gli dava una facilità per la soluzione di tali problemi, che tenne sorpresi di maraviglia

(*a*) Élog. de Frenicle.

gli aritmetici, finchè, coll'edizione di questo e degli altri suoi trattati, non si videro le vie ch' egli si aveva aperte, e che felicemente aveva seguite. Or sono usciti di moda questi problemi, e poco curansi tali teorie; ma noi all'osservare, che il *Beguelin* presenta sovente all'Accademia di Berlino i problemi numerici, su cui si erano occupati il *Bachet*, il *Fermat* e il *Frenicle (a)*; al sentire sì spesso risonare i nomi di questi aritmetici, nelle Accademie di Pietroburgo e di Berlino, nelle bocche dell' *Eulero* e del *la Grange (b)*; al vedere questi due sommi geometri dei nostri dì agitare con tanto ardore e con tanta assiduità le ricerche su i numeri primi ed intieri, su i divisori, e su altri simili punti *(c)*, non possiamo che fare plauso alle speculazioni del *Frenicle* e del *Fermat*, e professare grata riconoscenza alle dotte loro fatiche.

68 Aritmetica quadernaria.

Mentre questi ed altri celebri matematici si occupavano in simili teorie, altri pensavano a rovesciare tutto il sistema dell' aritmetica, e formarne altri affatto diversi. Il *Weigel* osservando, che i pitagorici avevano tenuto in particolar conto la *tetratti*, ossia il quadernario, s' immaginò che fosse

(a) Tom. XXVIII. XXXI. al.

(b) Nov. Comm. Ac. Petr. t. II. al. Acad. de Berl. t. XXIV. XXVIII. XXXI. al.

(c) Acad. Pet. ibid. Ac. de Berl. tom. cit. XXVI. al.

questa un' aritmetica quadernaria, cioè un' aritmetica che usasse solo il periodo di quattro, come noi usiamo quello di dieci, nè avesse più caratteri che 1, 2, 3, 0, e credè di trovare sommi vantaggi in questo modo di numerare, onde volle sporne il metodo, e l' utilità in due opere su la *tetratti pitagorica*, pubblicate verso il 1670. Se il *Weigel*, per una sognata imitazione dei pitagorici, cercò di formare un' aritmetica *tetrattica* o quadernaria, il *Leibnitz* studiatamente, per avere più comodi nell' esame dei numeri, inventò un' aritmetica del più breve e semplice periodo che possa darsi, qual è la *dyadica* o binaria, che coi soli caratteri 1 e 0, può esprimere tutti i numeri. Questi hanno due sorti di proprietà; alcune essenziali, quale è, che i numeri dispari posti in serie, e sommati danno la serie naturale dei quadrati; altre accidentali che dipendono da un' arbitraria istituzione, quale è, per esempio, che in tutti i moltiplici di 9, le cifre che gli esprimono unite insieme danno sempre 9, o un moltiplo di 9, ciò che provenendo unicamente dall' essere 9 il penultimo numero del periodo decuplo, istituito arbitrariamente, non è che una proprietà accidentale, ma che pure reca i suoi comodi all' aritmetica. Or di simili proprietà accidentali ne trovò il *Leibnitz* più nella sua aritmetica binaria, che nella nostra decimale, aggiungendo inoltre mag-

giore facilità per tutte le solite operazioni; e nel 1702, diede parte di questa sua invenzione all'Accademia delle Scienze, e poi, in seguito, di tutti i comodi che credeva ne potessero risultare. Intanto il *Lagny* professore d' idrografia in Rochefort, senza essere consapevole della scoperta del *Leibnitz*, per togliere alcuni inconvenienti, che trovava nei logaritmi, pensò anch' egli ad un' aritmetica binaria, colla quale le moltipliche e le divisioni si fanno necessariamente per semplici addizioni e sottrazioni, e, com' ei dice, le moltipliche e le divisioni sono i *logaritmi naturali* (*a*). Il *Dagincourt*, in una memoria sopra questa aritmetica leibnitziana, fa vedere quanto sia maggiore l' agevolezza di trovare con essa le leggi delle progressioni, che con qualunque altra di più caratteri o di più lungo periodo (*b*). Una utilità dell' aritmetica binaria, a cui nè il *Leibnitz*, nè il *Lagny*, nè il *Dagincourt* non pensarono certamente, fu, che mandata dallo stesso *Leibnitz* al P. *Bouvet* nella Cina, parve opportuna per fare intendere gli antichissimi caratteri di *Fohi*, che erano, già da molti secoli, inintelligibili agli stessi cinesi, e che potevano con questa combinazione dei numeri ricevere qualche lu-

(*a*) Hist. de l'Ac. des sc. an. 17[illegible]

(*b*) Misc. Ber. t. I.

[illegible] (a). Ma qualunque sieno i vantaggi di queste aritmetiche quadernaria e binaria, non bastano a compensare gl' imbarazzi, che recherebbero colla moltiplicità dei caratteri, di cui avrebber bisogno per esprimere i numeri alquanto alti: anzi volendosi introdur qualche novità, in vece di abbreviare il periodo dei numeri a 4, o 2, sarebbe forse più utile il prolungarlo a dodici, o sedici, che soffrono più divisioni in numeri intieri senza bisogno dei rotti. Ma troppo è difficile l'abbandonare gli antichi metodi adoperati da tutti generalmente, per riceverne altri nuovi immaginati da pochi, singolarmente dove il vantaggio non è patente, e può giustamente essere contrastato. Così le aritmetiche quadernaria e binaria non hanno trovati seguaci che le abbracciassero, nè sarebbe da sperare che ne trovassero di più, se si volessero introdurre la duodecimale o sedecimale, ancorchè dovessero avere più manifeste utilità.

69 Aritmetica degli infiniti del Wallis.

A più sublimi teorie aritmetiche pensavano intanto i profondi inglesi. Non men che un'aritmetica degl' infiniti ardì di formare il *Wallis*; le più lunghe e intricate serie di numeri si riducevano alle giuste loro somme, e assoggettandosi alle leggi che quella nuova aritmetica loro imponeva, lasciavano

(a) Leibn. Ac. des sc. an. 1703.

scoprire le vicendevoli loro ragioni; la frazione continua del *Brounker*, di cui tanti begli usi hanno mostrati l' *Eulero* (*a*), e il *la Grange* (*b*), è nata dall' aritmetica del *Wallis*; l' infinito stesso, e le inesplicabili serie dei numeri infiniti non isfuggivano le sue regole, e si lasciavano svolgere e contemplare, quando erano nelle dilicate mani del *Mercator*, del *Barrow*, e di altri pochi diretti in qualche modo dalla dottrina del *Wallis*. Tutto quanto il conteggio e calcolo, sia per via di cifre numerali, o di segni algebraici, sia definito e particolare, o indefinito ed universale, sia di ragioni di numeri a numeri, o di quantità a quantità, tutto abbracciò il gran *Newton* nella sua *Aritmetica universale*: egli ridusse in un corpo l' aritmetica e l' algebra, per formare con esse un corpo perfetto dell' arte di calcolare, e diede così all' aritmetica la maggiore ampiezza e dignità, a cui potesse mai aspirare. Ma delle serie numerali, tanto vezzeggiate dai moderni matematici, o delle aritmetiche del *Wallis* e del *Newton*, come di materie affatto algebraiche, parleremo nel seguente capo più lungamente. Per altra via eziandio si nobilitò, verso la fine del passato secolo, l' aritmetica applicandosi ad usi diversi, a cui prima non si era mai accosta-

70 Aritmetica universale del Newton.

71 Usi diversi dell' aritmetica.

(*a*) Ac. Petr. 1737.

(*b*) Ac. de Berl. tom. XXIV.

ta. Il *Pascal* (*a*), il *Sauveur* (*b*), e qualche altro francese avevano già accennata qualche applicazione dell'aritmetica alle combinazioni dei giuochi: l'*Ugenio* ne scrisse espressamente un trattato (*c*), dove cercò la maniera di ragionar giustamente nei giuochi, che pur dipendono dall' azzardo piucchè dalla ragione. Il *Leibnitz* applicò anche il calcolo alla giurisprudenza ed alla morale, e determinò col suo mezzo l' usura, o il frutto del denaro, che in diverse circostanze può convenire (*d*). Il *Petty* ridusse a calcolo il numero degli abitanti di una nazione, le derrate che deono consumare, i lavori che possono fare, la coltura dei terreni, la navigazione, il commercio e quanto può interessare il governo pubblico, e diede nascita in questa guisa all' aritmetica politica. Così l'aritmetica si venne applicando ad ogni materia, e in breve tutte le questioni furono ridotte a questioni di mero calcolo. Ma questi non furono che leggieri tentativi dei grandi sforzi che hanno fatto poi i più profondi matematici per innalzarvi la gran fabbrica dell'arte di congetturare, della dottrina della sorte, del calcolo della probabilità. Ma anche tutte queste materie e probabilità, benchè

72 Nei giuochi.

73 Nella giurisprudenza.

74 Nella politica.

(*a*) Triang. aritm.

(*b*) V. Fonten. Élog. de Mr. Sauveur.

(*c*) De ratioc. in ludis aleae.

(*d*) De interus simpl. in Act. Er. Lyps. an. 1683.

nate, si può dire, sotto la giurisdizione dell' aritmetica, siccome dipendenti dalle numeriche combinazioni, vennero poi trasferite all' algebra, e sono rimaste soggette al suo dominio.

Intanto le speculazioni aritmetiche erano riguardate con indifferenza dai matematici: questi consideravano come sterili le verità appartenenti ai numeri, e le lasciavano in abbandono, come poco degne delle loro meditazioni, secondo che ci attesta l' *Eulero* (*a*). Non mancarono nondimeno illustri matematici, che amassero d' intertenersi intorno a tali questioni, e facessero la loro corte all'aritmetica. Noi vediamo il *Carrè*, occupato in isviluppare una curiosa proprietà del numero 6, che prendendosi per divisore di tutti i numeri cubici, lascia in ciascuno un resto, che è la radice di quel cubo; e il *la Hire*, con sottili ed ingegnose combinazioni, trovare in tutti i numeri, elevati a qualunque potenza, la medesima proprietà (*b*). Noi vediamo il *Krafft* lavorare intorno ai moltipli del 7; nè contento della regola dataci dallo *Stifels* e da *Giovanni Krafft*, nel secolo decimosesto, proporne un' altra all'Accademia di Pietroburgo, la quale, schivando gl' inconvenienti che scopriva nell' antica, aves-

75 **Moderni aritmetici.**

(*a*) Ac. Petr. Nov. Comm. t. I.

(*b*) Hist. de l' Ac. des sc. an. 1704.

se maggiore chiarezza e semplicità (*a*). Il medesimo *Krafft* trattò dei numeri *amichevoli*, di quelli cioè, il cui minore si forma colla somma dei numeri aliquoti del maggiore, come 220 e 284 (*b*), e vi trovò ingegnose ed utili novità. Il *Winsheim* scrisse intorno ai numeri perfetti (*c*). L' *Hanschio* propose ai matematici la teoria di un' aritmetica, arricchita da lui con nuove invenzioni (*d*). Il *Goldbach* espose un teorema risguardante i divisori dei numeri (*e*), e il sopraccitato *Krafft* trattò questi assai più copiosamente. Il *Kruger* nei suoi *Pensieri sull' algebra* ha pubblicate tavole dei numeri *primi*; il *Lambert* le ha poi accresciute. Il *Moulieres* presentò nel 1704. all' Accademia delle Scienze (*f*) un metodo per trovare i numeri *primi*; e il *Rallier des Ourmes* ne mandò alla medesima, in questi anni, un altro facile per iscoprire tutti quelli che si contengono in un corso illimitato della serie dei dispari, e per distinguere al tempo stesso i divisori semplici da quelli che non lo sono (*g*). Il *Buf-*

(*a*) Ac. Petr. t. VII.
(*b*) Ac. Petr. Nov. Comm. tom. II.
(*c*) Ac. Petr. ibid.
(*d*) Ep. ad Math. de theor. etc. 1738.
(*e*) Act. Erud. Lyps. Suppl. t. VI.
(*f*) Hist. de l' Ac. 1705.
(*g*) Mém. de Math. de Phys. present. a la R. Ac. des sc. t. V.

fon (*a*), il *Lambert* (*b*), il *Beguelin*, il *Bernoulli* (*c*), ed altri geometri di grido non si sono lasciati condurre dalla comune opinione, ed hanno abbracciate le numeriche speculazioni, cominciate a mettersi da altri in abbandono. Che più? I due oracoli delle moderne matematiche l' *Eulero* (*d*) e il *la Grange* (*e*), non solo non hanno sdegnato di rivolgere i loro pensieri a tali questioni, ma le hanno sì replicatamente agitate, e le hanno esaminate con tanto ardore, che sembra abbiano trovato in esse le maggiori loro delizie, ed hanno certo fatto vedere che non guardavano le dottrine numerali come sterili verità, o come poco degne di occupare la loro geometrica attenzione. Ma bisogna pur confessare che anche questi argomenti, benchè tutti versanti su i numeri, e pertanto affatto aritmetici, sono per la maggior parte trattati algebraicamente, e quasi tutti gli or accennati scritti, benchè da noi in questo capo citati, più all' algebra appartengono che all' aritmetica. L' algebra, che per tanti secoli non era stata che ministra e serva dell' aritmetica, si è poi levata a fare da sè una scienza, ed ha soperchiata, per così dire, la sua principale e pa-

(*a*) Ac. des sc. an. 1741.
(*b*) Act. Helvet. t. III.
(*c*) Ac. de Berl. XXVII, XXVIII, al.
(*d*) Ac. Petr. tom. XIV. Novi Comm. t. I, II, IV, al.
(*e*) Ac. de Berl. t. XXIX, XX, XI, al.

drona: la facilità e speditezza che presta pei più sublimi calcoli e per le più difficili operazioni, ha chiamata l' attenzione dei più nobili matematici: tutte le questioni spettanti ai numeri, che prima erano dell' ispezione dell' aritmetica, sono state condotte alla decisione dell' algebra; questa si è arricchita del fondo stesso di quella, ed anche, per migliorare l'aritmetica, gli studj dei matematici si sono rivolti all' algebra. Noi dunque lasciando quella, verremo ad esaminare l'origine ed i progressi di questa.

CAPITOLO III.

Dell' Algebra.

76 Origine dell' algebra.

L'algebra riguardata prima come un metodo dell'aritmetica, e poi come un'aritmetica di segni applicabili ai numeri, o come un'aritmetica più universale ed astratta, si è quindi applicata, non meu che ai numeri, alle grandezze ed alle geometriche quantità, ed è divenuta una scienza media fra l'aritmetica e la geometria, e distinta dall'una e dall'altra o, per dir meglio, che comprende ed abbraccia tutte due. Il nome di algebra viene dall' arabo الجبر, che suona *restituzione*, od *unione in un intiero*; e molti perciò credono che deggiasi prendere dagli Arabi l'origine di una scienza, a cui essi hanno dato il nome. Ma l'algebra riconosce un'origine assai più antica, e deriva dalla dotta Grecia la sua letteraria nobiltà. Gli Arabi stessi spontaneamente gliela confermano; e l'opera *Degli aritmetici* di *Diofanto* è un incontrastabile monumento, che troppo si fa sentire a favore dei Greci, per potersi loro contendere quest'onore. Ma a qual

77 Diofanto inventore dell' algebra.

Greco dovremo noi dare il vanto dell'invenzione di quella scienza? Fu egli *Diofanto* il creatore dell'algebra, o non fu che illustratore e propagatore

della medesima, conosciuta già prima, ed adoperata dagli altri Greci? Alcuni credono di vedere posti da *Euclide* (*a*) i fondamenti dell'algebra (*b*). Ma, a dire il vero, nè in *Euclide*, nè in verun altro greco, anteriore a *Diofanto*, non so rintracciare manifesti indizj di quella scienza, benchè forse ora, che noi abbiamo la testa algebraica, ci possa parere qualche rara loro dimostrazione regolata coi suoi principii; e *Diofanto* è il primo che ci abbia data a conoscere l'algebra, e l'unico, a nostra notizia, che l'abbia trattata con estensione e con maestria. Egli stesso ne parla in guisa, che sembra mostrare assai chiaramente di essere stata sua invenzione la dottrina da lui proposta, e spiegata nella sua opera. Egli chiama tentativo, prova, conato suo la formazione di quel metodo per la soluzione dei problemi numerici: egli dice che questo suo metodo riuscirà più difficile e laborioso per essere ancora affatto disconosciuto; egli entra a sporre le parole, di cui ha da usare a formare definizioni delle cose che ha da trattare, ed a spiegare minutamente le dottrine preliminari, come colui che è per parlare di una scienza nuova, che non è ancor conosciuta da altri. Osservo inoltre che, nè *Diofanto* nei moltissimi problemi, che si propone e scioglie, non cita

(*a*) Elemen. lib. II, cap. IX, prop. VII.

(*b*) Bettini Appiat. XI, c. II.

mai verun altro matematico che ne abbia cercata la soluzione, nè vedesi dai Greci posteriori citato altro scrittore di tale scienza anteriore a *Diofanto*, nè gli Arabi, che in questa parte possono aver tanto peso di autorità, quanto gli stessi Greci che ci sono rimasti, parlano di altro greco algebrista che del solo *Diofanto*. E tutto questo m' induce a conchiudere che sia stato realmente *Diofanto* il creatore dell'algebra, e che debba pertanto coronarsi di onore il suo nome con quello dei più illustri Greci, dei più famosi inventori, dei più benemeriti delle scienze. Nessuna scienza è stata allo stesso tempo inventata e perfezionata, nè l' algèbra poteva aspirare ad avere un sì lusinghevole privilegio, e venire nel suo bel nascere ad una matura perfezione. La dottrina di *Diofanto* versa soltanto sulle equazioni del primo grado; ma egli fa nondimeno conoscere qua e là, che sapeva anche la formola per quelle del secondo; anzi fin dal principio promette (*a*) d' insegnare poi la maniera di sciorre i problemi, che sembrano appartenere alle equazioni del secondo grado. Ma qualunque sieno i problemi ch'ei prende a risolvere, dee certamente recar maraviglia l'accortezza e maestria, con cui li maneggia, e l' ingegnosa applicazione che fa dell'analisi algebraica per la loro risolu-

(*a*) Lib. I, defin. XI.

zione. Il metodo e l' arte di *Diofanto* di sfuggire i valori irrazionali pel mezzo di certe equazioni finte; la destrezza di risolvere equazioni semplici e doppie, e ancor più alte, ed altri bei ritrovati del greco algebrista, sono guardati con rispetto dai più dotti moderni e giudicati degni di essere non solo abbracciati, ma illustrati, e condotti a maggiore perfezione colle dotte loro fatiche. Noi abbiamo perduti molti libri di *Diofanto*; ma quei che si sono conservati, bastano a darci una ben vantaggiosa e gloriosa idea dell'acuto suo ingegno, e del profondo suo sapere (*). Questi altresì sono gli unici monumenti della dottrina algebraica dei Greci antichi. La celebre ed infelice *Ipazia*, avvezza a maneggiare le più aspre spine della geometria e del calcolo, era la più opportuna per

(*) Per non interrompere il corso della Storia daremo qui qualche leggiera idea delle parole e dei segni dell' algebra di *Diofanto*. Egli chiama (1) il quadrato *potenza*, o δυναμις, e lo segna col δ, aggiungendovi un υ in questa guisa δυ; così il cubo κυ, così il quadrato quadrato δδ, che è δυναμοδυναμις, e il quadrato cubo δκυ. Il numero, che non è che semplice numero, ς, come or dicesi, prima potenza, viene chiamato *numero*, e segnato collo ς l'unità col μ aggiuntovi un ο μο Il *più* chiama ὕπαρξις, il *meno* λεἶψις; e segnasi il *meno* col ψ rovesciato, ossia ⋔; ma del *più* non si vede segno particolare. Nelle scienze, come in tutte le cose grandi, le più piccole antichità interessano la curiosità dei saggi e veri filosofi: ma la vastità della materia non ci permette di seguire distintamente ogni cosa.

(1) Defin. II.

illustrare l' algebra e le opere di *Diofanto*; ed egli infatti ne fece un commentario, come sappiamo da *Suida* (a); ma anche questo prezioso monumento della greca algebra è da gran tempo perito, nè ci è rimasto verun vestigio, onde potere scorgere quale fosse la sua dottrina.

78 Arabi coltivatori dell' algebra.

Dopo *Diofanto* gli Arabi sono gli unici che debbano chiamare la nostra attenzione. Alcuni vogliono dare agli Arabi, come abbiamo detto di sopra, la gloria dell' invenzione dell' algebra; e se vero è, come ingegnosamente dice il *Fontenelle* (b), che le scoperte appartengano a chi dà loro il nome, quanto diritto non potranno vantare gli Arabi sopra quella scienza, che nello stesso suo nome si manifesta già arabica? Il *Cardano* infatti non dubita di asserire (c) che quest'arte ricevè la sua nascita dall'arabo *Moamad*, figliuolo di *Moisè*, e ne cita, in irrefragabile testimonio, *Leonardo* pisano. Il *Tartaglia* parimente chiama senza esitanza inventore di tale scienza il citato *Moamad* (d). Altri, presi soltanto dalla somiglianza del nome, vogliono attribuire l' origine dell'algebra al medico e filosofo *Giaber*, o a *Geber* famoso astronomo di Siviglia. Il *Wallis* (e) crede ben-

(a) V. Υ'πάτιχ.
(b) Elog.
(a) Artis magn. seu De regul. alg. cap. I.
(c) Pref. all' Euclide.
(c) Alg. cap. II, a. XXII.

sì che l' algebra sia stata già conosciuta e spiegata dai Greci, ma che gli Arabi per altre vie l' abbiano posseduta, venuta forse loro dalla Persia e dall' India, senza riceverla dalla Grecia. Perciocchè se fosse greca l'algebra arabica, greca parimente sarebbe la denominazione delle potenze: ma vediamo all'opposto, che il quadrato cubo, che presso *Diofanto* non è che il quadrato moltiplicato pel cubo, presso gli Arabi è assai più alto, ed è il quadrato del cubo, o il cubo del quadrato. *Diofanto* solo conobbe numero, podestà, o quadrato, e cubo, gli Arabi inoltre avevano la denominazione dei supersolidi, e diversi nomi delle potenze, diverso ordine nel riferirle, e l'inserzione dei supersolidi sembrano al *Wallis* argomenti non dispregevoli per riputare differente dalla diofantea l'algebra arabica; ed egli pensa che questa possa derivare dagl' Indiani, dai quali era parimente venuta agli Arabi l' aritmetica. Questi argomenti del *Wallis* sono stati ampliati, e più distintamente distesi dal dotto matematico P. *Cossali* nella piena e profonda sua opera *Origine, trasporto in Italia, primi progressi in essa dell'algebra* (a). Qualunque fossero le congetture del *Wallis*, non mi pareva che dovessero sovrastare al testimonio contrario degli stessi Arabi, che confessano averla ricevuta da

(a) Capo VI.

Diofanto. Che poteva dirsi più positivo ed autentico di ciò che leggesi nella *Biblioteca arabica dei filosofi*? L'autore di questa è un egiziano, che passa per accuratissimo scrittore, e che tale si mostra particolarmente nelle notizie appartenenti ai matematici, vedendosi spesso consultare, in questa parte bibliografica, gli stessi matematici più rinomati, esaminare attentamente le opere, di cui parla, cercarne, dove potesse, i codici autografi, e le picciole note aggiuntevi dagli stessi autori, scrutinare le minute schedole dei matematici, donde potesse trar qualche lume, distinguere i libri rari, confrontare l'edizioni diverse, pesare il merito degli autori, delle opere e dell'edizioni, osservare diligentemente gli stromenti astronomici, e correre dietro a qualunque invenzione matematica (*a*), e di nessun'altra materia mostrarsi si appassionato amatore, quanto di tutto ciò che risguarda le matematiche; quest'arabo scrittore, sì degno di fede, dice apertamente « *Diofanto* fece un'opera lodatissima del» l'arte algebraica, che è stata tradotta in arabo: » e quanti poi hanno scritto d'algebra tutti si sono » levati su i fondamenti di lui ». *Abulfaragio* (*b*) chiama celebre l'opera di *Diofanto*; e questa ce-

(*a*) V. art. *Euclide*, *Apollonio*, *Tolomeo*, *Alhassan*, *Ben Alhassan*, *Ben Alaitan*, *Abu Ali*, *Ben Alnabdi* e molti altri.

(*b*) Hist. orient. lat. versa a Pocockio pag. 89.

lebrità non le veniva che dal corso che aveva fra i suoi Arabi. Il *Casiri* stesso, il più versato di quanti noi conosciamo negli scritti degli Arabi, e portatissimo ad abbracciare ciò che può essere di loro onore, dopo aver detto che il *Morofio* attribuisce ad essi l' invenzione dell' algebra, ma che il *Regiomontano*, lodato dal *Vossio*, nella prefazione ad *Alfergano* la riferisce a *Diofanto*, soggiunge: *Caeterum Arabes scriptores hanc laudem nec Graecis detrahunt, nec sibi arrogant, quippe qui* Diophantum *algebrae auctorem extitisse ingenue profitentur* (*a*). E queste testimonianze di scrittori, più di noi versati negli scritti degli Arabi, e più interessati nel loro onore letterario, credeva che dovessero avere più peso che le semplici congetture, fondate sulla diversità dei nomi, e di qualche pratica esecuzione. Anche i moderni algebristi italiani e spagnuoli, che tutti diciamo oriundi dagli Arabi, pur adoperavano i nomi di *cosa*, di *censo*, di numeri *relati* e *pronici*, ed altri non conosciuti dagli stessi Arabi. Quanti nomi, quante operazioni, quanti metodi non si sono alternativamente cambiati, senza che per questo pensiamo a ricercarne origine differente! Se dovremo far gran conto di queste differenze dell' algebra arabica e della diofantea, biso-

(*a*) Bibl. Ar. Escur. t. I, p. 370.

gnerà conchiudere, che questa nessuna influenza abbia avuto sopra di quella, e che gli Arabi per niente abbiano seguita la dottrina di *Diofanto*. E ardiremo di ciò asserire dopo sì chiari testimoni in contrario degli stessi Arabi? Nè credo sia da darsi gran peso ad alcune espressioni dei nostri algebristi dei tempi bassi, di un certo *Raffaello Canacci*, che cita un *Guglielmo de Lunis*; l'uno e l'altro affatto oscuri, conosciuti soltanto per un codice, senza data nè segno di tempo, posseduto in Firenze dal cavaliere *Nelli*, veduto dal P. *Cossali* e da pochissimi altri; di Fra *Luca di Borgo*, inesattissimo nelle bibliografiche notizie, e di altri simili. Così pensava io, ed aveva, nelle prime edizioni di questa mia opera, riferita a *Diofanto* l'origine dell'algebra arabica. Ma vedendo poi, nel secondo tomo delle transazioni filosofiche della Società di Bengala, uscito allora alla luce, la memoria di *Rabuel Burrow*, che dice di avervi trovati nel *Sanscrit* problemi algebraici maneggiati dagli Indiani, e libri di algebra di un' antichità e di un merito, che egli forse soverchiamente magnifica, ma che certo provano, che in quella nazione era da gran tempo coltivato questo studio, cominciai a pensare che potesse realmente esser vero ciò che soltanto per congetture aveva proposto il *Wallis*. Vennero poi a rinforzamento di queste le ragioni, distintamente

sviscerate dal dotto *Cossali*, e le sue riflessioni sull' età, e la patria di alcuni algebristi arabici; e rileggendo di nuovo quanto il *Casiri* e l'autore della *Biblioteca arabica dei filosofi* dicono dei matematici di quella nazione, e delle molte lor opere nella logistica indiana, credo potersi assai fondatamente pensare ciò che vuole il *Cossali*, che gli Arabi da principio prendessero l' algebra dagli Indiani, e che poi innoltrati in quell' arte, quando furono in grado d' intendere la dottrina assai più sublime di *Diofanto*, traducessero la sua opera, e che *dei sottili lumi di lui illustrarono il loro ingegno (a)*. Ma realmente per ben decidere questo punto non ci bastano le cognizioni che abbiamo presentemente. Noi conosciamo abbastanza l' algebra diofantea; sebbene anche di questa ci sono mancati i sei libri, che certamente molti ulteriori lumi ci avrebbono somministrati. Ma dell' indiana niente sappiamo; e dell' arabica solo per tradizione ci sono giunte alcune nozioni, che non possiamo accertare quanto sieno giuste. Se il *Burrow* ci darà tradotti i libri indiani, che ci ha promessi dell'aritmetica e dell' algebra indiana: se qualche erudito matematico, versato nella lingua arabica, renderà di uso comune alcuni dei molti celebrati codici arabici, che trat-

(a) Loc. cit.

tano questa materia, allora confrontando l'algebra diofantea, l'indiana e l'arabica, si potrà fondatamente decidere ciò, che per altro non è di molta importanza, se diofantea debba dirsi, ovvero indiana, ed anzi autotona ed originale l'algebra degli Arabi.

Qualunque però sia stata l'origine dell'algebra presso gli Arabi, questi certamente la coltivarono con ardore, e se non le diedero la nascita, le recarono avanzamenti, e la condussero a maggior perfezione. Il primo, secondo il testimonio del *Cazuineo* presso il *Casiri* (a), che insegnasse ai maomettani quella scienza, fu *Moamad Ben Musa* detto il *Khuarezmita*, nome celebre eziandio presso i Latini, chiamato dai primi algebristi europei, come abbiamo detto, inventore dell'algebra, e commendato particolarmente dal *Cardano*, come uno dei più grandi ingegni che fosser venuti al mondo (b). Altro *Moamad*, detto volgarmente *Albuzgiani*, scrisse commentarj al libro dell'algebra del *Khuarezmita* e ad altro di *Abu Jahia* parimente dell'algebra, e oltre di questi illustrò l'algebra di *Diofanto*, e non solo ne formò commentarj, ma distese dimostrazioni delle sue proposizioni, ed egli stesso molti libri compose di trattati aritmetici, e di tutta l'arte logi-

(a) Tom. I. pag. 371
(b) De subtil. lib. XVI.

stica (*a*). Discepolo di questo *Moamad* fu *Thabit ben Corrah*, il quale non solo scrisse di aritmetica e di algebra, ma diede anche un' opera di problemi algebraici da comprovarsi con geometriche dimostrazioni. Il *Montucla* (*b*) cita un codice di *Omar ben Ibraim*, esistente nella biblioteca di Leyda, il quale, portando il titolo di *Algebra delle equazioni cubiche*, mostra, che gli Arabi fossero gloriosamente arrivati alle equazioni del terzo grado. Dell' algebra scrisse pure a quei tempi *Ahmad Altajeh*, discepolo del celebre *Alkindi*; dell' algebra scrisse il famoso calcolatore *Ebn Albanna* di Granata; dell' algebra scrissero *Kosein*, *Jahia*, *Tejoddin* ed altri infiniti; e fu così universale il prurito di scriver d' algebra, che se ne composero anche poemi, trovandosene, a nostra notizia, uno d' *Ibn Jasmin*, sul quale esistono i commenti nella biblioteca bodlejana (*c*), altro di *Moamad Ben Alcassem* di Granata, ed altro di un anonimo nella biblioteca dell' Escuriale (*d*). Noi più non godiamo, nè facciamo conto dei lumi algebraici dei Saraceni maestri: gli ulteriori avanzamenti procuratici dai moderni analisti ci fanno trascurare le arabiche cognizioni; ma

79 Altri arabi algebristi.

(*a*) Casiri t. I, p. 433.

(*b*) Hist. des Math. par. II, t. I. §. IX.

(*c*) Heilbronner Hist. math. p. 611.

(*e*) Casiri t. I, p. 370, 379.

dobbiamo sempre professare grata riconoscenza a chi ci comunicò i primi lumi, e ci appianò le vie onde poterci innoltrare a più grandi ed utili scoprimenti.

79 Altri arabi algebristi.

Dagli Arabi passò nelle nostre scuole la scienza algebraica; ma noi non sappiamo quali sieno stati i primi europei, che fecero parte ai lor nazionali di sì pregevole dono. Forse quel *Giuseppe* Spagnuolo, la cui aritmetica tanto pregiava *Gerberto*, avrà eziandio conosciuta l'aritmetica speciosa, come si suole anche chiamare l'algebra. Forse alcuni dei molti libri matematici dell' archivio di Toledo, nei quali, al dire del *Terreros* o del *Burriel* (*a*), vedonsi adoperate le cifre arabiche, avranno anche trattata l'algebra araba. Vi si vedevano certo tradotte in latino alcune opere di *Tabit ben Corrah*, il quale vien riguardato come uno dei padri di tale scienza. Forse *Gerberto*, che sì misteriosamente parla dell'aritmetica, da lui appresa in Ispagna, avrà compreso sotto questo nome anche l'algebra. Forse *Giovanni* di Siviglia, forse . . . . . Ma che serve l'andare in traccia d' inutili congetture, che non possono darci veruno schiarimento intorno ai progressi di quell'arte? Checchè sia stato di quegli antichi matematici, noi più non abbiamo verun

(*a*) Paleogr. esp. p. 102.

monumento, nè sicuro indizio della loro algebra. Il primo europeo, di cui se ne sieno conservati, è *Leonardo Fibonacci*, ossia figlio di *Bonacci*, da Pisa, nella sopraccitata sua opera dell'*Abaco*, nella quale tutto il capo XV della parte IX è di regole e proporzioni appartenenti a geometria, e di questioni di algebra e di almuchabala, ossia *Introductoria algebrae et Almuchabale*. Nel quale lungo capitolo, dice il *Targioni (a)*, si serve *Leonardo* delle lettere *a b c* ec., e di altri segni algebraici: e sebbene in quel poco che ho potuto leggere di quel codice, nè vi ho veduti segni algebraici, nè credo, che le lettere *a b c* ec. vi sieno adoperate per altro che per segnare geometriche quantità, pure non dubito ch' egli trattasse assai dottamente, per quanto a quei tempi potevasi, dell'algebra, e merita certamente la venerazione di tutti i posteri, come il primo loro maestro di quella scienza che siasi conosciuto (*). Non ardirò di collocare affermatamente fra gli algebristi il soprallodato *Paolo dei Dagoma-*

81 **Leonardo da Pisa.**

(*a*) Relaz. d' alc. viag. ec. tom. II.

(*) Di questo e degli altri seguenti algebristi italiani vedasi l' opera, uscita dopo la prima edizione di questa nostra e da noi qui citata, del dotto P. *Cossali*, nella quale, in due volumi in quarto distesa, amplissimamente si spiega il merito di ciascuno, e presentasi pienamente questo breve periodo della storia dell'algebra.

ri o dell'*Abaco:* il chiamarlo il *Villani* superiore a tutti gli altri nelle equazioni, e il cantare di lui il *Verino: Velox qui computat omnia signis*, non basta per dargli, come vorrebbe il dotto *Ximenez (a)*, la lode di algebrista; potendo intendersi il detto del *Villani*, non delle equazioni algebraiche, ma delle astronomiche, come dice l'edizione italiana; e quel del *Verino*, non dei segni algebraici, ma dei numerali, i quali infatti sono quei, che egli loda come riportati dal Gange da questo *Paolo*. Ma dirò bensì, che, verso la metà del secolo decimoquinto, erano già assai comuni le cognizioni algebraiche, non solo nell'Italia, ma nella Germania e in altre nazioni; poichè il *Regiomontano*, non solo se ne serve utilmente per risolvere varj problemi *(b)*, ma proponendo un'equazione del secondo grado, dice semplicemente, come di cosa niente nuova e ben conosciuta, *fiat secundum cognita artis praecepta*, come osserva a questo proposito il *Montucla (c)*. Questa generale propagazione dell'algebra si può anche dedurre evidentemente dalla stessa opera di *Luca Pacioli*, benchè la prima su tale materia che sia venuta alla pubblica luce; poichè in essa fin dal principio vediamo, che non solo era conosciuta da

(*a*) Del gnom. fior. Intr.

(*b*) De triangul. lib. V.

(*c*) Hist. des Math. par. III. l. II. §. I.

qualche più erudito e profondo matematico, ma perfino dal volgo veniva distinta, e con tre nomi diversi segnata, ed or *arte maggiore*; or *regola della cosa*, or *algebra* ed *almucabala* era appellata (*a*); e le sue regole si spongono nel decorso del libro, come cose comuni, senza veruna traccia di novità, nè mai scorgesi nell'autore alcuna espressione di vanto o di compiacenza, come in colui, che creda di spacciare nuove dottrine non ancor conosciute da altri.

Ma checchè sia di questa pubblica propagazione dell'algebra, certo è, che la prima opera venuta alla luce, contenente questa dottrina, è stata la sopraccitata: *Somma di aritmetica, geometria, proporzioni e proporzionalità* di *Luca Pacioli* dal Borgo di san Sepolcro. Tutta la distinzione ottava, in sei lunghi trattati compresa, versa intorno a quest'arte, detta da lui, qual'è in realtà, *maxime necessaria alla pratica di aritmetica ed anche di geometria*, e spiega i suoi principj e le sue regole, e forma, per così dire, un corso assai compiuto dell'algebra, quale ai suoi tempi si ritrovava. Egli non passa più oltre delle equazioni del secondo grado, ed anche per queste non considera che tre casi, nei quali dà le sue regole, vere bensì, ma non abba-

82 Luca Pacioli.

(*a*) Dist. VIII. praef.

stanze generali e compiute, che non abbracciano le radici negative, ma solo le positive. Il merito di *Luca* non fu che di avere sposte alla pubblica cognizione le altrui scoperte, nè gli si può dare la gloria di averne da sè prodotta alcuna, e di avere ampliato i confini della sua arte. Lo fece poco di poi *Scipione del Ferro* col ritrovare le equazioni del terzo grado, che *Luca* non sol non credeva, ma apertamente asseriva che non si potessero ritrovare; invenzione che il *Cardano* magnifica colle più alte lodi, e chiama bella e maravigliosa, superiore ad ogni umana sottigliezza e alla chiarezza di ogni ingegno mortale (*a*). Questa invenzione, comunicata secretamente dal *Ferro* ad *Antonio Maria del Fiore*, gli diede gran facilità per risolvere molti problemi fin allora creduti insolubili, e l'incoraggiò ad intimare al famoso *Tartaglia* una sfida aritmetica. Allora il *Tartaglia* spronato dall'emulazione e dall'ardore di vincere in quella lizza, aguzzò il suo ingegno, ed inventò una regola per la soluzione di tali problemi, che aveva il pregio di essere più generale e di comprendere molti casi, ai quali non era applicabile quella di *Scipione*. Era uso di quei tempi il tenere celati i metodi ritrovati, per avere così un mezzo di sciogliere molti quesi-

83 Scipione del Ferro.

84 Tartaglia.

(*a*) Art. magn. cap. I.

ti, di cui gli altri contendenti mancavano. Infatti anche il sopraccitato del *Ferro* non volle comunicare che ad un suo caro discepolo, e a questo anche in rigoroso secreto, la stimabile sua scoperta. Quindi il *Cardano* nella breve storia che tesse dell'algebra, narra bensì tutti i passi e le scoperte sin allora fatte, ma non conosce gli autori di esse, nè altri ne sa nominare che l'arabo *Moamad*, e questi due suoi coetanei. Ma il *Tartaglia* era in questa parte sopra tutti gli altri geloso; ed il *Nugnez* (a) l'accusa distintamente di quella sua, per così dire, letteraria avarizia; e il *Cardano* racconta, che non mai volle arrendersi a fargli parte della sua scoperta, se non trattovi a pura forza, ed obbligato da replicate ed importune richieste. Buon per noi, che l'ardente ed ostinata importunità del *Cardano* giunse a strappargli di bocca il bramato arcano, e la sua ambizione di gloria gli fece superare lo scrupolo di mancare alla data parola di secretezza, e prendersi la compiacenza di comunicarlo anche al pubblico. Era per avventura il *Tartaglia* matematico più profondo, e di più forte ingegno che il *Cardano*, ma di uno stile e discorso rozzo ed incolto, conveniente alla plebea sua educazione, non ripulita coi buoni studj, e di un'indole altiera ed inquieta che

85
Cardano.

(a) Lib. de Alg.

gli procacciava molti nemici; onde s' egli avesse pubblicate le sue scoperte, come poi fece, in versi barbari ed oscuri, non avrebbero esse certamente chiamata l' attenzione dei matematici, e sarebbero forse rimaste sepolte nella loro oscurità e nel comune abbandono. Dove che il *Cardano*, erudito e colto come egli era, se mancò al secreto promesso al *Tartaglia*, e gli recò dispiacere, meglio però giovò alla celebrità della scoperta, al profitto degli studiosi, ed al vantaggio delle scienze. Egli spose il metodo del *Tartaglia*, o le formole delle equazioni del terzo grado in chiara latinità, con espressioni facili ed intellegibili; egli ne trovò la dimostrazione, a cui non aveva pensato il *Tartaglia*; egli ampliò e distese a tutti i casi le regole, che solo erano applicabili a quelli in cui manca il secondo termine, ciò che allora non poteva farsi comune a tutte; egli in somma illustrò ed arricchì di tanti miglioramenti ed accrescimenti le formole del *Tartaglia*, che meritò assai giustamente l' onore che gli ha reso la posterità, di dare a quelle il nome di *Formole del Cardano*. Il *Gua*, occupato nelle ricerche del numero delle radici, che si possono trovare nelle equazioni di tutti i gradi, spiega distintamente la dottrina del *Cardano* risguardante tali radici (*a*); ma sembra che non sia stato abbastanza ri-

(*a*) Acad. des sc. an. 1741.

servato nel decidere che egli, non guari meno che il Pacioli, punto non conoscesse l' uso delle radici negative: mentre al contrario in più luoghi del suo libro (*a*) fa uso chiaramente di tali radici.

86 Caso irreducibile dell'equazioni del terzo grado.

Una osservazione, che è di molto onore alla perspicacia algebraica del *Cardano*, è la limitazione che egli fa delle regole delle equazioni del terzo grado, nel caso che l' estrazione della radice quadrata che dee entrare in tali equazioni, non sia possibile, ossia, come si dice, *immaginaria*. Questo è il celebre caso *irreducibile*, in cui si trovano tre radici reali sorde; e vani sono tutti gli sforzi finora fatti per esprimere queste radici in termini razionali, nè si è potuto accordare una regola generale di cangiare in reali assegnabili le grandezze immaginarie che presenta la formola, e sotto le quali si nascondono le radici reali delle equazioni. Questo caso irreducibile ha chiamata, per più di due secoli, l'attenzione degli algebristi, ed è stato per l'algebra, come la quadratura del circolo per la geometria, lo scoglio, a cui hanno urtato quanti hanno voluto superare quella difficoltà; e gloria è dell'acutezza di mente del *Cardano* l'avere sin dal principio trovato un tale caso, e riconosciutane l' insuperabile resistenza a tutti gli sforzi degli analitici. Questi meriti del *Cardano* han-

(*a*) Art. magn. c. III. VII.

no fatto passare con molto credito alla posterità il suo nome, e gli hanno ottenuto l'onore di occupare i pensieri e gli studi dei matematici di tutti i tempi; e non solo il *Wallis* (*a*), il *Baker* (*b*), ed altri nel passato secolo, ma anche l'*Eulero* (*c*), ed altri nobili matematici del presente sino a questi dì si sono impiegati, e s'impiegano in dare maggiore schiarimento e più ampiezza alla sua dottrina, e tutti concorrono a rendere vie più illustre e glorioso nelle matematiche il nome del *Cardano*, che non è troppo rispettato dai medici nè dai filosofi. A maggiore sua gloria, anche un suo discepolo, *Luigi Ferrari*, contribuì molto all' avanzamento dell' arte algebraica. Lo stesso *Cardano* dice apertamente, che alcune scoperte da lui riferite non sono veramente sue, ma del suo allievo *Ferrari*, ed a questo particolarmente riporta due dimostrazioni (*d*). Attribuivasi al *Cartesio* un *martello cubico*, con cui risolvevansi le equazioni quadrato-quadrate; ma il *Leibnitz* scrisse senza la minore esitazione all' Oldemburgo, che non era tale invenzione del *Cartesio*, nè del *Vieta*, ma del secolo antecedente, cioè del *Ferrari*, e che questi, prima di ogni altro, insegnò agli algebristi a ri-

87 Luigi Ferrari.

(*a*) Algebra.

(*b*) Cardanus promotus.

(*c*) Elem. de alg. rect. IV. ch. XII.

(*d*) Art. magn. cap. VI.

durre ad equazione cubica la quadrato-quadrata (*a*). Il gran merito del *Ferrari* fu il ritrovare un metodo per risolvere le equazioni del quarto grado. Nè il *Ferro*, nè il *Fiore*, nè il *Tartaglia*, nè il *Cardano*, nè verun altro matematico anteriore, non avevano potuto mai giungere a quelle equazioni, nè i matematici posteriori hanno saputo passare più oltre a trovare equazioni per altri gradi. Tanto merito del *Ferrari* non è bastato ad ottenergli dal *Wallis* e dal *Gua* un più alto ed onorevole posto nelle lor brevi storie dell' algebra, quale conveniva alle sue scoperte. Più fortunata sorte è toccata al *Bombelli*, il cui nome, come quello del *Cardano*, coi propri e cogli altrui meriti ha acquistata celebrità. Benchè le formole delle equazioni del quarto grado sieno realmente ritrovato del *Ferrari*, sono non pertanto più conosciute sotto il nome del *Bombelli* (*b*), il quale le spose con più chiarezza, e diede loro maggiore estensione. Egli, meglio di ogni altro, svolse e spiegò tutta la dottrina algebraica; e i suoi libri di algebra possono riguardarsi come il più pieno e compiuto corso di quella scienza, che in tutto quel secolo sia comparso. Egli inoltre ebbe, come il *Cardano*, il merito dell' invenzione. Il *Leibnitz* dice, che il *Bombelli*, prima di ogni altro, insegnò ad estrarre le ra-

88
Bombelli.

(*a*) Op. t. III. Ep. ad. Oldemb. p. 41. ad Wall. p. 126.
(*b*) V. Euler. Elem. d' Alg. ed al.

dici razionali dai binomj cardanici, in apparenza immaginari (*a*). Egli infatti fu assai più accorto che il *Cardano* nell'esame del caso irreducibile, e non solo ardì di asserire che la radice irrazionale, tuttochè nascosta sotto una forma immaginaria, è sempre possibile; ma ne dimostrò in qualche modo la possibilità, e passò eziandio a fare i suoi sforzi per ritrovarla, e vi riuscì in certi casi, benchè non potè darne una regola assai generale. Il *Gua* (*b*) dà il vanto al *Bombelli* di avere il primo parlato dal calcolo dei radicali, di aver fatto entrare nei calcoli le radici impossibili, e di aver insegnata una regola per la risoluzione delle equazioni del quarto grado, di cui è svanito il secondo termine che, dice, sarà sempre riguardata come una delle principali scoperte che siensi fatte nelle matematiche, e ci mostra l'opera del *Bombelli* come un'opera molto interessante pei progressi di questa scienza. Così il *Bombelli* fu molto benemerito dell'algebra, e il suo nome occuperà sempre onorato posto nella storia delle matematiche. Finora l' algebra può riguardarsi come una scienza italiana, benchè conosciuta e coltivata dalle altre nazioni. *Leonardo* da Pisa e *Luca* dal Borgo, i primi scrittori conosciuti di questa scienza, furono italiani, come italiani pure furono il *Ferro*, il *Fiore*, il

(*a*) Ubi supra.

(*b*) Ubi supra.

Tartaglia, il *Cardano*, il *Ferrari*, il *Bombelli*, e tutti i principali propagatori ed avanzatori dell' algebra. Il nome stesso italiano, che allora davasi a questa, può essere chiara prova della sua nazionalità. Se noi diamo agli Arabi la gloria di padri dell'algebra, perchè essa porta arabico nome, il sentirla chiamare con nome italiano dee dare all' Italia qualche particolare diritto di considerarsi come sua maestra e padrona. L'algebra, benchè chiamata anche *arte maggiore* ed *arte magna*, era universalmente intitolata *Scienza della cosa*; e non solo gl' Italiani le davano questo nome, ma il tedesco *Rudolphs*, e il suo dotto editore *Stifels* diedero il titolo *Die coss* ad un' opera intorno all' algebra, e l' inglese *Record* dice Regola della cosa *The Rule of Cos*, e *cosici* si chiamavano anche in latino i numeri, e *cosicae* le radici fino nel secolo passato. Pur nondimeno tutte le nazioni ebbero verso la metà del secolo decimosesto i loro scrittori di algebra. Oltre i tedeschi, ora nominati, *Rudolphs* e *Stifels* e l' inglese *Record*, vi erano francesi algebristi assai celebrati, il *Peletier* e il *Buteon*, ed anzi da questo vogliono alcuni prendere la prima origine di segnare i numeri colle lettere nelle proporzioni algebraiche; vi era nella Spagna il celebre *Nugnez*, più conosciuto col nome di *Nonio*, del quale furono abbracciati e seguiti parecchi metodi, che si vedo-

89
Altri algebristi del secolo XVI.

no anche riportati, nel passato secolo, dal *Backet di Meziriac* (a), dal *Dechales* (b), e da altri scrittori; vi era nell'Olanda lo *Stevin*, conosciuto e stimato anche posteriormente; e vi erano per tutta l'Europa varii studiosi e coltivatori di quella scienza.

90 Vieta.

Ma tutti, sì italiani che delle altre nazioni, tutti deono cedere il posto al francese *Vieta*, dal quale s'incomincia una nuova epoca per l'algebra, e, si può dire, anche per tutte le matematiche. Finora l'algebra in mano di uomini ingegnosi bensì e dotti aritmetici, ma non abbastanza fini e ripuliti geometri, non si era acquistato quel grado di dignità, che la facesse occupare un riguardevole posto nella letteratura. Il *Vieta* la levò a questo onore; nelle sue mani si formò quell'utile e glorioso istrumento, che or è, delle più difficili ed ardue scoperte, e produsse così una memorabile rivoluzione nelle matematiche, e in quasi tutte le scienze naturali. Il *Vieta* può riguardarsi come il padre dei più profondi analitici di questi secoli; ed egli infatti aprì o segnò almeno tutte le vie che corsero poi l'*Arriot*, il *Cartesio*, l'*Ougtred* e i più famosi autori degli avanzamenti algebrici. Fu suo merito una più facile e più comoda preparazione delle equazioni, che è stata poi abbracciata dagli

(a) In Diophant. ec. lib. I. quest. XXXIII.

(b) Alg. lib. III.

analisti moderni, immaginando gran parte delle trasformazioni che si fanno nelle equazioni, e degli usi diversi che se ne possono ricavare: fu suo merito un metodo ch' ei chiama *Sincrisi*, per riconoscere col confronto di due equazioni, differenti soltanto pei segni, il rapporto che vi è fra ciascuno dei coefficienti che sono loro comuni, e le radici dell' una e dell'altra: fu suo merito la formazione delle equazioni composte per le loro radici semplici, quando son tutte positive; la risoluzione numerica delle equazioni all' imitazione dell' estrazione delle radici numeriche; la costruzione ingegnosa delle equazioni del terzo grado col mezzo di due medie proporzionali, la decomposizione delle equazioni del quarto grado per quelle del terzo, e parecchi altri ritrovati furono suoi meriti nell'analisi. Ma forse, non meno che per tutti questi vantaggi, si rese il *Vieta* benemerito dell' algebra e della geometria, per la felice scoperta di segnare colle lettere dell' alfabeto le quantità conosciute e le sconosciute. Questo metodo, oltre che leva l' imbarazzo della confusione dei numeri, ha il vantaggio di essere più generale, dando soluzioni comuni a tutti i casi, mentre nell' altro non davansi che pei casi particolari. Chiunque ha pratica di calcoli, facilmente comprende le difficoltà e gl' imbarazzi in cui dovrebbono met-

91 Scoperte diverse su i segni algebraici.

tere i numeri, e la contenzione di mente che esigerebbero nelle lunghe operazioni; dove che ora col moltiplicare o detrarre una lettera, coll'aggiungerne un' altra e col maneggiare quasi materialmente alcuni caratteri dell'alfabeto, si risolvono colla maggiore speditezza i calcoli più intricati. Come potrebbono avere luogo nei numeri tanti utilissimi metodi inventati dai posteriori algebristi, per isbrigare ogni calcolo nelle geometriche teorie? Questo metodo delle lettere fu ancor ridotto a maggiore semplicità dall' *Arriot*, il quale adoprò i caratteri minuscoli, più facili e più spediti dei majuscli, li collocò in modo da segnare i prodotti delle quantità moltiplicate, scrivendo una dopo l' altra immediatamente le lettere che esprimono i fattori, ed agevolò grandemente le richieste operazioni. Più ancora fece in questa parte il *Cartesio*. Egli inventò il segnare le lettere esprimenti le potenze col numero corrispondente alle volte che, secondo il metodo dell' *Arriot*, si dovrebbe replicare tale lettera, o, come or dicesi, coll'esponente: ed a lui dobbiamo altresì l'espressione tanto necessaria dei polinomj col sottoporli ad una riga superiore, o, come altri hanno poi usato, col rinchiuderli entro una parentesi. Anche altri dopo l' *Arriot* e il *Cartesio* hanno pensato alla collocazione delle lettere, ed al miglio ra-

mento dei segni algebraici; e sono state tante le varietà nell'adoperare le lettere ed i segni, che sarebbe una non inutile curiosità il formare una paleografia dell'algebra, ed una storia della sua stenografia, la quale non poco gioverebbe a facilitare l'intelligenza dei primi scritti su quella scienza, e dei principali maestri della moderna analisi. Piccioli ritrovati sembreranno questi a chi non ha pratica delle algebriche operazioni; ma chi conosce la sveltezza, facilità e certezza, che essi producono nell'asprezza e nell'intralciamento dei calcoli; chi sa la estensione delle mire, e la profondità delle cognizioni che ciascuno di essi richiede per istabilirsi senza pericolo di errore, ed usarsi con sicurezza e utilità, non potrà lodare abbastanza l'ingegno di chi li ha saputi inventare, nè professargli la dovuta riconoscenza per gli sforzi d'immaginazione che gli hanno costato. Ma ritornando ai progressi che fece l'algebra, vero è che gli utili ritrovati, e le gloriose fatiche del *Vieta* eccitaron gli studj di parecchi valenti matematici a coltivarla con grande ardore. Ma sebbene molti si fecero nome colle loro speculazioni, e recarono anche qualche avanzameto alla loro scienza, solo però l'*Arriot* giunse ad emulare la gloria del loro maestro *Vieta*. I francesi e gl'inglesi non convengono nel valutare il merito algebraico dell'*Ar-*

92
Arriot.

riot. Il solo passo, dice *Gua* (*a*), che sembra propriamente avere fatto l' *Arriot* nell' analisi, è l' avere impiegate nelle equazioni del terzo e del quarto grado le radici negative, benchè anche in questo l' accusa di qualche errore; e il *Montucla* (*b*) non dubita di asserire, che l' *Arriot* non ebbe che una poco chiara e poco sviluppata idea di tali radici, e che ne dice poco più che il *Cardano*, il quale pure le aveva già conosciute; ma il *Wallis* (*c*) conta questa come una delle gloriose invenzioni algebraiche che noi dobbiamo all' *Arriot*. A lui pure si dee il metodo, che spesse volte riesce comodo ed utile nelle equazioni, di trasportare allo stesso lato tutti i termini, ed uguagliarli a zero, cioè di far passare al primo lato tutti i termini che erano nel secondo, cambiando loro i segni positivi o negativi, e di mettere nell'altro lato soltanto = o : ciò che in alcuni casi rende le equazioni assai più chiare, più facili e più spedite. Ma la scoperta dell' *Arriot*, più pregevole e più interessante per l' algebra, è stato l' osservare che tutte le equazioni di ordini superiori sono prodotti di semplici equazioni, donde derivano per l' avanzamento dell'analisi molte ed utilissime veri-

(*a*) Ac. des Sc. an. 1741. Recherches et.

(*b*) His. par. IV. l. XI.

(*c*) Alg. cap. 32, seq. 45. al.

tà, che noi non possiamo qui sviluppare. Questi ed altri non pochi meriti dell' *Arriot* rendono il suo nome immortale nei fasti della scienza algebraica, e lo mettono al fianco del *Vieta* e dei più illustri analitici. Vi erano inoltre a quei tempi l' *Ougtred*, il *Girard*, l' *Anderson* ed altri parecchi che coi loro lumi, e colle loro speculazioni illustravano ed avanzavano le cognizioni algebraiche. Allora altresì ottenne l' algebra di *Diofanto* maggiore splendore e più nobile ingrandimento.

94 Illustratori dell'algebra di Diofanto.

Fino dal secolo decimoquarto il greco *Planude* aveva fatti commenti ad alcuni libri del greco algebrista, che poco o niente servirono ad illustrare la sua dottrina. *Xilandro* nel decimosesto, più intendente nella lingua greca che nelle matematiche, tradusse in latino e commentò come seppe i libri rimasti di *Diofanto*. Più valente in quell'arte il *Van-Ceulen* si acquistò celebrità per la particolare maestria nell'analisi del greco maestro. Lo *Stevin* fece una specie di commentarj alle questioni di *Diofanto*; unì non di rado queste alle sue proprie il soprallodato *Bombelli*; il *Vieta* stesso spesse volte adoprò i metodi del greco algebrista, e trattò molti problemi alla maniera di lui, e parecchi altri a quel tempo fecero onore al nome di *Diofanto*. Ma nel passato secolo videsi la sua al-

gebra salita al maggiore splendore. Nuova traduzione più fedele, chiara ed esatta, nuovi commenti più dotti e profondi nel cogliere i sensi dell'autore, e più adattati ed acconci per rischiararli fece ai libri di *Diofanto* il *Bachet di Meziriac*; nè di ciò contento recò eziandio nuovi lumi, ulteriori avanzamenti, e maggiore estensione ed ingrandimento alla sua dottrina. Egli fu il primo, dice il *la Grange (a)*, che trovasse un metodo generale per risolvere in numeri intieri tutte le equazioni del primo grado di due, o più incognite; e nessuno poi ne ha dato altro più diretto, più generale e più ingegnoso di quello del *Bachet*. Più di tutti avanzò l'analisi di *Diofanto* il sommo geometra *Fermat*. Nuove vie e nuove regioni aprì alla sua scienza; diede nuovi metodi per la risoluzione delle equazioni indeterminate, superiori a quanti ne avevano pensato i precedenti analisti, di maggiore giustezza, maggiore estensione e generalità; sciolse problemi, a cui non avevano potuto giungere nè il *Bachet*, nè il *Vieta*, nè verun altro algebrista; propose molti teoremi nuovi e sublimi, e fecondi di sconosciute ed interessanti verità. Le accademie di Pietroburgo e di Berlino sono piene di memorie dell'*Eulero*, del *la Grange*, del *Be-*

95 Bachet di Meziriac.

96 Fermat.

(a) Ac. de Berl. tom. XXVI.

gnelin e di altri dotti accademici, per dimostrarre alcune proposizioni del *Fermat*, per seguire alcune sue viste, e per ispiegare e proporre agli occhi dei matematici le ricchezze analitiche da lui lasciateci senza ostentazione, e disperse quà e là quasi in abbandono: quei valenti analisti hanno creduto d' impiegare utilmente le loro fatiche coll' illustrare con lunghi scritti i pensieri in poche righe proposti dal *Fermat*. Il *Billy* ha raccolti dà varie lettere scrittegli da quel grande uomo i nuovi suoi ritrovati su la dottrina analitica (*a*); ed ha ben ragione di dire che *Diofanto* è un pigmeo paragonato con questo gigante; che il *Vieta* non giunse a toccare la cima di questa scienza, dove sì tranquillamente siedeva il *Fermat*; e che il *Bachet*, per quanto fosse in questa parte perspicace ed acuto, sembrava tardo ed ottuso, messo in confronto di questa lince. Oltre il *Bachet* e il *Fermat*, vi era il *Frenicle*, che estremamente portato, come abbiamo detto di sopra, per quanto riguarda le questioni numeriche, giovò molto ad accrescere i lumi della dottrina di *Diofanto*, ed inventò nuovi metodi: vi era il *Pell* inglese algebrista lodato in questa parte dal *Leib-*

97
Frenicle.

(*a*) Doct. analyt. Inv. novum etc. Edit. Tolos. Oper. Diophanti 1670.

nitz (*a*); vi era l'or citato *Billy*, che nel suo *Diofanto redivivo*, e in altre sue opere trattò questioni molto più ardue di quelle di *Diofanto*, ed illustrò la sua dottrina; vi era l'*Ozanam* che aveva preparata nuova edizione, e nuova illustrazione del greco algebrista, trattava qua e là molte questioni non toccate da *Diofanto*, nè dal *Bachet*, e vi aggiungeva un libro pieno di questioni *paralipomene*, come scrive con molte lodi di tale opera il *Leibnitz* (*b*); e vi erano altri che coltivavano l'analisi di *Diofanto*. Così generalmente nel passato secolo tutti i rami dell'algebra si vedevano in fiore e tutte le parti di quella scienza, che si poteva dire nata pochi anni prima, erano nobilitate e aggrandite colle fatiche d'illustri ingegni.

98 Cartesio. Ma per quanto grandi ed acuti algebristi fossero l'*Arriot*, l'*Ougtred*, il *Bachet*, il *Fermat* ed altri loro coetanei, d'uopo è che tutti cedano il vanto all'immortale *Cartesio*. Questo genio creatore non contentavasi di lavorare cogli altrui ritrovati, voleva sempre creare da sè; e se talora non poteva levar sode fabbriche, si dilettava almeno d'innalzare castelli in aria, i quali nondimeno servivano ad albergare molte utili verità, ed a distruggere ed atterrare molti errori allor dominanti. Non vi è quasi nes-

(*a*) Comm. epist. p. 65.

(*b*) Oper. tom. II, ep. II, ad Oldemb. p. 29 et 30.

sua scienza, che non debba al *Cartesio* qualche grado di perfezione, o qualche notabile avanzamento; ma l'algebra e la geometria furono i campi, onde colse i più sani frutti, e dove si acquistò la più soda gloria. Oltre l'espressione dei polinomj e i segni delle potenze, o degli esponenti, come abbiamo detto di sopra, dobbiamo a lui i principj elementari del calcolo delle potenze, che tanto utile, ed eziandio necessario riesce per le analitiche operazioni. Se gli anteriori algebristi, singolarmente l'*Arriot* ed il *Girard*, avevano conosciute le radici negative, il *Cartesio* fu il primo a farne il vero uso, e a darci una giusta idea della natura, e dei vantaggi di tali radici. Egli inoltre insegnò a conoscere per la sola vista dei segni quante sieno le radici positive, e quante le negative in qualunque equazione, che non ne abbia delle immaginarie; scoperta, che il *Gua* suo illustratore, che tanto ha faticato intorno alle radici delle equazioni, lungamente prova essere interamente dovuta al *Cartesio* (*a*), e non comune all'*Arriot*, come pretendeva il *Wallis*, e come credevano il *Wolfio* ed il *Saunderson*. Egli è stato anche il primo che abbia dati i mezzi di trovare i limiti delle radici delle equazioni, che non si posso-

(*a*) Ac. des Sc. 1741. Démonstration de la règle de Descartes etc.

no risolvere esattamente. Il solo nome d' *anali-si cartesiana* dato al metodo delle indeterminate per le equazioni del quarto grado, usato anche presentemente, può servire di chiara testimonianza del merito del *Cartesio* in questa parte e dei vantaggi che da quel suo metodo derivano alle matematiche; ma ancor più gloriosamente per lui il nome d' *algebra cartesiana*, applicato generalmente all' analisi delle quantità finite, ci mostra abbastanza quanta preminenza e superiorità, e quanta, per così dire padronanza avesse egli su tutta l' algebra conosciuta avanti l'invenzione dell' infinitesimale. Infatti, che sublime ed ardito volo non le fece prendere col maneggiarla a suo modo? Che rivoluzione non produsse in tutte le matematiche coll' applicare l'algebra alla geometria?

99 Applicazione dell' algebra alla geometria.

Qualche leggiera applicazione dell' una all' altra di queste scienze si era già prima veduta negli anteriori algebristi. L' opera sopraccitata di *Thabit ben Corrah* dei problemi algebraici da comprovarsi con geometriche dimostrazioni, e gli esempj di linee, o figure geometriche, che adopera nel suo capitolo dell' algebra *Leonardo* da Pisa, ed altri ancor più decisi del *Regiomontano*, del *Tartaglia* e di varj analisti del secolo decimosesto, mi sembrano assai chiara prova di quanto sia antica una qualche unione di quelle due scienze. Ma questi non facevano

tale applicazione, se non che assegnando alle linee date valori numerici, e trovando la cercata allo stesso modo. Il *Vieta*, avendo introdotto l'uso delle lettere per rappresentare le quantità conosciute e le sconosciute, potè anche fare una miglior applicazione dell' algebra alla geometria, e formarvi qualche geometrica costruzione. Ma tutti questi non erano che piccioli saggi d' imperfetta applicazione dell' algebra ai problemi ordinarj i quali, anche senza tali calcoli, si sarebbono ugualmente sciolti colla stessa facilità. Il *Cartesio* ridusse ad arte quest' applicazione, ne formò il metodo, ne diede le regole, ne spiegò l' artifizio: dalla piccola espressione di linee dritte la levò alle difficili teorie della geometria delle curve, e fece una sublime ed utilissima scienza di quella che non era che una ristretta, e poco usata, e quasi inutile pratica. La geometria, e l'algebra hanno ricevuto mutuamente da questa unione notabile avanzamento; l' algebra si è nobilitata passando dalle espressioni numeriche alle geometriche dimostrazioni; la geometria ha acquistata maggiore franchezza e padronanza, potendo mostrare le proprietà delle curve senza l' imbarazzo delle linee parallele, e formarne con una espressione algebraica un quadro più svelto e più energico, che presenta molte agevolezze per ricavare dalle più facili proprietà le più difficili ed intrica-

te. I molti e grandi avanzamenti dell'algebra e della geometria, che dobbiamo al *Cartesio* per quest'applicazione, hanno fatto cambiare di aspetto quelle scienze, e danno all'autore l'onore di glorioso conquistatore nel regno delle matematiche. La geometria del *Cartesio* ha avuta la sorte delle opere originali, di trovare cioè grandi uomini che l'illustrassero, e che ajutati dai suoi lumi producessero anch'essi scoperte originali. Tale fu il *Beaune*, il quale, oltre le dotte e chiare annotazioni all'opera del *Cartesio*, si fece nome illustre nell'algebra per la sua teorìa dei limiti delle equazioni, quella cioè di determinare i due numeri, fra i quali si trovano la più grande e la più piccola delle radici cercate, con che si riducono spesso ad un picciol numero i divisori da trovarsi, e si diminuisce di molto la fatica di cercarli; metodo, che fu poi abbracciato ed accresciuto dal gran *Newton* (*a*): tale fu l'*Hudde*, che si distinse per la riduzione delle equazioni, e pel metodo dei massimi e dei minimi (*b*); tale lo *Schooten*, dotto commentatore e diligente spianatore del *Cartesio* colle proprie e colle altrui illustrazioni, ed autore di un trattato pieno di nuove viste del modo di

(*a*) Florimondi de Beaune, Tract. posth. alter. de nat. et const. alter de limit. aequationum.

(*b*) Joan. Huddenii epist. I, De reduct. aequ., ep. II. De maj. et. min.

formare le dimostrazioni geometriche col calcolo algebraico *(a)*; tale lo *Sluse*, inventore di un metodo di costruire qualunque equazione solida in infinite maniere diverse, non solo per mezzo del circolo e della parabola, come il *Cartesio*, ma di qualunque altra sezione conica (*b*); tale il *Craig*, tale il *Witt*, tale il *Rabuel*, tale *Giacomo Bernoulli* e molti altri illustri geometri.

Dopo gli avanzamenti prodotti all' algebra dal *Cartesio*, e da' suoi seguaci, sembrava che più non restasse da fare ai posteriori analisti; ma troppo erano grandi e sublimi gl' ingegni, che allora si diedero a quella scienza, per poter rimanere sterili ed oziosi senza produrle ulteriori miglioramenti. Di quante nuove scoperte non seppe arricchirla il *Wallis* nella vasta sua opera dell' algebra, e molto più nella fecondissima sua *aritmetica degli infiniti?* Il *Brounker*, il *Barrow*, il *Mercator* ed altri parecchi, nel passato secolo accrebbero sempre più le sue ricchezze. Ma in tanta copia di profondi analitici, non solo dell' Inghilterra, ma di ogni altra nazione, bisogna pur riguardare come il principe di tutti l' impareggiabile *Newton*. Di quanto vantaggio non sono state per l' algebra le belle ed eleganti sue regole per riconoscere i casi, in cui le equazioni pos-

100 Wallis.

101 Newton.

(*a*) Tract. De concinn. Demonstr. geom. ex calc. algebr.
(*b*) Mesolab. seu duae med. ec.

sano avere divisori razionali, e quali polinomj possano in quei casi essere i divisori, per determinare in una nuova e più giusta guisa che fatto non aveva il de *Beaune*, i limiti delle equazioni; per l'applicazione delle frazioni al calcolo degli esponenti; per ridurre le espressioni frazionarie, o irrazionali in serie i nfinite; l'eccellente suo metodo di approssimazione per determinare quanto più prossimamente si possa le radici delle equazioni; il famoso teorema che chiamasi del binomio, quella formola generale di esprimere due quantità moltiplicate in sè stesse; l'applicazione di tutte queste invenzioni analatiche alla quadratura, e alla rettificazione delle curve, ed ai più ardui problemi geometrici; e mille e mille utili e gloriosi suoi ritrovati per avanzare tutte le parti sì dell'algebra pura, che della mista, esposti nel suo trattato dell'*analisi per equazioni infinite*, nella sua *Aritmetiea universale*, e in altri brevi sì, ma pieni, sugosi, e profondi suoi scritti, che sono il più autorevole codice delle matematiche verità, religioso e sacro agli studiosi di tali scienze? Pur tanti e sì distinti meriti del *Newton* nelle matematiche discipline spariscono in qualche modo a vista della luminosa sua scoperta del calcolo delle flussioni, conosciuto comunemente col nome di *calcolo infinitesimale*, di cui parleremo più lungamente: ma tutto prova evidentemente quanto fosse vasta e

sublime l'anima di quel grand'uomo, superiore alle più elevate menti degli altri mortali. Contemporaneamente all'inglese algebrista, illustrava l'arte analitica l'alemanno *Leibnitz*, l'unico genio, che potesse entrare con lui in paragone. Profondo quasi al pari del *Newton*, era assai più universale ed esteso nelle sue cognizioni. Filosofo, giurisperito, antiquario, storico, filologo e matematico, non lasciava parte alcuna delle scienze, che colle meditazioni del suo ingegno non illustrasse, e in ciascuna facevasi rispettare singolarmente come un portento di erudizione. Ma venendo al nostro proposito dell'algebra, fecesi in questa ammirare particolarmente il suo genio creatore. Lascio il ritrovato di un nuovo genere di equazioni dette da lui *esponenziali* (*a*); lascio il metodo generale ed infallibile, ch' ei dice avere scoperto per trovare le radici di tutte le equazioni (*b*); lascio l'ingegnoso suo metodo pel caso irreducibile; lascio le sottili sue speculazioni su la natura dei logaritmi delle quantità negative combattute dal *Bernuolli*, ma abbracciate dall'*Eulero* e dai posteriori algebristi; lascio mille scoperte algebraiche da lui spesso proposte alla contemplazione dei matematici, benchè

102
Leibnitz.

(*a*) Ep. ad Oldemb. opp. t. III, p. 106.
(*b*) Comm. ep. 60, ec.

rare volte abbastanza spiegate e dilucidate; e vengo solo alla nobilissima invenzione del calcolo infinitesimale, che l'innalzò sopra gli altri analisti, e lo mise al livello del gran *Newton*.

103 Calcolo infinitesimale.

L'algebra cartesiana non risguardava che l'analisi finita delle grandezze curvilinee; e per penetrare più intimamente negli arcani della geometria, e quindi delle altre scienze, si richiedeva un'analisi più sottile, che conducesse fino ai veri principj delle linee curve, e prendesse di mira i picciolissimi ed infinitesimi loro elementi. Questi infinitesimi hanno tra loro dei rapporti, che non hanno le grandezze finite, delle quali essi sono elementi; e per questi particolari rapporti appunto conducono a scoprire le grandezze simili, e rendono la loro analisi sì utile, e sì feconda di geometriche scoperte. Il trovare queste infinitesime grandezze, il calcolare le mutue loro ragioni, operare sopra di esse, e scoprire pel loro mezzo altre grandezze finite è il soggetto dell'analisi infinitesimale, che ha prodotto in questo secolo sì notabile rivoluzione nelle scienze; e quest'analisi è quella che, sotto aspetti diversi, fu scoperta dal *Newton* e dal *Leibnitz*. Ella è una curiosa e strana combinazione, che non solo a un tempo stesso venissero al mondo due sì profondi e maravigliosi ingegni, come *Newton* e *Leibnitz*, ma che amendue contemporaneamente si applicassero

ad una sì grande scoperta, e che amendue per via diversa giungessero ad incontrarla colla medesima felicità. Come le affezioni delle curve si conoscono col riferirle alle *variabili* loro ascisse ed ordinate, *Newton* e *Leibnitz* prendono ad esaminare gl' istantanei cambiamenti, e gl' insensibili incrementi e decrementi che in queste produconsi, ne cercano i rapporti, li maneggiano algebraicamente, e formano le leggi del loro calcolo. Il *Leibnitz* dà a questi insensibili incrementi o decrementi il nome di *differenze infinitesime*, e le considera come grandezze infinitesime, che possono risguardarsi come nulle rispetto alle grandezze finite, e si possono trascurare nel calcolo senza pericolo di errore; anzi fa infinitesimi d' infinitesimi di più e più ordini inferiori, i quali pure possono non curarsi nel calcolare gl' infinitesimi di ordini superiori. Il *Newton*, senza introdurre l' idea di parti infinite, nè infinitesime, considera le quantità matematiche come generate col moto, chiama *flussioni* le velocità variabili, colle quali sono prodotte o descritte quelle quantità, e cerca i rapporti di queste flussioni, e forma più e più ordini di esse. Il metodo delle flussioni è il medesimo che quello degl' infinitesimi, ma appoggiato ai principj esatti, senza bisogno della finzione ipotetica delle parti infinitesime. Le differenze dell' uno sono le flussioni dell' altro; le differen-

ze infinitesime si segnano colla lettera *d*, e $d\,x$ è la differenza di x, e gl' infinitesimi di ordini inferiori si segnano col replicare la lettera *d*, onde ddx, $d^3\,x$, $d^4\,x$, ec. sono infinitesimi di 2.°, 3.°, 4.°, ordine; le flussioni si segnano con un punto, e $\dot{x}$ è la flussione di $\dot{x}$, e $\ddot{x}$, $\dddot{x}$ $\ddddot{x}$ sono flussioni di 2.°, 3.°, 4.° ordine ec., uno tralascia nel calcolo certe parti di un elemento, perchè le concepisce come infinitesime, e le parti infinitesime in una grandezza finita possono trascurarsi senza pericolo di errore: l' altro non le considera nel suo calcolo, perchè crede che non gli appartengano; il risultato è il medesimo, benchè nell'uno e nell' altro provenga da ragioni diverse; come se un uomo, secondo l' esempio del *Maclaurin* (*a*), che rende un conto, e che pretende portare l'esattezza fino al lo scrupolo, trascura certi articoli, perchè di nessuna importanza, mentre l'altro li tralascia, perchè non appartengono a quel conto. Il calcolo infinitesimale si suole anche chiamare calcolo differenziale; ma realmente si divide in calcolo differenziale, ed integrale. L'integrale si oppone al differenziale, ed è un seguito del medesimo, come dice il *Fontenelle* (*b*): il differenziale discende dal

(*a*) Traité des flux. Préfac.

(*b*) Hist. de l' Acad des Sc. an. 1700, Sur la Quad. etc.

finito all' infinitesimo, e l' integrale rimonta dall'infinitesimo al finito; l'uno, per così dire, scompone una grandezza, l'altro la ristabilisce. V'è anche parimente nel calcolo delle flussioni il metodo diretto e il metodo inverso; quello corrisponde al calcolo differenziale, questo all' integrale. Così in ogni parte sostanzialmente combinano il calcolo Leibniziano e il Newtoniano, il metodo degl'infinitesimi e quello delle flussioni. Il *Leibnitz* fu il primo a partecipare al pubblico il suo metodo, e ne diede una leggera notizia negli Atti di Lipsia (*a*), onde lo seguirono avidamente i due celebri fratelli *Bernoulli*, e quindi tutta l' Europa abbracciò il nome ed il metodo del calcolo infinitesimale o differenziale, e soli gl' inglesi adoperarono il nome ed il metodo del calcolo delle flussioni. Questi vollero anche ritenere pel loro *Newton* tutta intiera la gloria della scoperta, senza lasciarne alcuna parte al *Leibnitz*; e prima il *Fazio*, e dopo varj anni più duramente il *Keil* lo accusarono di plagiario, e la R. Società di Londra, che si eresse in qualche modo per giudice di questa causa, se non ardì di condannarlo per reo, non volle però dichiararlo assolto di tale accusa. Noi non possiamo seguire la storia di questa famosa lite, che interessava la curiosità

104 Dispute intorno al calcolo infinitesimale.

(*a*) 1684.

non che dell' Inghilterra e della Germania, i
di tutta la colta Europa; ma può essa vedersi b
vemente narrata dal *Fontenelle* (*a*), sposta
distesamente dal *Jaucourt* (*b*), ed illustrata c
maggiore profondità di critica, e di dottrina
giudizioso e dotto *Montucla* (*c*). Dirò soltanto c
come non può negarsi che il *Newton* non tro
se da sè il suo metodo senza verun ajuto, e pri
di ogni notizia di quello del *Leibnitz*, così non p
dirsi che il *Leibnitz* abbia fabbricato il suo c
scortà dei lumi ricevuti dal *Newton*; e confe
che, leggendo il commercio epistolare del *Leibn*
su questi punti coll' *Oldemburg*, col *Collins*,
Wallis e collo stesso *Newton*, mi svanisce o
ombra che possa nascere di sospetto contro la
rità della scoperta del *Leibnitz*; e dirò altresì c
tolto il *Buffon* traduttore del *Newton*, e qual
altro propenso per particolari motivi al partito
glese, tutto il resto della repubblica matematica
corda bensì a pieni voti tutto l' onore della scop
ta al *Newton*, ma lo conferisce eziandio pieno
intatto al *Leibnitz*.

105 Opposi-

Un' altra disputa si levò ancora contro il n
vo calcolo, che attaccava soltanto il Leibnitzia

(*a*) Eloge de Leibnitz.

(*b*) Vit. Leibnitz.

(*c*) Hist. des Math. t. II, part. IV, liv. VI.

senza punto ferire il Newtoniano. Questo risguardava l'introduzione degl' infiniti, e degl' infinitesimi in geometria, che si considerava come un abuso intollerabile, ed un errore lesivo dell' esattezza e verità geometrica. Il più forte e più agguerrito avversario, che incontrò questo calcolo, fu il valente algebrista *Rolle*. Questi rigettava affatto le quantità infinitesime, e ne ribatteva il calcolo come capace soltanto di indurre in errore in vece di condurre alla verità, e come contrario ai conosciuti e ricevuti metodi dei magistrali geometri. Pur riflettendo, che tutte le verità, le quali si ritrovano coll' ordinaria geometria, si presentano ugualmente, ed anche con maggiore facilità coll'ajuto del calcolo differenziale, che in tutto un secolo dacchè è impiegato dai geometri in ogni sorta di ricerche, non si è mai ritrovato in fallo, e che anzi non vi ha quasi scoperta alcuna, fatta col suo mezzo, che non sia stata per altre diverse vie confermata, bisogna conchiudere che sicuri, ed esatti sieno i principj, e coerenti coi metodi della più giusta geometria. Altre accuse moveva al nuovo calcolo il *Nieuwtentit*, impugnatore assai men forte che il *Rolle*. Ammetteva egli mal volentieri, ma pur sopportava, le quantità infinitesime; ma soffrire non poteva che, ammesse le quantità, se ne volessero introdurre altre minori e minori,

zioni fatte al calcolo infinitesimale.

e si fabbricassero più e più ordini d'infinitesimi, niente potendo essere più picciolo di ciò che è picciolo infinitamente. Pur se si accettano gl' infinitesimi di primo ordine, d'uopo è per necessaria conseguenza ricevere tutti gli altri; e se in un circolo si prende un arco infinitesimo del primo ordine, lo saranno parimente la corda, ed il seno retto, ma il seno verso corrispondente sarà infinitesimo del secondo; e così di tutti gli altri. Non meritavano grande attenzione le obbiezioni del *Nieuwtentit*; ebbero nondimeno risposta dallo stesso *Leibnitz*, e il *Bernoulli* e l'*Erman* le atterrarono affatto. Maggiore strepito fecero le opposizioni del *Rolle*; ma furono anch' esse vittoriosamente ribattute dal *Varignon* e dal *Saurin*. L'Accademia delle scienze di Parigi aprì questo secolo colle vive ed ardenti dispute sul calcolo differenziale, e la scoperta del *Leibnitz* occupava le meditazioni, e i giudizj dei due più rispettabili corpi letterarj, che fossero su la terra, l' Accademia delle scienze di Parigi e la R. Società di Londra. Questa ammetteva la verità del calcolo, ma ne contendeva al *Leibnitz* la gloria della scoperta; quella lasciava le dispute di precedenza, e n' esaminava soltanto la verità. Restò finalmente trionfante il calcolo infinitesimale; e lo stesso secretario dell' accademia, l'elegante ed inegnoso *Fontenelle*, collo

spargere i fiori del brillante suo stile sull' aridità di tali materie, contribuì non poco a stabilirlo, e renderlo universale (a) Pure molti dotti geometri posteriori che, non contenti di seguire la parte tecnica di questo calcolo, hanno voluto entrare ad esaminare la metafisica, hanno bcusi ammessi con sofferenza i nomi d' infiniti, e d' infinitesimi, ma non ne hanno ammessa la realtà, nè riconosciuti per veri gl' infiniti geometrici diversi dai metafisici; e il *Maclaurin* si prende anche a rispondere alle speciose ragioni del *Fontenelle*, e rigetta severamente tutta l'idea degli infiniti, e delle loro infinite specie (b). Il metodo delle flussioni del *Newton*, benchè non prestasse l' appiglio degl' infiniti ed infinitesimi, soggiacque nondimeno anch' esso a forti impugnazioni. Lo stile stretto e conciso, con cui lo spose il *Newton*, lasciò luogo a false intelligenze, e diede qualche non irragionevole titolo per poterlo attaccare ; e il metodo delle flussioni fu accusato come pieno di misterj, e come fondato su falsi ragionamenti. Il *Robin*, il *Colson* e alcuni altri presero tosto le difese del metodo Newtoniano ; ma più di tutti il *Maclaurin* ne spiegò con tanta pienezza ed evidenza tutti gli elementi, e gli appoggiò a principj sì sodi ed incontrastabili, che

(a) El. de la Geom. de l' Infin.

(b) Traité des Flux. Introd.

conchiuse esser quel metodo sì esatto e rigoroso, come possa esserlo il più severo degli antichi geometri (*a*). Il *Cousin* non pertanto trova ancora a ridire in quei principj del calcolo, sì del *Newton*, che del *Maclaurin*, perchè introducono il moto nell'algebra e nella geometria, e così aggiungono un' idea loro affatto straniera, e che non ha la semplicità che esigono queste scienze (*b*). Noi lasciamo a decidere ai matematici della forza di quest' obbiezione, che fu già in qualche modo prevenuta dallo stesso *Maclaurin* (*c*). Il *d' Alembert*, per levar via gli scrupoli che nascer possano ai più severi geometri pel calcolo infinitesimale, cerca di spiegarne chiaramente la metafisica; e benchè segua ad usare per brevità le parole di infiniti e d'infinitesimi, prova però che il nuovo calcolo non ha bisogno di tali quantità, e che esso non consiste, che » in determinare algebraicamente il » limite di un rapporto, del quale si ha già l'espres» sione in linee; e in uguagliare questi due limi» ti, ciò che fa trovare una delle linee che si cer» ca (*d*) ». Questa metafisica del *d' Alembert* è stata posteriormente con più estensione e chiarez-

(*a*) Traité des Flux.
(*b*) Leçons de Calcul. ec. Disc. prél.
(*c*) Ivi tomo I. Elém. de la Math. ec,
(*d*) Encycl. V. Calcul différentiel.

za sviluppata dal *Cousin* (*a*), il quale la riduce al metodo dei limiti degli antichi, e si serve dei suoi principj per la maggiore illustrazione di tutto il calcolo infinitesimale. Ma che che sia della giustezza della nozione, e dell'esattezza dei principj metafisici del calcolo Newtoniano e del Leibniziano, noi possiamo dire con verità, che questo è stato assai più utile e vantaggioso ai progressi della geometria. Il calcolo delle flussioni fu assai più fecondo nelle mani del *Newton*, che il differenziale in quelle del *Leibnitz*; ma quello rimase quasi sepolto nell'Inghilterra, mentre questo si sparse gloriosamente per tutta l'Europa. Appena il *Leibnitz* propose negli Atti di Lipsia, come abbiamo detto di sopra, il nuovo suo metodo, i due dottissimi fratelli *Bernoulli* ne fecero tosto frequente ed opportuno uso nella soluzione di arduissimi e fin allora insolubili problemi; e *Giacomo* ne diede due saggi negli Atti di Lipsia (*b*), e l'illustrò in vari scritti; e *Giovanni* fece ancor più, l'arricchì di un nuovo ramo coll'invenzione del suo calcolo *esponenziale*, diventato poi sì fecondo in geometria (*c*), e scrisse lezioni del calcolo differenziale ed integrale, che sono state le prime lezioni,

(*a*) Disc. prél. ec. ch. II.

(*b*) 1691. Jan. p. 13, et Jun. p. 282.

(*c*) Act. Lips. 1697.

onde l'hanno imparato il *Varignon*, suo acerrimo sostenitore e promotore, l'*Hôpital* primo maestro e rivelatore dei suoi arcani, e quasi tutti i più illustri calcolatori dell'Europa. L'analisi degl'infinitesimi del l'*Hôpital* tirò il velo al mistero del calcolo Leibnitziano, e mise nelle mani di tutti quel nascosto tesoro; e poi l'*Eulero*, i *Riccati*, il *d'Alembert* e il *la Grange*, e i più chiari e sublimi analisti di tutta l'europa hanno vie più arricchito il metodo Leibnitziano coll'invenzione di nuovi rami di calcolo, e con molte preziose scoperte ed utili avanzamenti. Sonosi nondimeno ai nostri dì levati di nuovo alcuni algebristi contro le idee tanto battute e ribattute degl' infinitesimi, e cercano di mettere in voga il calcolo delle flussioni. Anzi un *Bernoulli*, della famiglia di quei *Bernoulli* che ebbero tanta parte nella sussistenza del calcolo infinitesimale, quanto lo stesso inventore *Leibnitz*, si dichiara apertamente pel calcolo Newtoniano, che dice essere a giudizio di tutti i geometri, più filosofico e più rigoroso del Leibnitziano (*a*); ed anche posteriormente il *Caluso* con maggiore forza d'ingegno, e copia di erudizione combatte lungamente il calcolo degl' infinitesimi del *Leibnitz*, rigetta anche il metodo dei limiti del *d'Alembert*,

(*a*) Mém. de l'Acad. des sc. de Turin. an. 1764, 1765.

e fa regnar solo quello delle flussioni del *Newton*; e non solo il prova più giusto e più filosofico, ma cerca eziandio di renderlo più facile e breve, riduce al medesimo tutte le nuove scoperte, e tutti gli avanzamenti fatti nell' infinitesimale, e si studia col più ingegnoso impegno di chiamare al calcolo Newtoniano tutto il corteggio degli analisti, che ora è occupato nel Leibnitziano (*a*). Noi lasciamo ai matematici il decidere dei vantaggi di simili cambiamenti, e desideriamo che, sotto qualunque siasi nome, sotto qualunque aspetto teorico si voglia riguardare, acquisti la pratica del nuovo calcolo maggiori avanzamenti, onde poterci sempre più innoltrare nei segreti misterj della geometria e delle altre scienze.

106 Serie infinite.

Il nuovo calcolo, sì nelle mani del *Leibnitz*, che in quelle del *Newton*, aveva continuo bisogno delle serie infinite, alle quali può dirsi che doveva la sua nascita; e quindi si levò allora a maggiore splendore la teoria di tali serie. Non vorrei comparire strano amatore di paradossi col ripetere il principio di questa dal libro delle *Serie Geometriche* di *Gregorio di san Vincenzo*: ma chi ben esamini le bellissime invenzioni e gli utili metodi, che su questo punto ritro-

(*a*) Ivi an. 1786 1787.

vansi in quel libro, non avrà difficoltà di riconoscervi i fondamenti di questa, per così dire, nuova scienza, intorno alla quale lo studio degli algebristi è stato di ridurla all'agevolezza, brevità e generalità dei segni aritmetici e delle algebriche operazioni. Di questo debbonsi al *Wallis* i primi onori, il quale moltissimi lumi recò colle proprie scoperte a questa nascente teoria (*a*), e le giovò eziandio col dare eccitamento al *Brounker*, per ritrovare la famosa serie che ha forma di una frazione, il cui denominatore è un intiero più una frazione, e parimente il denominatore di questa, e così all'infinito, che è stata più conosciuta e celebrata sotto il titolo di *frazione continua.* Il *Mercator* diede nella sua *Logaritmotecnia* maggior estensione alla dottrina delle serie, ed aprì in qualche modo la via al *Leibnitz* pel calcolo infinitesimale. Il *Gregorj* eziandio fece nuovi avanzamenti in questa teoria. Ma al *Leibnitz*, ai *Bernoulli*, al *Taylor*, al *Cotes*, e incomparabilmente più di tutti al sublime genio del *Newton* dee la dottrina delle serie il vedersi innalzata a formare un ramo rispettabile della scienza analitica. *Stirling*, il *Moivre*, il *Simpson*, il *Riccati*, e sopra tutti, al suo solito, il grand'*Eulero*, ed anche di poi la *Grange*, la *Place*, *Fontana*, *Lorgna*, *Mazeres*,

(*a*) Arithm. infinitorum.

Hutton, e quasi tutti i maggiori ingegni amatori delle analitiche speculazioni, dopo l'invenzione del nuovo calcolo sino a questi dì, si sono particolarmente applicati ad arricchire di nuovi lumi la dottrina delle serie, e formano le loro delizie del cercare sempre maggiori accrescimenti ad una teorìa, che può giustamente riguardarsi come l'unico stromento per alcune più fine e sottili operazioni, e come l'ultimo rifugio delle matematiche sublimi (*a*). Così coll' introduzione del nuovo calcolo si è formato un corpo di dottrina algebraica su le serie infinite, che non solo è stato utile allo stesso calcolo, ma ha servito eziandio a molte altre scientifiche speculazioni.

107 Calcolo della probabilità.

Colla dottrina delle serie, e colla più raffinata perfezione di tutta l'algebra prese anche maggior vigore il calcolo della probabilità, e si formò un ramo della scienza analitica. Dopo i primi saggi di sopra accennati del *Pascal*, dell'*Ugenio*, del *Leibnitz*, del *Petty*, si diede il *Montmort* a maneggiare intimamente questo calcolo, e trattare a fondo l'analisi dei giuochi (*b*), e presentando in vece di spirali, di cicloidi, di logaritmiche, e d' altre curve il faraone,

(*a*) Veggansi, oltre le opere dei citati autori, le *Memorie* delle Accademie di Parigi, di Pietroburgo, di Berlino, di Torino, e della Società Italiana.

(*b*) Essai d'anal. sur les jeux de hasard.

la bassetta, l'ombre, trictrac, scopri, come dice il *Fontenelle* (*a*), un nuovo mondo ai geometri. Vi accorsero questi subito con incredibile ardore, e i *Bernoulli* tosto misero mano ad illustrar questo, come tutti gli altri rami dell' algebra, e il *Moivre* non tardò guari a dare un'opera originale e classica su la *dottrina degli azzardi*, e che, a sentimento del *la Place* (*b*) e del *Fontana* (*c*), giudici i più competenti in questa materia, ancor dopo tanti illustri scrittori su la medesima, mèrita sopra tutti gli altri la preferenza; e si coltivò questo ramo dell' algebra con singolare ardore. Il giuoco della lotteria diede materia a' problemi algebraici, che occuparono gli studj, oltre di molt' altri, del *Beguelin*, dell' *Eulero* e dell' instancabile *Giovanni Bernoulli*. Un caso particolare di scommessa nel giuoco dei dadi, ed altro simile, proposto dal giovane *Nicola Bernoulli*, maneggiato ampiamente da *Daniele Bernoulli* nell' accademia di Pietroburgo, e famoso perciò sotto il nome di *problema di Pietroburgo*, fece spiccare l' ingegno e la destrezza analitica di quei due, non so se fratelli o cugini (*), principalmente

(*a*) Eloge de Monsieur Montmort.

(*b*) Mem. ec. présentée à l'Acad. des Sc. tom. VI.

(*c*) Diss. sopra il com. dell' er. prob. nelle Sper. ed Osserv. Pref. alla trad. del Moivre.

(*) Tre credo furono i giovani *Nicola Bernoulli*, figliuoli dei

di *Daniele*, del *Cramer*, del *d' Alembert* e d'altri. La teoria dei vitalizj eccitò, forse più utilmente, gli studj de' matematici, e dopo il *Moivre*, che trattò magistralmente questo, come quasi tutti gli altri punti del calcolo degli azzardi, è stato particolarmente celebrato il *Deparcieux*, e si sono parimente meritata gran lode il *Simpson*, il *Wargentin*, il *Mayeres*, il *Duvillard*, ed alcuni altri. Il calcolo della probabilità venne anche applicato alla giurisprudenza, come al peso da darsi alle decisioni fatte a pluralità di voti, e ad altri tali problemi. Il primo a darne un saggio fu *Nicola Bernoulli*, e poi il *Condorcet* lo trattò amplissimamente, distendendosi a gran diversità di questioni, nelle quali, se mostrò sempre sottigliezza d'ingegno, non sempre però ottenne l'approvazione degli analisti. Così il calcolo della probabilità ha levato sempre maggior grido; e abbiamo veduto *Simpson*, *Deparcieux*, *Eulero*, *d' Alembert*, *la Grange*, *la Place*, *Condorcet*, *Fontana*, *Lorgna*, e quasi tutti i più distinti algebristi impiegare i loro studj, e le loro meditazioni a trovare nuovi metodi, immaginare nuove formole, inventare nuovi usi, e rendere più sicure ed esatte le operazioni della nuova arte, e faticare caldamente per assoggettare ai loro

tre fratelli *Nicola*, *Giacomo* e *Giovanni*, non so quale fosse il *Nicola*, che propose il problema.

calcoli la fortuna e l' azzardo, come ai calcoli fanno arrendersi l'incostante Luna, e gli altri esseri della natura: e il calcolo della probabilità è divenuto uno dei soggetti che più chiamano in questi dì l' attenzione dei profondi algebristi. Il calcolo differenziale, la dottrina delle serie, il calcolo della probabilità, *Newton*, *Leibnitz* i *Bernoulli*, l'*Hôpital*, e gli altri grandi uomini loro coetanei recarono all' algebra tal perfezione, e l' arricchirono di tanti miglioramenti, che si può dire essere dalla fine del passato secolo, e dal principio di questo divenuta una nuova scienza.

108 Nuovi progressi dell' algebra nell' Inghilterra.

Nuovo ardore, nuovo impegno s' eccitò allora in tutta l' Europa per la miglior coltura, e pel maggiore avanzamento della dottrina algebraica. L'*Ablejo*, il *Taylor*, il *Cotes*, lo *Sterling*, il *Campbell*, il *Maclaurin*, e molti altri inglesi riguardavano con particolare affetto una scienza, che tanto onore aveva procacciato al *Newton*, e all' Inghilterra, nè sapevano darsi pace, se non giungevano colle loro speculazioni ad arricchirla di nuove scoperte. Piene sono le *Transazioni filosofiche* della Reale Società di Londra. di nuove ed utili illustrazioni della scienza algebraica; e le opere del celebre cieco *Saunderson*,.quelle del profondo analista *Simpson*, ed altre di altri non pochi, lette e studiate in tutta l' Europa, sono un chiaro monumento dell' ardore

di quella dotta nazione in promuovere tali studj. Nuovi lumi eziandio ricevevano questi nella Francia; e il *Varignon* vigorosamente sostenne, ed ampliò dottamente il contrastato calcolo differenziale, e a varie parti dell'algebra applicò con profitto le ingegnose sue meditazioni; e il *Rolle*, tuttochè avversario implacabile del nuovo calcolo, fu nondimeno, col suo metodo *delle cascate* e con altre sue invenzioni, molto benemerito dell'algebra, a cui ebbe il coraggio di sacrificare le sue veglie, i suoi pensieri e tutto sè stesso; e il *Lagny*, il *Prestet*, il *Reyneau*, senza essersi distinti con grandi scoperte, resero non pertanto importanti servigi alla scienza analitica; e il *Gua*, col mostrare gli *usi dell' analisi del Cartesio*, col dimostrare la regola cartesiana per conoscere il numero delle radici positive e negative (*a*), col ricercare con nuovo metodo il numero delle radici reali e delle immaginarie (*b*), e con altre analitiche speculazioni, non solo fece onore al *Cartesio*, ma recò molto giovamento a tutta l'arte algebraica. Nè meno avida fu la Germania di prendersi parte negli accrescimenti di quest'arte che, per le molte e vantaggiose scoperte fattevi dal *Leibnitz* e dai *Bernoulli*, poteva con qualche diritto riguardare co-

109 Nella Francia.

110 Nella Germania.

(*a*) Acad. de sc. an. 1741.

(*b*) Ivi.

me sua. Infatti il *Goldbach*, il *Mayer*, l' *Erman*, il *Cramer*, il *Wolfio*, ed altri parecchi fecero onorata corte a quest' arte, e le offrirono pregevoli presenti. Gl'Italiani, padroni una volta e maestri, e in gran parte creatori dell'algebra, sembravano averla quasi obliata, e rivoltisi ad altri studj, pareva che avessero lasciato in balia di altre nazioni quello che un tempo si poteva dire tutto loro. Ma alla fama del nuovo calcolo, e dei portentosi voli a cui col suo mezzo levavasi la geometria, si scossero vivamente, ripresero lo studio algebraico, e ben tosto gli fecero sentire la benefica loro mano. Celebre è in questa parte il conte *Giacomo Riccati*; e il nome di equazione del *Riccati*, dato all' equazione differenziale del primo grado da lui proposto ai geometri dopo averla egli sciolta, basta per renderlo benemerito della scienza analitica; ma egli inoltre compose un trattato molto esteso, e fece profonde ed importanti ricerche sulla risoluzione delle equazioni differenziali del secondo e del terzo grado, e ne diede molti bei lumi. Il conte *Fagnani*, colla rettificazione della curva detta *lemniscata*, aprì la strada alle analitiche disquisizioni per l' equazioni di molte intrigate differenziali, e nelle sue *Produzioni matematiche* toccò quasi le parti del calcolo e vi mostrò maestria di calcolo pieghevolezza d' ingegno e fecondità d' immagina-

111 Nell' Italia.

112 Riccati, e Fagnani.

zione *Gabriele Manfredi*, e *Guido Grandi* s'innoltrarono al primo slancio nei segreti misterj del nuovo calcolo, ed arricchirono l'analisi finita, e l'infinitesimale di nuove formole, e di lodate scoperte. La sola Italia può vantare una nuova *Ipazia* nella celebre *Agnesi*, autrice di due tomi d'istituzioni analitiche, esposte con molta intelligenza e dottrina, e colla maggiore chiarezza, tanto più maravigliosa e lodevole dell'antica *Ipazia*, quanto è più vasta e sublime l'analisi dei nostri di che quella di *Diofanto*.

113
Nuova rivoluzione dell'algebra.

Ma ancor una nuova e non men gloriosa rivoluzione è venuta prima della metà di questo secolo agli studj algebraici. *Daniele*, ed i *Nicola Bernoulli*, emuli dei rispettivi loro padri e zii, illustrarono in opere originali il calcolo della probabilità, e le equazioni algebraiche crearono nuovi metodi degni di chiamare l'attenzione dei più illuminati geometri, sottoposero alle formole analitiche le più astruse scienze; e di nuovo splendore coronarono l'algebra. L'Accademia delle scienze di Parigi sentivasi risonar di continuo delle profonde ricerche d'algebraiche verità. Il *Nicole* si fece suo il metodo proposto appena dal *Leibnitz* pel caso irreducibile col mezzo delle serie, lo sviluppò, rischiarollo, e ridusselo a maggiore semplicità, a più facile applicazione, ed a più prossima veri-

tà (*a*). Su la dottrina tanto importante delle radici, su la risoluzione delle equazioni, su le equazioni differenziali, su le altre parti dell'algebra sparge dottamente il *Fontaine* i suoi lumi (*b*). E pel caso irreducibile, e per trovare le radici razionali, e per l'integrazione, e la costruzione delle equazioni differenziali e per molti altri punti dell'algebra, ha date nuove illustrazioni il *Clairaut*, il quale al merito d'inventore ha aggiunto quello non tanto glorioso, ma non meno utile, di spositore, ed ha arricchite le scienze di un'opera elementare, nel suo genere originale dove sembra che voglia, anzi che insegnarla; far inventare l'algebra ai suoi lettori, e dove si mostra ugualmente sagace inventore che valente maestro. Le scoperte che fece ne' suoi scritti algebraici, e il pieno possesso che mostrò nell'analisi in tutte le sublimi sue ricerche, l'innalzarono in breve sopra i suoi nazionali, e lo fecero riguardare come il principe degli analisti francesi. Ma sorse a contendergli questa gloria, e a dividere con lui il principato il celebre *d'Alembert*, il quale, benchè di lui alquanto più giovane, e benchè incominciasse la sua carriera matematica, quando già il *Clairaut* godeva la fama più universale, giunse però

114 Clairaut.

115 D'Alembert.

(*a*) Acad. des Sc. an. 1738, 1741.

(*b*) Ivi, 1730, 1739, 1747, ecc.

in breve tempo ad uguagliare ed a superare ancora la sua celebrità. Non furono i progressi del d'Alembert si rapidi e primaticci, si straordinarj e portentosi, come quelli del *Clairaut*; nè compose egli nella sua puerizia opere matematiche da fare onore ai più provetti e maturi geometri; ma nella sua gioventù spiccò un volo sì alto, che si mise tostò al lato del *Clairaut*, superiore agli altri suoi nazionali. Il calcolo delle differenze parziali da lui inventato, il nuovo suo metodo dei coefficienti indeterminati, la riduzione delle quantità reali ed immaginarie all'espressione più semplice, il calcolo delle funzioni razionali ed irrazionali, il maneggio delle formole, l'esattezza delle dimostrazioni, e mille sottigliezze analitiche, che si trovano sparse nelle sue opere, resero in breve tempo il *d' Alembert* il soggetto della venerazione di tutta l'Europa, e il maestro degli algebristi. Mentre la Francia si compiaceva in questi giovani suoi eroi, opponevale la Germania l'*Eulero*, poco meno giovine di loro, nè temeva con questo solo di dover restare inferiore al paragone dei due francesi. Non v' è parte alcuna in tutta l' analisi, che l'*Eulero* non abbia ridotta a maggiore perfezione, ed arricchita di nuove scoperte. Lamentavasi il *Leibnitz* (a) di vedere abbando-

116
Eulero.

(a) Act. Lips. 1702, Spec. sur anal. ec.

nata dai geometri l'algebra di *Diofanto*, dalla quale credeva si dovessero sperare molti vantaggi: e infatti dice lo stesso *Eulero (a)*, che non solo niente si era avanzata quell'analisi dopo il *Fermat*, ma ch' era stata negletta affatto dai posteri: egli dunque volle farla risorgere, e dimostrò molte proposizioni del *Fermat* verissime ed utilissime, ma non dimostrate da lui, nè da altri, ed inventò da sè molti teoremi, che niente cedono a quei del *Fermat*, e vi fece tante e sì belle scoperte, che la risarcì pienamente della specie d'indifferenza con cui l'avevano riguardata gli altri geometri (*b*) *Leibnitz* e *Giovanni Bernoulli*, quantunque amici strettamente fra loro, e sinceramente amanti della verità, non poterono mai accordarsi sul valore dei logaritmi dei numeri negativi ed immaginarj; e su questa gran questione, tanto dibattuta da quei due intimi amici e sommi geometri, restavano divisi di sentimento i più insigni matematici del nostro secolo; l'*Eulero* giunse a deciderla, e divenne in qualche modo l'arbitro dei sovrani déi dell'analisi, e di tutti i mortali ammiratori e sostenitori dell'uno o dell'altro (*c*); e benchè sorse il *d'Alem-*

(*a*) Acad. Petr. Nov. Comm. tom. II.

(*b*) Acad. Petr. tom. XIV, et Nov. comm. tom. I, II, ec. Elem. d' Algeb.

(*c*) Acad. de Berl. tom. V.

leri ad appellare dalla sua decisione, e a rinnovare la lite nel tribunale della nuova algebra illuminata, i posteriori geometri hanno apertamente aderito alla sentenza d'*Eulero*, come di sopra abbiamo detto. I nuovi teoremi, di cui ha arricchito il calcolo differenziale e l'integrale; gli eccellenti trattati che ha dati su questi, e che formano il corpo di dottrina più pieno e più perfetto che abbiamo in questo genere; gli utili accrescimenti, e gl' importantissimi miglioramenti che ha recati alla frazione continua del *Brounker*, alla teoria delle equazioni di condizione di *Nicola Bernoulli* e del *Fontaine*, al calcolo delle differenze finite del *Taylor*, a quello delle differenze parziali del *d'Alembert*, del quale egli stesso prima del *d'Alembert* ne aveva dato già qualche saggio, e a quanti nuovi metodi sono venuti ne' suoi giorni alla luce; il suo calcolo dei seni e dei coseni, l'infinite sue scoperte intorno alle serie, intorno alla risoluzione dell'equazioni, all'eliminazione delle incognite, ed a tutti i punti dell'algebra più astrusa; la semplicità ed eleganza delle sue formole; la chiarezza de' suoi metodi e delle sue dimostrazioni; l' ordine metodico delle sue opere, e tutte le parti di un sommo analitico pienamente da lui possedute, hanno prodotto un'utile rivoluzione nell'algebra, nella geometria e in tutte le scienze esatte, ed hanno levato l'*Eulero* a maestro e guida di

quanti cercano d'innoltrarsi nelle scabrose ed aspre, ma dritte e sicure vie di quelle scienze. Tutti i matematici di qualche grido, che sono attualmente in tutta l'Europa, si possono chiamare suoi allievi, nè ve n'è alcuno certamente, che non siasi formato colla lettura delle sue opere, che non abbia ricevuto da lui formole e metodi, e che nelle sue scoperte non sia stato guidato e sostenuto dalla gran mente dell'*Eulero*. L' orbe letterario godè lo spettacolo di vedere l' impero matematico occupato per qualche tempo dal nobile triumvirato del *Clairaut*, del *d'Alembert*, dell'*Eulero*; ma per quanto fini e sottili geometri fossero i due francesi, bisogna pure che cedano la mano al tedesco; l'immensa vastità delle ricerche, l'infinita quantità delle scoperte, l' indefessa continuazione degli studj, e la lunga sua vita gli diedero una superiorità, che gli stessi francesi illuminati ed equi non gli vorranno contrastare.

Mentre tutta l' Europa teneva fissi gli occhi nei matematici francesi e nel tedesco, sorse un giovine italiano a dividere con essi l'impero matematico e l'attenzione degli eruditi, e a sottentrare al *Clairaut*, che mancò a quei tempi di vita, rapito alle scienze in troppo fresca e vegeta età. L' Italia aveva in breve tempo formati molti geometri, che coltivavano con particolare frutto, e con distinta lode l' analisi.

117 [B]oscovich.

La gran mente del *Boscovich* non si potè appagare.

delle continue, ardue e gloriose ricerche dell' ottica e dell'astronomia; ma volle anche illustrare tutte le parti delle matematiche: e benchè più seguace nei suoi voli della geometria che dell'algebra, sparse pure su questa alcuni sì bei tratti di luce, che lo fecero guardare con rispetto dai più stimati algebristi. Profondo analitico, e padrone del calcolo si mostrò pure il *Frisio* nelle sue dinamiche ed astronomiche disquisizioni. Ma il vero padre dell' algebra sublime nell'Italia può giustamente chiamarsi *Vincenzo Riccati*, il quale, emulo e forse superiore a *Giacomo* suo padre, non solo diede maggior chiarezza ed ampiezza alle regole, e ai metodi trovati da altri, ma egli stesso ne inventò alcuni nuovi, e sì nel *Trattato delle serie*, che negli *Opuscoli* e nelle *Istituzioni analitiche* insegnò molte nuove ed importanti verità (*a*), e in tutto si fece conoscere un vero algebrista. Verificazioni, ampliazioni ed invenzioni di metodi e formole per l'equazioni algebraiche, proposte in poche pagine nella privata accademia di Torino dal *Foncenex*, furono avidamente abbracciate dai primi algebristi, e facevano desiderare ch'egli seguitasse a maneggiare quelle materie che illustrava con tanta felicità (*b*). Questi, ed altri illustri analitici,

118 Frisio.

119 Riccati.

(*a*) *Opusc.* tom. I., ope. IV.; tom. II.; ope. IV., et al. *Insti. anal.* lib. I., cap. XII.; lib. III. cap. V., et al.

(*b*) Miscell. phys. math.

che in varie parti dell'Italia si vedevano spiccare, mettevano in credito presso i moderni geometri gli studi di questa nazione. Ma l'onore dell'algebra italiana, il degno rivale degli *Euleri* e dei *d'Alembert*, il maestro di tutte le nazioni, l'oracolo di tutti i matematici, altri non è che il *la Grange* il quale, fin dalle prime produzioni della giovenile sua età, mise l'Italia nella coltura dell'algebra più sublime al livello delle più dotte nazioni, che per l'avanti non poteva riguardare che come sue maestre. Al primo suo comparire nella privata Accademia di Torino, a guisa d'una statua di *Fidia*, come dice *Tullio* di *Ortensio*, appena veduto fu ammirato, e lodato: coll'aprire la bocca quest' *Orfeo* analitico tenne tosto sospesi e pendenti dalla sua voce non che i mediocri matematici, gli stessi déi dell'analisi, l'*Eulero* ed il *d'Alembert*, i quali, quantunque riconosciuti maestri di tutta l'Europa, si applicarono nondimeno a studiare, e ad apprendere dal nascente geometra. Il calcolo delle variazioni, il nuovo metodo per le serie ricorrenti, ed altre sublimi scoperte, sposte nelle *Miscellanee della privata Società* di Torino, furono le prime lezioni ch' ei diede dalle sconosciute soglie di quell'Accademia alle più celebri scuole, alle più nobili università, ed alle più venerate accademie di tutta l'Europa, e fecero tosto riguardare con rispetto il giovane maestro, e la na-

120 La Grange.

sente accademia. Il suo fecondo ingegno ha seguitato, e tuttora seguità a creare nuovi metodi, produrre nuovi teoremi, ritrovare nuove dimostrazioni, e a trarre dal fondo della natura nuove ed importanti verità. I metodi di approssimazione, i limiti, la forma, e tutta la dottrina delle radici immaginarie e reali, e generalmente la risoluzione delle equazioni numeriche di tutti i gradi, e tutta la teoria delle equazioni, debbono alle sue memorie accademiche ed alle aggiunte illustrazioni il più pieno, più fecondo e più utile rischiarimento. (*De la regle des equat. num.*) Il calcolo delle funzioni analitiche aveva ricevuti da lui molti lumi nell' accademia privata di Torino, e nella Reale di Berlino; ma al comparire la grand' opera della *Teoria delle funzioni analitiche*, *contenente i principii del calcolo differenziale, ridotti all' analisi algebraica delle quantità finite*; e quindi le *lezioni* date da lui nella scuola politecnica, che ne formano una specie di commentario e di supplemento, si è veduto, coronato di tutto il suo splendore, servire di guida ai geometri nei più difficili e più importanti problemi dell' analisi, della geometria, ed anche della meccanica. Emulo del grande *Eulero*, non ha lasciata parte dell'algebra, e può anche dirsi di tutte le matematiche, che non abbia vestita di nuove forme, e non abbia talmente accresciuta ed ornata, che possa in

qualche modo chiamarsi nuova; ed egli dee avere la compiacenza, di cui solo hanno potuto godere il *Newton*, l'*Eulero* ed altri pochissimi, di vedere il suo nome alla fronte di quanti scritti si fanno leggere in quelle materie, e possono vantare qualche merito e celebrità. L'inferma salute, e la troppo delicata complessione del *d'Alembert* lo avevano da gran tempo distolto dalle ardue ed astruse meditazioni algebraiche, e rivoltolo all' amenità delle belle lettere, e dopo la morte del *Clairaut* e del *Fontaine*, e l'indebolimento del *d'Alembert*, l'Accademia delle scienze di Parigi non levava sì alto la voce nelle ricerche analitiche, come quella di Berlino, che possedeva il *la Grange*, e quella di Pietroburgo, dove siedeva l'*Eulero*.

Ma la Francia, che aveva prodotto all' algebra un *Vieta*, un *Fermat*, un *Cartesio*, un *Hôpital*, un *Varignon*, un *Fontaine*, un *Clairaut*, un *d'Alembert*, e tanti altri maestri di quella scienza, vedeva mal volentieri rivolti gli occhi di tutta l'Europa a Berlino ed a Pietroburgo, e poco curato il suo Parigi, e suscitò l'ingegno del valoroso *la Place*, che sottentrò al quasi tacente *d'Alembert*, e tenne quasi in equilibrio l'algebra francese con quella dell'*Eulero* e del *la Grange*. Ha poi goduto l' Accademia delle scienze di Parigi la fortunata e gloriosa sorte di rinchiudere nel suo seno i due sommi maestri

121 La Place.

dell'algebra, *la Grange* e *la Place*, e poteva giustamente chiamarsi la Delo dell'Europa matematica, a cui dovessero ricorrere quanti saper volevano le più recondite verità, e consultare i veraci oracoli di quelle scienze. Al lato di questi sovrani maestri sedevano onoratamente in quell' olimpo scientifico il *Bezout*, che molto ha illustrato la dottrina delle equazioni, il metodo delle eliminazioni, e generalmente tutta l' analisi; il *Cousin*, che ha trattato a fondo e maestrevolmente il calcolo differenziale e l'integrale, spiegati tutti i metodi e gli artifizii di questi calcoli, e mostrata la loro applicazione alla geometria, come altresì alla meccanica e all' astronomia; il *Condorcet*, che molto ha fatto avanzare la dottrina delle equazioni di condizioni, e di quasi tutte le parti del calcolo integrale, e varii altri nobili eroi degli studii analitici, che rendevano quell'Accademia sempre più degna del divoto culto e della religiosa venerazione degli amatori dell' algebra, e generalmente delle matematiche e di tutte le scienze esatte. Or più non sussiste tale accademia, nè spirasi tanto ardore per quelle scienze; ma vedonsi nondimeno il *le Gendre*, il *Monge*, il *Prony*, il *Biot*, e altri matematici dare rischiarimenti a vari oscuri punti dell' analisi, ed avanzare la scienza algebraica: e sopra tutti primeggia in questa parte il *Lacroix*, il quale, ne' suoi *Trattati* sì del calco-

122 Bezout.

123 Cousin.

124 Condorcet.

125 Lacroix.

lo differenziale che dell'integrale, ha unito in un corpo di dottrina sotto un piano vasto ed istruttivo quante ricerche analitiche sono state fatte dai più sublimi matematici, ed ha presentate ad un sguardo dello studioso lettore tuttociò che di utile e d'importante su queste materie avevano sparso i più vasti ingegni nei giornali, nelle memorie accademiche e in infiniti altri scritti, nè lascia teoria, nè metodo, nè parte alcuna dell'uno e dell'altro calcolo, che non isviluppi colla maggiore verità ed esattezza, recando a tutto sì bell'ordine, tanta chiarezza e facilità, ed anche ripulimento e miglioramento, che, lasciando sempre al *la Grange* l'incontrastabile superiorità, si può dire entrato con lui nel magistero universale di quanti studiosi bramano d'inoltrarsi nei più secreti arcani della scienza analitica. E finalmente moltissimo ha giovato ai progressi dell'analisi l'*Arbogast*, colla felice invenzione del calcolo delle derivazioni, che fornisce mezzi i quali abbreviano le operazioni più laboriose, e formole che facilitano le ricerche in materie complicate, e reca agli sviluppamenti delle funzioni una facilità e semplicità sconosciuta finora. Al che aggiunto il metodo della separazione delle scale d'operazioni, si abbrevia molto il calcolo, e si trova maggiore semplicità, chiarezza e generalità.

126 Arbogast.

L'Italia, benchè priva del suo *la Grange*, e

spogliata in pochi anni del *Riccati*, del *Frisio*, e del *Boscovich*, non rimase però sprovveduta di valenti algebristi, che facessero onore ai suoi studii. Quanti astrusi punti dell' analisi non ha rischiarati il *Fontana* in varii suoi scritti, recandovi nuove cognizioni ed utili verità? Che pieno possesso, e singolare maestria del calcolo non ha mostrato in tutti? Il *Lorgna* ci ha presentato un nuovo calcolo, nuove serie, e nuove ed utili vedute su vari punti dell' algebra. Dopo la morte di questi, seguitano il *Canterzani* ed il *Saladini* sulle orme di *Riccati* a maneggiare i più astrusi punti dell'analisi algebraica. Il *Cossali* collo sporci i primi passi dell'algebra italiana, ha dato maggiore estensione alla diofantea, ha messo in buon lume alcune scoperte che rimanevano oscure, e si è mostrato valente algebrista. Non semplici e piani elementi dell' algebra, ma i più elevati e sublimi metodi degli *Euleri*, dei *d' Alembert*, dei *la Grange*, dei *la Place*, dei primi maestri di quella scienza, ha dottamente spiegati il *Paoli*, colla gloria eziandio di aggiungervi talora alla sposizione altrui qualche sua invenzione. Con superiore felicità risolve l' *Oriani* i più ardui calcoli, e con sublimi voli analitici s' innalza a trascorrere con sicurezza le più elevate vie dei cieli. Il *Brunacci*, il *Ruffini*, e altri dotti matematici sostengono con onore questa scienza nell' Italia, ch' è sta-

ta la prima a farla conoscere alle nazioni europee. Gli alemanni *Fup*, *Erman*, *Burman*, e molti altri di quella e di altre nazioni attendono, con ardore e con profitto, all'avanzamento delle analitiche teorie; in tutte le accademie della colta Europa, nelle scuole, e nei gabinetti dei profondi matematici si studia indefessamente a dare maggiore semplicità ad alcune formole, e maggiore estensione ad altre, a formare nuovi metodi onde eliminare incognite, levare quantità imaginarie, e a torre alle regole ogni dubbiezza ed oscurità; e coi lumi di tanti sublimi ingegni speriamo che riceva tutto il calcolo maggiore finezza e perfezione, e divenga sempre più utile a tutte le matematiche discipline. L' algebra è veramente la chiave che serve ad aprire i più secreti nascondigli delle scienze esatte; e lo stromento con cui si possono fare in esse i più rapidi e sicuri progressi: quanto più si avrà a cuore l'avanzamento delle scienze, tanto più si dovrà fare ogni studio di limare e raffinare questo loro stromento, tanto più si dovrà dare opera per recare tutta la possibile perfezione all'arte algebraica, che, incominciata per uso dell'aritmetica, è poi passata al maneggio della geometria, ed or domina quasi sovrana ed arbitra in tutte le scienze.

CAPITOLO IV.

Della Geometrìa.

127
Origine della geometrìa.

Egli è assai verisimile che nell'Egitto, dove si facevano tanti canali, tanti argini, si grandi laghi, sì immense fabbriche, e tante e sì portentose opere, che richiedevano geometriche cognizioni, dove i sacerdoti liberi dalle pubbliche occupazioni e da altri pensieri, potevano comodamente attendere alle scientifiche meditazioni, dove le scienze infatti fiorivano, e dove dalle straniere nazioni accorrevano gli studiosi ad appararle; che nell'Egitto, dico, fosse nata, coltivata e promossa la geometrìa, innalzata dai meccanici lavori e dalle pratiche operazioni alle astratte e generali teorìe. Ma che potremo noi dire della geometrìa degli egiziani, se non che merissime congetture? I pochi progressi, che sotto la loro disciplina fecero gl' ingegnosi e studiosi greci, danno un argomento più forte della scarsezza dei lumi degli egiziani, di quanti ce ne possano presentare del loro sapere alcune oscure espressioni degli antichi, ed alcune loro memorie, che soffrono diverse interpretazioni. Quale stima potremo avere della geometrìa degli egiziani al sentire rapito in ammirazione il re *Amasi* per vedere *Talete*, che col misurare l' ombra del suo bastone e quella

di una piramide, sapeva conchiuderne l' altezza di questa (*a*)? Se dopo lungo studio dell'egiziana geometrìa *Talete*, per avere, come dice *Laerzio* (*b*), formato nel semicircolo un triangolo rettangolo, e *Pittagora* per avere ritrovato il quadrato dell' ipotenusa uguale a quelli dei due lati, esultarono di piacere, e fecero un sagrifizio alle Muse, potremo noi concepire un' idea molto vantaggiosa della scienza egiziana? Qualunque sia stata dunque l'origine della geometrìa, noi prenderemo dai greci il principio della storia, dove ci si offrono fatti su cui poterla fondare. Veramente i primi progressi dei greci sono assai brevi e ristretti, e provano la profonda ignoranza, in cui si trovavano quando si diedero a coltivare tali studii; ma reca piacere nondimeno il vedere la geometria passare nelle loro mani dall' infantile sua picciolezza alla più elevata maturità, vederla camminare da principio coi timidi e vacillanti passi di *Talete* e di *Pittagora*, e superare poi i più alti e disastrosi monti di difficoltà coi voli di *Archimede* e di *Apollonio*. *Laerzio* (*c*) cita un *Meri* che inventò, com'ei dice, i principii degli elementi della geometrìa; ed un *Euforbo* frigio (*d*),

128 Principio della geometria dei greci.

(*a*) Plutarc. *in Conv.*, Laert. *in Thalete.*

(*b*) *In Thal.*

(*c*) *In Pithag.* XI.

(*d*) *In Thalete* III.

che, secondo il testimonio di *Callimaco*, incominciò ad istituire qualche dottrina sui triangoli scaleni, e sulle linee. Ma d'uopo è che *Meri* ed *Euforbo* non ispargessero i loro ritrovati, nè facessero altri in quella scienza, poichè vediamo i greci studiosi accorrere all'Egitto per impararla, e contarsi communemente *Talete* pel primo introduttore della geometrìa tra i greci. *Talete* adunque ritornato dall'Egitto formò in Mileto una scuola filosofica, dove gettò i primi semi della geometrìa, che tanti e sì nobili frutti resero dopo alquanti secoli nella Grecia. Egli promosse ed ampliò la dottrina d'*Euforbo* su i triangoli scaleni, e su altre figure geometriche (*a*); egli, secondo il testimonio di *Panfilo*, citato da *Laerzio*, trovò il modo di descrivere in un semicircolo un triangolo rettangolo, cioè scoprì la proprietà del circolo, che ogni triangolo, che ha per base il diametro, e tocca coll'angolo opposto la circonferenza, avrà quest'angolo retto; egli in somma fece molte scoperte (*b*), che gli acquistarono il nome di geometra, e lo fecero riguardare dai posteri come padre della greca geometrìa. Dalla scuola di *Talete* uscì *Anassimandro* anch'esso geometra; e se vero è, come dice *Suida* (*c*), che *Anassiman-*

129 Talete.

(*a*) Laert. *in Thal.*

(*b*) Proclus *in Euclide comm.* lib. III. p. I.

(*c*) Anaxim.

dro abbia composto un compendio di geometria, questo prova essersi molto promosso ed avanzato tale studio: non si pensa a formare compendj delle scienze, se non vi sono molte scoperte, molte opinioni, molte teorie da compendiare. Mentre *Talete* nella Jonia promoveva la geometria, *Pittagora* le dava nell'Italia notabili accrescimenti. Celebre è la sua scoperta di essere uguale nei triangoli rettangoli il quadrato dell'ipotenusa ai quadrati dei due lati presi insieme (*a*). Egli dimostrò, secondo l' espressione di *Laerzio*, che di tutte le figure solide la più bella è la sfera, e il circolo di tutte le piane (*b*), ciò che dee intendersi geometricamente, che la sfera è di tutte le figure solide quella che, sotto uguale superficie, contiene più materia, e il circolo di tutte le piane quella che, dentro uguale perimetro, ha l'area maggiore, onde fece in qualche modo nascere il primo saggio della dottrina degl'isoperimetri. Un mediocre geometra dei nostri dì deriderà le cognizioni e lo spirito dei greci, i quali riguardavano come sforzi d'ingegno dei primi maestri quello che ora non è che un piccolo giuoco pei più deboli principianti. Ma chi riflette alle gravissime difficoltà che si offrono ai primi inventori in qualunque scienza, e alla contenzione di mente di cui abbisogna chi,

130 Pittagora.

(*a*) Tull., Laert. et al. passim.
(*b*) Laert. *in Pyth.* XIX.

essa principio alcuno a cui appoggiarsi, cerca di generalizzare le proprietà di alcune figure, e formare da sè senza verun precedente ajuto alcuni teoremi, crederà che non ci vuole minore forza d'ingegno per arrivare dal niente a paragonare fra loro e col circolo i triangoli, a trovare la proporzione di alcune linee e dei loro quadrati, a decidere sopra la maggiore grandezza, a paragonare fra loro le figure piane e le solide, ed a fare le piccole scoperte di *Talete* e di *Pittagora*, che per passare dalle dottrine del *Cavalieri*, del *Fermat*, del *Barow*, alle sublimi scoperte del *Newton*, del *Leibnitz* e dei *Bernoulli*. Le scuole di *Talete* e di *Pittagora* produssero molti geometri, ed altri ne uscirono dalla Grecia senza essere venuti da quelle scuole. Noi leggiamo in *Laerzio* (*a*) quante opere geometriche compose *Democrito*; e il vederlo trattare del contatto del circolo e della sfera, delle linee irrazionali e delle solide, e di tanti altri punti geometrici, ci mostra assai chiaramente quanto egli fosse andato avanti nella geometrìa.

131 Avanzamenti della geometria.

Invano ora noi vorremmo seguire distintamente la storia dei progressi fatti a quei tempi dalla geometria per opera di *Archita*, di *Eraclide* pontico, d'*Ippocrate* chio, di *Filolao*, di *Platone*, e di altri

(*a*) *In Democr.* XIII.

illustri matematici: troppo sono scarse, ed oscure le notizie, che sono fino a noi pervenute delle geometriche loro fatiche, per poterle giustamente descrivere; ma diremo bensì in generale, che quasi tutte le proposizioni, che formano anche oggidì gli elementi della geometrìa, sono state scoperte di quell'età, e che le alte speculazioni, in cui vediamo occupati i geometri di quei secoli, provano abbastanza che si era già di molto avanzata la geometrìa. La quadratura del circolo, la duplicazione del cubo, la trisezione dell' angolo sono i problemi che discutevansi da questi geometri; e non potevasi pensare a simili problemi, se non fossero state già prima ritrovate molte altre verità necessarie a tali ricerche..

132 Quadratura del circolo.

La quadratura del circolo ha impegnato, per la sua difficoltà, l' attenzione dei geometri di tutti i secoli fino al nostro, ed ha fatto produrre alla geometrìa notabili avanzamenti. Pure, non ostante l'arduità del problema, noi vediamo occupati gli antichi geometri in cercarne la soluzione, *Plutarco* (*a*) ci dice che *Anassagora*, chiuso nella carcere formava il suo dilettevole trattenimento di ricercare la quadratura del circolo. E un tal fatto di *Anassagora*, mentre ci fa credere che fosse questo allora un problema assai agitato, non parendo verisimile che ad un car-

(*a*) *De Exil.*

certo nascesse il pensiero di faticare dietro ad un problema sì arduo non ancora tentato da alcuno, ci prova altresì ch' erano, già fino dal tempo di *Anassagora*, assai estesi i lumi della geometria, quando s'innoltravano i geometri a tali ricerche. Infatti vediamo poco di poi il comico *Aristofane* mettere in iscena un geometra, e fargli offrire di misurare l'aria, e di quadrare il circolo, quasi che questa fosse una materia molto allora discussa dai geometri (*a*); ed *Aristotele* (*b*) cita tre differenti quadrature del circolo, inventate già a quel tempo da *Ippocrate* chio, da *Brissone* e da *Antifonte*. La ricerca di quella quadratura cominciò ben presto a produrre avanzamenti nella geometria; e devesi ad essa la quadratura della lunula d' *Ippocrate* chio, su la quale vediamo ancora occuparsi utilmente l'*Hôpital*, ed altri moderni (*c*), e la quadratrice di *Dinostrato*, la quale prese da questa ricercata proprietà il nome di *quadratrice*.

133

Duplicazione del cubo.

La duplicazione del cubo era un altro problema, che teneva in agitazione i geometri. Io non mi tratterò su la favola della peste e dell'oracolo di Delo, il quale non volle che restasse l'Attica libera da quel malore sinchè non fosse duplicata la sua

(*a*) Negli *Uccelli* sc. del Geometra, e Pistetero.

(*b*) I. Elench.

(*c*) *Acad. des Sc.* 1701.

ara, e siccome quest' ara era cubica, quindi chiamavasi *Deliaco* il problema della duplicazione del cubo. Ma certo egli è, che i più valenti geometri si pigliarono a petto quella ricerca, facile in apparenza, ma in realtà troppo ardua ed astrusa per le cognizioni di quell'età. Vane pertanto ed inutili riuscirono tutte le loro ricerche. Il primo passo per la soluzione del problema era conoscerne la difficoltà. Questa sfuggì da principio agli occhi dei greci geometri; ma dopo inutili tentativi fu finalmente riconosciuta. Il sopra lodato *Ippocrate* di Chio fu il primo a conoscere che, per duplicare un cubo, d'uopo è trovare fra il lato del cubo e il doppio di esso lato due medie proporzionali, e che la prima di queste medie sarà il lato del cubo duplicato che si ricerca *(a)*. Il gran *Platone* studiò con diligenza il problema, e giunse a formarsi uno stromento, onde sciorlo meccanicamente, ma senza la dovuta esattezza (*b*). *Eudosso*, geometra non meno famoso, trovò un'altra soluzione col mezzo di certe curve da sè inventate; e questa, benchè disprezzata da *Eutocio*, fu lodata da *Eratostene*, testimonio più autorevole, perchè più vicino a quel tempo, e perchè occupato anch' egli nella ricerca del medesimo

(*a*) Procl. *in Eucl.*

(*b*) Eutoc. *ad Archim.* lib. II, *De Sphaera, et Cilindro.*

blema. *Archita* tarentino fu il primo, al dire di *Laerzio (a)* appoggiato al testimonio di *Platone*, che ritrovasse in geometria la richiesta duplicazione del cubo. *Menecmo* ne diede due soluzioni, e queste ci fanno vedere due altre importantissime materie delle ricerche degli antichi geometri, che mostrano nelle loro cognizioni notabili avanzamenti.

134 Sezioni coniche.

Tali sono le sezioni coniche e i luoghi geometrici. I geometri, non contenti delle cognizioni acquistate su i triangoli e su i circoli e su le proprietà di varie linee e figure, pensarono a cercare altre curve, che occupassero la loro studiosa curiosità, e le trovarono col tagliare un cono in diverse guise, ed osservare le curve quindi nascevano. Così trovarono l' ellisse, la parabola e l' iperbole, le quali presero il nome di *sezioni coniche*, perchè formate colla sezione del cono; ed il triangolo e il circolo, che si trovano parimente, benchè già prima assai conosciuti. Alcuni vogliono attribuire ad *Eudosso* l' invenzione di tali curve. Certo è che le suddette soluzioni di *Menecmo*, discepolo di *Eudosso*, si fondano su cognizioni assai profonde di quelle sezioni, che provano quanto si fossero già innoltrati i geometri nelle lo-

(a) *In Archita* VII.

ro investigazioni. Oltre di che *Apollonio*, che per noi si può riguardare come il maestro di tali curve, altro non fece che compire i quattro libri dei conici di *Euclide*, ed *Euclide* seguì soltanto la dottrina di *Aristeo* illustre scrittore (*a*); e questi, scrivendo i suoi cinque libri di elementi conici, gli spose con una brevità che prova essere state quelle materie assai conosciute ed illustrate dai geometri che l'avevano preceduto. Un'altra speculazione si vede anche di quei secoli, che fa molto onore alla loro geometria. Questa è dei luoghi geometrici, ossia di quelle linee rette o curve, delle quali ciascun punto risolve ugualmente un problema indeterminato, o capace d'infinite soluzioni. Questi luoghi geometrici sono di grand'uso nelle matematiche: e gli elogj che hanno riportati il *Cartesio*, il *Fermat* ed altri geometri moderni, pel buon maneggio che ne hanno fatto, possono provare abbastanza quanta sia la loro utilità. Gran lode dunque dovremo dare agli antichi geometri della scuola platonica, i quali non solo inventarono queste materie, ma le illustrarono con tanta ampiezza. Tre sorti diverse distinguevano di tali luoghi; e chiamavano *piani* quei che si contenevano in linee rette e in archi di circolo, *solidi* le sezioni coniche, e *lineari* le altre

135 Luoghi geometrici.

(*a*) Pappo *Coll. Math.* lib. VII, *Praef. de con Apol.*

linee o curve di ordine superiore; e fino dai primi tempi li trattarono tutti tre con molta estensione ed intelligenza. Le sopraccitate soluzioni di *Menecmo* mostrano in lui un gran possesso di tali luoghi. Dei soli luoghi solidi compose *Aristeo* cinque libri molto stimati dagli antichi, che il dotto geometra *Viviani* volle in qualche modo far conoscere ai moderni, e con molta sua lode compose intorno ad essi un'ingegnosa ed erudita *Divinazione*. Dopo *Aristeo* scrisse *Euclide* due libri dei *luoghi alla superficie*; scrisse *Eratostene* dei *luoghi alle medietà*; altri due libri lasciò *Apollonio* dei *luoghi piani*; e molti altri scrissero di tali luoghi (*a*): e tutto prova quanto fossero andati avanti gli antichi geometri in quell'utilissima teoria.

136 **Analisi geometrica.**

L'analisi geometrica, ossia quel metodo che, dal ricercato come concesso tirando conseguenze, e da queste passando ad altre conseguenze perviene a qualche proposizione evidentemente vera o falsa nei teoremi, possibile od impossibile nei problemi, è un altra invenzione che fa molto onore agli antichi, particolarmente a *Platone*, a cui si attribuisce la gloria dell'invenzione. Alcuni vogliono credere che gli antichi fossero privi di ogni nozione di analisi (*b*). Ma anche senza ricorrere alle opere di

(*a*) V. Papp. lib. VII.

(*b*) *Encycl. method. Math.*, *Disc. prelim.*

Platone, di *Archimede* e di altri antichi geometri, dove pure assai chiari esempj se ne veggono, basta leggere *Pappo* e *Proclo*, per conoscere che gli antichi avevano acquistate copiose e giuste nozioni di tal metodo. *Pappo* (*a*), oltre l'uso che ne fece in tutti i suoi libri, nel principio del settimo spiega chiaramente che sia l'analisi, in qual guisa proceda, che usi abbia nei teoremi e nei problemi, a quali geometri possa esser utile, quai geometri l'abbiano trattata, e in somma ne parla in modo, che bisogna non averlo mai letto per sostenere che gli antichi non avessero alcuna nozione dell'analisi. *Proclo* anche ne parla spesse volte (*b*), e ne forma in qualche modo la storia. *Platone*, inventore di questo metodo, lo comunicò prima di tutti a *Laodomante*, il quale ne seppe ben tosto fare un ottimo uso. Anche *Teeteto* ed *Archita* presero da *Platone* questo metodo; come pure *Neocli*, *Eudosso*, *Menecmo* ed altri: e l'analisi fu sempre riguardata come un'utile e gloriosa invenzione della scuola platonica, di cui poi *Euclide*, *Archimede*, *Apollonio*, e i più sublimi geometri fecero molto uso. La trisezione dell'angolo è un altro problema che occupò molto le meditazioni degli antichi, ed ha anche

137 Trisezione dell'angolo.

(*a*) Lib. VII, princ.
(*b*) *In Eucl.* lib. II e III.

impegnata l' attenzione del *Cartesio (a)* e dei più sottili moderni. La facilità di dividere un angolo in due parti uguali per mezzo di una retta perpendicolare mosse i geometri a cercar anche di dividerlo in tre: ma, dopo alcuni inutili benchè ingegnosi tentativi, s' accorsero che sol colla geometria piana, o colla riga e col compasso, non era da sperarsi tal trisezione, e che questa era, come la quadratura del circolo e la duplicazione del cubo, un problema quasi insolubile; e il conoscere questa difficoltà è una gran prova dell' esattezza dell' antica geometria. Si studiarono nondimeno di cercare per altre vie la bramata soluzione, e adoperando l' iperbole e la concoide, ne ritrovarono alcune molto ingegnose, che vengono riportate da *Pappo* (*b*), e che fanno vedere quanto fossero andati avanti gli antichi nella geometrica sottigliezza. Quanto finora abbiam detto può abbastanza provare che gli antichi avevano acquistate più estese e profonde cognizioni di geometria che non si crede comunemente: ma vi è anche altra prova, che maggiormente ce ne può levare ogni dubbio. Fino dai tempi di *Alessandro* scrisse già *Teofrasto* quattro libri di storia della geometria, come dice *Laerzio (c)*;

(*a*) *Geom.* lib. III.
(*b*) *Collect. Math.* lib. IV.
(*c*) *In Teophr.* XIII.

e oltre di questi scrisse più copiosamente *Eudemo* rodio discepolo anch' egli d'*Aristotele* come *Teofrasto*, un'altra storia della geometria, dalla quale molte notizie ricava *Proclo* (*a*), e questi pure non giungevano che a quei primi secoli, e fermavansi in *Ermotimo* ed in *Filippo*, come gli ultimi geometri dei tempi della loro storia. Non avrebbe l'antica geometria prestati materiali per tanti libri di storia, se non avesse fatte molte scoperte, ed ottenuti gloriosi progressi.

138 Scuola Alessandrina.

Ma bisogna pur confessare che il vero lustro dell'antica geometrìa non venne che nei tempi posteriori dopo la fondazione della scuola di Alessandria: allora gli *Euclidi*, gli *Eratosteni*, gli *Archimedi*, gli *Appollonj* e tanti altri, le fecero prendere un volo molto più alto e comparire sotto

139 Euclide.

nuovo e più rispettabile aspetto. *Euclide* può riguardarsi come il padre, ed è veramente il maestro dell'antica geometrìa. *Ippocrate* chio fu il primo, come dice *Proclo* (*b*), che scrivesse elementi di geometrìa: dopo di lui *Leone* il geometra, *Teudio* di Magnesia ed altri, ne scrissero più compiuti; ma tutti restarono oscurati al comparire degli *Elementi* di *Euclide*. Là si veggono raccolte, spiegate e dimostrate, legate ed unite in corpo di dottrina quan-

(*a*) *In Eucl.* l. ec.
(*b*) Lib. II, *in Encl.*

te proposizioni di geometria elementare si trovano isolate e disperse negli altri geometri, alle quali aggiunse anche alcuni libri di aritmetica; e la sua opera degli *Elementi* si può dire il dovizioso magazzino delle ricchezze matematiche di quell'età. L'esattezza e severità, con cui egli definì ogni parola, dimostrò ogni proposizione, e legò e concatenò ogni cosa, si può dire che creò lo spirito geometrico, che tanto vantaggio ha recato all'avanzamento delle scienze, ed alla perfezione dello spirito umano. Gli elementi di *Euclide* sono stati per tanti secoli il codice dei geometri, e il libro classico di tutte le scuole di geometria. *Teone* alessandrino, *Proclo* e altri antichi, studiarono a commentarli. Gli Arabi tradussero, commentarono, ed in varie guise illustrarono gli elementi di *Euclide*; e, seguendo le tracce del greco maestro, poterono avanzare in quella scienza. I Latini, che non li conobbero, non fecero per molti secoli che palpar tenebre copiando ed alterando alcuni pochi principj di *Boezio*, o di altri ancora men di lui intendenti della materia: i primi albòri della geometria vennero dalle traduzioni, benchè imperfette, di *Euclide*, fatte da *Atelardo* e da *Campano* di Novara sulle arabiche; e i primi maestri della geometria dei moderni, il *Comandino*, il *Clavio*, il *Barovv*, ed altri parecchi ancor più moderni, credettero bene impiegate le

loro fatiche nel tradurre e commentare gli elementi di *Euclide*. In questo secolo solamente si è voluto trovare macchie in quel luminare della geometria, e si è tacciata quell' opera di troppe definizioni e divisioni scolastiche, di troppa minutezza e scrupolosità nel dimostrare le cose da sè stesse abbastanza chiare, di troppa sottigliezza e di qualche sofisticheria. Lascio ai veri e profondi geometri il decidere della giustezza di queste accuse: dirò soltanto che il voto di un *Newton* e di un *Leibnitz*, i più sublimi geometri che abbia prodotto lo spirito umano, i quali grandemente approvavano il metodo e l'ordine, l'esattezza e il rigore degli elementi di *Euclide*, l'approvazione del *Wolfio*, scrittore sì accreditato in tale materia, le nuove edizioni del *Keil*, del *Gregory*, e anche ai nostri dì del più chiaro geometra dell' Inghilterra, *Roberto Simson*, debbono avere maggior forza a favore del greco maestro, che quante accuse gli muovono contro alcuni moderni, per quanto sieno celebrati; e che se il metodo di questi dà maggiore facilità, ed abbrevia ed agevola l'intelligenza dei primi elementi, quello di *Euclide* reca maggiore sicurezza alle dimostrazioni, e conduce a maggiore profondità nello studio di quella scienza; e che ad ogni modo gli elementi d'*Euclide* sono una delle opere che maggiore vantaggio hanno prodotto alle scienze,

e più hanno giovato allo schiarimento dello spirito del genere umano. La principale celebrità di *Euclide* è nata dai suoi elementi. Ma egli ebbe molti altri meriti nella geometria: i suoi *elementi* resero più agevole, più chiaro e più universale lo studio di quella scienza; i suoi *dati*, i *conici*, i *luoghi alla superficie* e i *porismi*, accrebbero le cognizioni che si avevano di tali materie, e ampliarono i confini della scienza geometrica. *Pappo*, encomiatore di *Euclide* e di tutte le sue opere, loda particolarmente i *porismi* come un' opera piena di arte e d'ingegno e utilissima alla risoluzione dei più oscuri problemi (*a*). *Euclide* in somma si meritò per tutti i suoi scritti singolare riconoscenza dagli amatori della geometria, e guadagnò alla scuola di Alessandria una pronta ed universale celebrità. Sarebbe divenuta a questa fatale la sua perdita, se non fosse stata compensata da altri ugualmente nobili successori. Uno di questi fu *Eratostene*, il quale, ingegno veramente enciclopedico, grammatico, antiquario, geografo, cronologo, filosofo, matematico, ha fatto, che alla fronte della storia di ogni scienza si legga scritto con distinta lode il suo nome. Le due profonde speculazioni dei geometri di quell' età, su l'analisi cioè e su la duplicazio-

140 Eratostene.

(*a*) Lib. VII. *Praef.*

ne del cubo, occuparono lo studio di *Eràtostene*; ed egli scrisse ultimamente dell'una e dell' altra. *Pappo* ci annovera *Eratostene* fra gli scrittori dell'analisi geometrica in compagnia di *Aristeo*, di *Euclide* e di *Appollonio*, e cita, a questo proposito, due libri di lui delle medietà, o delle proporzioni (*a*), *Eutocio* ci ha conservata una lettera del medesimo al re *Tolomeo*, in cui gli spiega la sua invenzione per la duplicazione del cubo, su la quale scrisse anche un libro; e poi vediamo riportata da *Pappo* (*b*) la risoluzione di quel difficile ed intricato problema. Che se la dimostrazione di *Eratostene* fu rigettata da *Nicomede*, nè si è meritata l'approvazione dei moderni geometri, egli non pertanto mostrò in essa non poco ingegno, e se non ha avuta la sorte di colpire nel vero segno, può consolarsi di avere errato con *Platone* e coi maggiori geometri dell'antichità, fra i quali ottenne, e conserverà sempre un onorato e distinto luogo. Era bensì la scuola alessandrina feconda madre di matematici, non era però la sola, che ne producesse eccellenti.

141 Archimede.

Contemporaneamente ad *Eratostene* fioriva il grande *Archimede*, per cui doverono Atene, Ales-

(*a*) Lib. VII. *Praef.*
(*b*) Lib. III. *Probl. I.*

sandria e tutto il mondo geometrico, ceder la palma alla sua Siracusa. La geometria ricevè dalle sue mani una sagacità, una sicurezza, un vigore, per cui parve che si vedesse traspiantata in un nuovo mondo, donde incominciò a dominare spaziosi campi, e fecondi colli, che prima quasi non ardiva di riguardare. Che sublime spirito, e che nobile ardire non vi voleva per pensare a determinare nei circoli la ragione del diametro alla circonferenza! Pensiero, che aveva scoraggiati *Euclide* e gli altri geometri, i quali, contenti di stabilire che le circonferenze sono in qualche ragione come i diametri, non avevano avuto il coraggio di determinare qual fosse quella ragione. *Archimede* vi si accinse animosamente, e, paragonando ingegnosamente il circolo ad un triangolo, formando intorno al circolo poligoni iscritti e circoscritti, e accrescendo più e più i lati di tali poligoni, venne a conchiudere che il diametro del circolo è alla circonferenza meno che 1 a $3\frac{10}{70}$, e più che 1 a $3\frac{10}{71}$, ch'è quanto basta per conoscere a sufficienza la misura del circolo; e diede così ai geometri un esempio del metodo di approssimazione sì utile e sì frequentemente seguito, e di quello dei limiti, al quale il *Maclaurin* (*a*), il *d'Alembert* (*b*),

(*a*) Traité des Flux., Introd.
(*b*) Encyclop. art. Differentiel.

il *Cousin* (*a*) e altri moderni riducono il tanto, e con tanta ragione, encomiato calcolo *infinitesimale*. La scoperta geometrica di cui più si compiaceva *Archimede*, e di cui volle conservarsi l' onore persino nel sepolcro, fu la piena e sminuzzata misura della sfera e del cilindro, ch' egli minutamente determinò, sì riguardo alla loro solidità, che alla loro superficie, e questa non solo dei corpi intieri, ma di ciascun loro segmento. Ma non furono queste le sole figure che meritarono le sue illustrazioni. Le conoidi e le sferoidi ottennero da *Archimede* la stessa esatta misura, paragonandole distintamente coi cilindri e coi coni che hanno la medesima base ed altezza. La quadratura della parabola fu anche una delle favorite sue scoperte; ed egli se ne loda coll' amico *Dositeo* per avere intrapresa una misura da niun geometra ancor tentata, e per averla dimostrata con due diverse dimostrazioni, *matematica* o meccanica l'una, l' altra geometrica. Più nome ancora gli hanno fatto nella posterità le molte e sottili ed utili sue scoperte su la linea che gli propose, come dice *Pappo* (*b*), *Conone* Hamio geometra e suo amico. Questa è la spirale, della cui area, delle tangenti, delle secanti, e di tutte le proprietà trattò con tanta novità ed esattezza, che ora è celebrata dai

(*a*) Leçons. du Calcul. different. ec.

(*b*) Lib. IV, theor. XVIII.

geometri la spirale come una linea che dee distintamente onorarsi col nome di *Archimede*. In tutte queste e in altre moltissime speculazioni, procede egli con una giustezza e severità, con una sagacità d'ingegno e forza d'immaginazione, che, ancora dietro alle orme da lui segnate, ancora aiutati dai lumi della sua scorta, stentano presentemente a seguirlo i più profondi e dotti geometri.

Archimede ha fatto, e farà sempre lo stupore di quanti sono capaci di conoscere l'altezza del suo merito. Egli può risguardarsi come il *Newton* dell'antichità; ed è, come questi, l'eroe delle matematiche e l'onor dell'ingegno umano. Ma quanta stima non dovremo noi professare all'antica geometria che, non contenta di produrre i *Platoni*, gli *Aristei*, gli *Euclidi* e gli *Eratosteni*, non esausta colla produzione di un *Archimede*, seguitò anche ad arricchire la mente umana, e ci diede un *Apollonio* ed altri illustri geometri? Se *Archimede* fu il *Newton*, *Apollonio* potrà dirsi il *Leibnitz*, o il *Bernoulli* degli antichi. I soli suoi *conici* bastano a farci vedere in lui il gran geometra, quale lo proclamava l'antichità Di che prodigiosa profondità e forza d'ingegno non abbisognava *Apollonio* per seguire nei suoi conici tante e sì astruse ricerche senza fare traviamenti? Il quinto e il settimo libro singolarmente mostrano da per tutto un ingegno inventore, fecondo di nuo-

142
Apollonio.

ve e sublimi verità. Ma tutta l' opera fu riguardata con ragione come una delle più profonde che avesse prodotto lo spirito umano. Per quanto il dotto geometra de l' *Hôpital* abbia scritto, con tutti gli ajuti della moderna geometria, un'opera delle sezioni coniche, molto stimata e lodata in mezzo ai lumi di questo secolo, questa nondimeno non ha potuto oscurare l'antica opera di *Apollonio*, nè è giunto egli a darci una teoria di queste curve più estesa e completa di quella del greco geometra. *Pappo*, che pure non si mostra troppo portato pel carattere morale di questo autore, tiene in gran conto la sua dottrina geometrica, e non solo ci dà notizia di molte sue opere appartenenti, per la maggior parte, all'analisi geometrica, ma ne forma eziandio piccoli estratti; e quei soli piccoli saggi bastano per far vedere il maestrevole possesso con cui la geometrica sua destrezza maneggiava quelle sublimi ed ardue materie; quelle piccole linee mostrano la maestra mano d' *Appelle*, che ne formò i quadri finiti. *Appolonio* ed *Archimede* sono i geometri antichi che si leggono e si studiano dai più illuminati moderni, e che meritano i rispetti e la venerazione di tutti. Ma vi erano, oltre di questi, molti altri illustri geometri. Non parlo di *Conone* e di *Dositeo*, amici di *Archimede* ed assai chiari geometri: non di *Eudemo* e di *Attalo*, corri-

spondenti di *Apollonio*; non di *Nicotele*, impugnatore di *Conone*; non di altri men celebrati di quell' età; ma ferma bensì la nostra attenzione *Nicomede*, il quale inventò la curva detta *concoide*, e ne fece ingegnosa applicazione pel famoso problema della duplicazione nel cubo, secondo il testimonio di *Pappo* (*a*) e di *Futoccio* (*b*), e lavorò gloriosamente per la quadratura del circolo, applicandovi la *quadratrice* di *Dinostrato* (*c*), e si meritò insomma che il *Newton* commendasse molto ed adoprasse la sua concoide per varie geometriche speculazioni, e rendesse rispettabile ai più illuminati geometri il nome di *Nicomede*. Sono parimente degni di particolare commendazione *Gemino*, *Filone* ed *Erone*, che, oltre lo studio dell'astronomia e della meccanica, si applicarono alla geometria, e si fecero qualche nome; e di *Erone* particolarmente vediamo in *Pappo* (*d*) una nuova soluzione del celebrato problema della duplicazione del cubo, o delle due medie proporzionali; *Teodosio*, i cui *sferici* sono un'opera classica in geometria ed in astronomia; alquanto posteriormente *Menelao*, che scrisse di trigonome-

(*a*) Lib. IV, prop. XXII, et al.
(*b*) In. Arch. II, De Spher. et Cycl.
(*c*) Pap. lib. IV, prop. XXV.
(*d*) Lib. III, prop. IV.

tria, e di cui ancora si conservano tre libri dei triangoli sferici, sommamente pregevoli all' avanzamento della geometria; e parimente *Diocle*, della cui età non abbiamo sicure notizie, ma che sappiamo aver inventata la *cissoide*, curva perfezionata ed adoperata dal *Newton*, ed averne fatto ingegnoso e felice uso pel problema della duplicazione del cubo (*a*). Venne finalmente nel secolo quarto della nostra era il tante volte citato *Pappo*, il quale certamente merita somma riconoscenza dai geometri, perchè raccolse e mise in buon lume molte scoperte geometriche dei greci che l'avevano preceduto, le quali senza la sua opera, sarebbono per noi perdute, e ci ha dato notizia di molti geometri che non sono altronde venuti alla nostra cognizione. Che sapremmo noi dell' analisi degli antichi, che dei porismi di *Euclide*, che di *Nicomede* e di tanti altri geometri e di tante scoperte geometriche, se *Pappo* non le avesse nelle sue *Collezioni* trasmesse alla nostra notizia? Ma egli non si contentò di conservare il tesoro delle scoperte degli antichi, le accrebbe eziandio colle sue proprie, e ci arricchì di nuove ed utili verità. Espone le soluzioni del problema della duplicazione del cubo di *Erastotene*, di *Nico-*

(*a*) Eutoc. in Archim.

mede, e di *Erone*, e ne propone inoltre una sua (*a*). Forma *Nicomede* la costruzione delle due sue linee medie proporzionali, ed egli ne dà la dimostrazione (*b*). All' inclinazione presa da *Archimede* nel libro delle linee spirali propone egli si chiara la risoluzione, che apre la via per penetrare intimamente negli arcani di quel libro (*c*). E generalmente egli rischiara, migliora ed accresce quasi tutta la dottrina geometrica degli antichi. Ma ciò che forma il maggiore suo merito in queste scienze è la gran verità da lui presentata ai lettori soltanto come una mostra od un saggio delle molte che riteneva serbate nella sua mente, cioè che le figure prodotte per una rivoluzione perfetta sono fra loro in ragione composta di quella delle figure generatrici e di quella delle linee tirate dal loro centro di gravità all' asse; e le figure prodotte per una rivoluzione incompleta di quella pure delle figure generatrici, e dagli archi descritti pel loro centro di gravità: verità donde tante belle scoperte derivano per la geometria e e per la meccanica (*d*). Ma in *Pappo* può dirsi estinta la greca geometria: *Teone* alessandrino ed

(*a*) Lib. III, Probl. I, Prop. V.
(*b*) Lib. IV, Probl.
(*c*) Lib. IV, Theor. 21.
(*d*) Lib. VII, Praef.

Ipazia sua figlia, *Proclo*, *Marino*, *Eutocio* ed altri di quei tempi, furono più commentatori e raccoglitori delle scoperte degli altri antichi che veri geometri. Ma la greca geometria era già abbastanza nobile coi nomi di *Euclide*, di *Archimede*, di *Apollonio*, e di altri poco inferiori, e ricca assai colle loro scoperte, per non abbisognare di nuovi ajuti pel suo splendore. Per quanto sia avanzata la moderna geometrìa, e divenuta sia superiore di scoperte, di cognizioni e di metodi all'antica, è una folle ignoranza e temerità di alcuni leggieri moderni il disprezzare gli antichi geometri, e abbandonare la loro lettura. Non è egli più glorioso e più utile lo scoprire tante proprietà, combinazioni e misure delle figure, inventare tante linee, dimostrare tante verità, e creare insomma una geometria, che non l' appianarne, abbreviarne, ed infiorarne le vie? E come un *Euclide*, un *Archimede*, un *Apollonio* possono essere riguardati, da chi abbia vero spirito geometrico, senza un profondo sentimento di sincera venerazione? Non pensarono così il *Leibnitz*, l' *Allejo*, il *Simson* e tanti illustri geometri perfino anche nei nostri dì: non così il *Maclaurin*, il quale ha lasciato scritto (*a*), che « Sebbene non vi sia nessun paragone fra l' e-

(*a*) Traité de flux., Préf.

» stensione e l' utilità delle scoperte antiche e
» delle moderne, pare nondimeno che gli antichi
» fossero più attenti che noi non siamo nel conserva-
» re alla geometria tutta la sua evidenza, e che vi
» riuscirono molto meglio » : non così finalmente
il *Newton*, il quale aveva sì alta stima della greca
geometria, che era solito a dire che non vi sareb-
be bisogno di scrivere nulla in geometria, se ci fos-
saro pervenute tutte le opere dei greci geome-
tri (*a*): e certo la greca geometria forma una
parte molto importante della storia delle Scien-
ze, e fa sommo onore ai progressi dello spirito
umano.

143 Geometria dei romani.

Non così potremo pensare dei romani i quali, se emularono, o forse superarono gli *Omeri* e i *Demosteni*, non pensarono neppure ad appressarsi agli *Archimedi* ed agli *Apollonj*, nè ebbero mai un geometra che meritasse lo studio della posterità. *Cassiodoro*, *Marziano Capella*, e quei pochi latini che scrivevano di geometrìa, non possono mettersi nel numero dei geometri. *Boezio* stesso, che sembra averne saputo assai più che tutti i latini, altro non fece che tradurre *Euclide*, benchè con certa eccessiva libertà, la quale lo mostra bensì assai più padrone di quella materia che non lo erano gli altri

(*a*) In ejus Vita Opusc. tom. I.

scrittori latini; ma molto detrae dell' esattezza e del rigore geometrico del greco originale. Gli arabi si che coltivarono la geometria assai più felicemente che i latini. *Euclide*, *Archimede* ed *Apollonio* furono attentamente studiati, tradotti ed illustrati dai Saraceni. Basta leggere il catalogo degli antichi matematici, compilato dal dotto *Odoardo Bernard*, per farne una edizione in quattordici volumi (*a*), e vi si vedrà facilmente quanto abbiano contribuito gli Arabi alla conservazione ed illustrazione dei greci geometri. Alcuni libri geometrici dei più stimati greci non si trovano nel greco originale, e solo gli abbiamo tradotti in arabo. I libri stessi, che ancora si conservano nel nativo idioma greco, sono stati da principio tradotti nel latino dalle arabiche traduzioni, non dagli originali. E tutto questo dovrà tenere perpetuamente obbligata la gratitudine dei geometri alle scientifiche fatiche dei musulmani che hanno loro recati tanti vantaggi. Ma non si contentarono gli Arabi di questi meriti, e vollero avere i proprj loro pregi, e poter vantare progressi da loro stessi prodotti alla geometria.

144 Geometria degli Arabi.

145 Arabi geometri.

Il solo eccessivo numero degli scrittori può dare qualche credito dall'arabica geometria. Ove sono molto i coltivatori di una scienza, è difficile

(*a*) Fabr. Bibl. gr. lib. III, cap. XXIII.

che non se ne trovino alcuni che le producano riguardevoli avanzamenti. Infatti quanti Arabi non si potrebbero annoverare come benemeriti dalla geometria? Se noi diamo il nome di geometra ad *Archimede*, se i Greci chiamavano il gran geometra *Apollonio*, gli Arabi avevano anch'essi i loro stimati *Archimedi* ed *Apollonj*, che onoravano col nome antonomastico di geometri. *Hassen Thabit ben Corrah* ed *Alkindi*, sono stati distinti dagli Arabi con quella si rispettabile appellazione. D'*Hassen*, uno dei tre figliuoli di *Musa*, o *Mosè*, dice, con sommi elogi la *Biblioteca arabica dei filosofi* (a), che inventò, formò e sciolse molti problemi geometrici, che niuno degli antichi aveva mai potuto immaginare; e che i suoi trattati su la trisezione dell'angolo, e su le due medie proporzionali per la duplicazione del cubo, problemi, che tanto avevano occupati i greci geometri, furono riguardati dagli Arabi come opere portentose d'ingegno e d'immaginazione. Eccellente era eziandio nella geometria il fratello d'*Hassen*, *Abu Giafar Moamad*; ma nondimeno più ancora che coi proprj scritti recò vantaggio a quella scienza coll'avere istruito in essa *Thabit ben Corrah*, e coll'avergli procurati i mezzi onde avanzarsi negli studj geome-

146 Hassen.

147 Abu Giafar.

148 Thabit.

(a) Benu Musa ben Shaker.

ben Corrah.

trici introducendolo nella corte del califfo *Motadheb*. Noi abbiamo sotto il suo nome un' opera ms. col titolo *De superficierum divisione*, e nella biblioteca dell' Escuriale se ne trova un' altra *De descriptione trianguli rectilinei* (*a*), niuna delle quali si legge con questi titoli nella *Biblioteca arabica dei filosofi*. Ma vi se ne annoverano tante su la quadratura del circolo, su le sezioni coniche, e su tante altre sublimi materie geometriche, che giustificano gli elogi di cui viene ampiamente ricolmato, e l' universale rispetto con cui era dai dotti suoi nazionali riguardato.

149 Alkindi.

Quanta lode non merita l' *Alkindi*, che venne riposto dal *Cardano* fra i dodici più chiari ingegni che avessero fino allora illustrato il mondo (*b*)? E quanti altri rinomati geometri non ebbero oltre di questi gli Arabi? *Alhassen* non lasciò quasi parte della

150 Altri geometri arabi.

geometria che non illustrasse coi suoi scritti. *Jacob ben Tarec*, *Abdelazig*, *Assingiari* ed altri parecchi, scrissero di varj punti di geometria, e furono molto stimati. Ma singolarmente la trigonometria ha loro, come dice il *Bossut* (*c*), obbligazioni essenziali. « Essi diedero, dice, al calcolo trigonometri» co la forma che ha ancora presentemente almeno » quanto ai principj. Essi sostituirono l' uso dei se-

(*a*) Casiri Bibl. arab. hisp. tom. I, p. 386.

(*b*) De subtil. lib. XVI.

(*c*) Disc. prél. Encycl. méthod. Mathem.

» ni a quelle delle corde, che adoperavasi prima, e » con questo resero più semplici e più comode le » operazioni della geometrìa pratica ». Il *Montucla* aveva già detto lo stesso, ed aveva data parte della gloria di questi meriti a *Mohamad* figliuolo di *Musa* ed a *Giaber ben Aphlah* di Siviglia, del quale evvi nell'Escuriale un libro *Delle Sfere* (a), che può confermare il giudizio del *Montucla*. Il richiamare a questa semplicità, e a questa agevolezza le operazioni trigonometriche fu, secondo il medesimo *Montucla*, una delle prime invenzioni degli Arabi, trovandosi già adoperata da *Albatenio* (b). *Alfagrano* scrisse sui seni retti; *Abdelaziz Massudo* compose un trattato delle tavole dei seni, e del loro uso nella trigonometrìa; e tanti altri trattarono di questa materia, che si può dessa riguardare come tutta propria degli Arabi. Oltre la conservazione dei libri greci e delle greche scoperte, oltre i progressi, qualunque essi sieno, prodotti dai saraceni, dèe la geometria ai medesimi la sua introduzione, o il rinascimento presso i latini. *Gerberto*, *Campano*, *Atelardo*, primi ristoratori della geometrìa nell' occidente, tutti presero dai musulmani le poche cognizioni che seminarono fra i cristiani, e che, lente e sterili da principio, germo-

(a) Casiri tom. I, p. 367.
(b) Hist. Math. tom. I, p. II, liv. I.

gliarono poi col tempo abbondantemente, e produssero quei ricchi e preziosi frutti che ora si pienamente godiamo.

151 Rinascimento della geometria.

I progressi nel rinascimento della geometria furono ancora più lenti che nella stessa nascita. Noi nòn vediamo per più secoli che cattive traduzioni, e spesso anche corruzioni delle opere più elementari dei Greci e degli Arabi; niuna ingegnosa scoperta, niun'opera originale, niun avanzamento nella geometria. Solo verso la metà del secolo decimoterzo fiorirono due matematici, *Giordano Nemorario* e *Giovanni di Sacrobosco*, che mostrarono avere qualche lume d'ingegno, e scrissero da sè, benchè tenendo dietro alle guide greche ed arabiche, opere geometriche, non semplici traduzioni. Ma queste stesse loro opere erano sì rozze e meschine, che provavano la scarsezza dei lumi di quei tempi; non erano opportune a produrne altri maggiori, e a far nascere buoni geometri. Noi non incominciamo a vederli che nel secolo decimoquinto.

152 Purbach.

Purbach si può dire il primo che mostrasse qualche scintilla di mente geometrica, e facesse vedere nelle sue osservazioni e nelle sue opere astronomiche qualche finezza di pensare in geometria, e qualche lampo d'invenzione pel miglioramento della geometria pratica e della trigonometria.

153 Regiomontano.

Il *Regiomontano*, suo allievo, andò assai più avanti

del maestro, e si formò un geometra assai più perfetto. Il *Cardano*, sentendo mal volentieri le lodi del *Regiomontano*, lo accusava di plagio nella costruzione delle effemeridi, nella tavola delle direzioni, nel libro dei triangoli sferici, e in ogni cosa (*a*). Ma checchè sia di queste accuse, che noi ora più non possiamo verificare, certo è che la geometria e l'astronomia professarono al *Regiomontano* perpetua riconoscenza. Il *Regiomontano* corresse e perfezionò l'invenzione del *Purbach* per l'esattezza dei calcoli trigonometrici, dividendo il raggio in 1000000 parti in vece delle 6000000 che il *Purbac* aveva sostituite alle 60 degli antichi. Oltre di questo, il *Regiomontano* introdusse nella trigonometria l'uso delle tangenti, e ne fece le tavole. Egli non solo espose le teorie degli Arabi nella trigonometria, ma le condusse molto più oltre trovando la soluzione dei più difficili casi; e possiam dire ch' egli ci diede nella sua opera dei triangoli una assai completa trigonometria. I suoi commenti di *Archimede*, la diffesa di *Euclide*, ed altre sue fatiche geometriche accrescono sempre più i suoi meriti nella geometria; e tutte le sue opere e lo studio che in quel secolo si faceva della lingua greca, furono di grande eccitamento

(*a*) V. Gassend. in Vita Pubarch., et Regiom.

ai letterati europei per dedicarsi con nuovo ardore alla coltura di quella scienza. Cominciarono a leggersi ed a gustarsi nei loro originali i greci geometri, si abbandonarono le traduzioni prese dall'arabo, e se ne fecero altre dal greco: si riguardò nel suo vero lume l'antica geometria, che invaghì delle sue bellezze i nobili ingegni, e principiarono allora a vedersi molti geometri. Tali erano il *Walter*, il *Durer*, *Adriano Romano*, il *Vanceulen* ed altri; tale particolarmente il *Werner*, che s'innoltrò con profitto nelle sezioni coniche, inventò nuove soluzioni in alcuni problemi di geometria, ed illustrò con nuovi scritti la trigonometria. Tali il *Retico* e il *Byrge*, che recarono maggiore perfezione alle tavole trigonometriche, e singolarmente il *Byrge* giunse, secondo il testimonio di *Keplero*, a formare la prima idea dei logaritmi. Celebre è la memoria del *Nugnez*, più conosciuto sotto il nome di *Nonio*, e benemerito della geometria pel suo zelo e per le sue opere, ma più ancora per l'invenzione dello stromento che porta il suo nome, e che giova tanto per l'esattezza geometrica. I commenti di *Euclide* del *Ciruelo*, alcuni scritti di un altro *Nugnez*, e altri di altri scrittori mostrano che nella Spagna si coltivava con ardore la geometria. I francesi *Pelletier* e *Oronzio Fineo* sono conosciuti dai geo-

154 Altri moderni geometri.

metri non solo per le dispute e per le opposizioni a cui soggiacquero, ma anche per qualche merito dei loro scritti. Nomi più illustri sono nei fasti delle matematiche il *Comandino* ed il *Mauroli*, ossia *Maurolico*: le sole traduzioni ed illustrazioni dei greci geometri fatte con molta intelligenza e sagacità resero i loro nomi molto rispettabili nella geometria, e le proprie loro opere accrebbero anche la riputazione del loro sapere, acquistatasi con tali traduzioni. Il *Tartaglia*, sì famoso per le sue scoperte dell' algebra, mostrò anche nella geometria l' originale e penetrante suo ingegno; e molti da per tutto si guadagnavano il nome di geometri. Innalzavasi sopra tutti il *Clavio* per l' universale celebrità: le immense sue opere, e la vasta estensione delle sue cognizioni matematiche lo fecero riguardare da molti come l'oracolo di quella scienza; e sebbene è poi scemata di molto la sua fama, sarà però sempre rispettato da quanti vorranno riconoscere supplita la mancanza di più grande ingegno coll' intensità dello studio, e colla costanza della fatica, particolarmente se considereranno lo stato di quella scienza nel suo secolo, e il vantaggio che il *Clavio* le procacciò. Non tanto estesa, ma più vera, stabile e soda è la gloria del suo contemporaneo *Vieta*, il più sublime ed originale geometra che si fosse veduto dopo i feli-

155 Clavio.

156 Vieta.

ci tempi degli *Archimedi* e degli *Apollonj*. Pieno egli della geometria antica, ed intimo conoscitore delle sue finezze, mosso da una contesa col soprannominato *Adriano Romano*, geometra olandese di molto merito, si applicò al ristabilimento del libro *De tactionibus* di *Appolonio*, e lo diede al pubblico col titolo di *Apollonius gallus*. Una maggiore esatezza nell'accostarsi alla verità della ragione del diametro al circolo; gli elementi della dottrina delle *sezioni angolari*, e la determinazione per formole analitiche delle ragioni dei seni degli archi multipli e submultipli; la costruzione delle tavole trigonometriche su questo principio, ed altre geometriche novità sono i veri meriti che innalzano il *Vieta* alla classe dei più sublimi geometri. Al tempo stesso del *Vieta*, e del *Clavio* lavorava con buona riuscita *Lucca Valerio* a cercare il centro di gravità dei solidi, a cui *Archimede* non aveva rivolte le sue speculazioni; ed il suo libro su quella materia si può dire la prima opera latina che facesse distendere di più i confini della greca geometria. Il *Galileo* cercò anch' egli il centro di gravità, e gli riuscì felicemente di ritrovarlo in varj corpi. Giusto amatore dell'antica geometria, ne seppe gustare tutte le finezze, e si fece coraggio per tentarne ulteriori avanzamenti. Egli fu il primo o a ritrovare, o almeno ad esaminare

157 Luca Valerio.

158 Galileo.

la cicloide ed a ricercarne le proprietà. Varj curiosi ed importanti teoremi geometrici sono suoi ritrovati. Ma il maggiore suo merito verso la geometria fu l'applicarla che ei fece alla fisica, e il farla servire di sicura guida per penetrare nei più nascosti arcani della natura. Così incominciarono i geometri ad innoltrarsi nei più profondi arcani, e a superare gli stessi Greci loro maestri. Noi abbiamo veduti gli ignoranti Europei ricercare dagli Arabi i primi elementi della geometria, e studiare malamente nelle loro traduzioni le opere dei greci. Quanti secoli non si sono passati prima di superare nei loro scritti i primi primissimi elementi della geometria ordinaria? Quante fatiche non sono abbisognate per ben intendere *Euclide*? Quanti anni e quanti sforzi prima di giungere à comprendere le greche teorie di *Archimede* e di *Appollonio*? Chi mai pensava poter accrescere lumi ai lumi dei greci maestri? Da *Gerberto* fino al *Vieta* era mai caduto in pensiero ad alcuno di ricercare ciò che *Archimede* non aveva trovato? Chi mai avrebbe ardito di predire che in pochi anni avrebbero gli Europei avanzate di tanto le greche scoperte, che i più sublimi problemi, a cui non poterono toccare gli antichi, non fossero che un giuoco nelle loro mani. Nuovi teoremi, nuove verità, nuovo ordine di cose si va a scoprire

nella geometria di questi due ultimi secoli. Seguace ancora al principio della greca, ardiva pure superarla, aprire nuove vie da lei non vedute, e correre nuovi campi da lei non toccati; ma fatta più robusta e più coraggiosa, fornita di nuovi mezzi e di proprj soccorsi osò sormontare alte cime da quella neppure vedute, e dominare regioni di cui non avevasi alcuna idea. Noi abbiamo in questi due secoli tre sorti diverse di geometria: da *Vieta* fino a *Cartesio* la geometria è ancora l'antica solo accresciuta di nuove verità, ed arricchita di molte scoperte, e quest'ancora seguitò a coltivarsi, ed a produrre nuovi frutti dopo l'introduzione della cartesiana. *Cartesio*, sottile geometra, e felice algebrista, forma una nuova geometria che, accompagnata ed ajutata dall'algebra, fa progressi a cui non si poteva aspirare senza tale sostegno: da *Newton* e da *Leibnitz* nasce una nuova più sublime, più nobile, più feconda geometria che, fornita del calcolo infinitesimale, è tanto superiore alla cartesiana, quanto questa all'antica. Entriamo dunque a ricorrere la storia di tutte tre.

Il *Vieta*, il *Valerio* ed il *Galileo*, fecero vedere che col metodo degli antichi si potevano andare più avanti, che non vi si erano innoltrati gli stessi antichi. Il *Keplero* si fece più coraggioso; e, benchè non abbastanza fornito di geometria, ardì ten-

159 Keplero.

tare nuove vie non aperte dagli antichi geometri. L'esame di certe botti gli diede occasione di far sorgere una nuova geometria. *Archimede* e gli antichi non prendevano di mira che la misura, e la ragione dei solidi generati col far girare le sezioni coniche intorno a un asse preso esattamente nel mezzo. Il *Keplero* volle considerarne molti altri, che potevansi generare col rivolgere e le stesse sezioni coniche, e solamente qualche porzione delle suddette curve intorno ad assi diversi. Così giunse a formare più di ottanta solidi nuovi, non ancora contemplati dai geometri, e li distinse coi nomi di *anello largo*, di *anello stretto*, di *globo turchesco*, di *pomo rosato*, di *pomo cotogno* e di altri simili. Bello è il vedere le maniere diverse con cui egli forma quei solidi, e le curiose immagini che ama di adoperare per farli conoscere ai leggitori. In occasione di parlare delle figure, ardì d'introdurre il nome e l'idea dell'infinito, formando il circolo d'infiniti triangoli, il cono d'infinite piramidi, il cilindro d'infiniti prismi e così di altri solidi, e dimostrò in questa guisa, in una maniera diretta e chiara, alcune verità che, nel metodo antico di paragonare tra loro le figure iscritte e circoscritte ai piani ed ai solidi da misurarsi, esigevano giri sommamente intricati e troppo difficili a seguirsi: ma la scarsezza dei lumi geometrici, in cui ancora trovavasi, lo fece ca-

dere in molti errori, e lasciare senza la desiderata soluzione la maggior parte dei suoi problemi. Pure le ricerche del *Keplero* su tante nuove figure, e l'introduzione dell'idea dell'infinito nella geometria eccitarono la curiosità dei geometri, e li condussero a nuove scoperte. Il *Guldino* trovò la soluzione dei problemi proposti dal *Keplero* col mezzo del centro di gravità, applicandolo con molto ingegno e felicità alla misura delle figure prodotte per circonvoluzione. Il primo passo del *Guldino* fu segnare esattamente in ogni figura quel punto ove si ritrova precisamente il centro di gravità; e questo solo gli produsse già parecchie scoperte. Ma egli passò più avanti, ed esaminando le figure formate per la rotazione di una linea e di una superficie intorno ad un asse immobile, trovò che esse erano come il prodotto della figura generatrice, e della strada che descrive il suo centro di gravità, e che, per esempio, se un triangolo rettangolo girando intorno ad uno dei cateti forma un cono, siccome il centro di gravità è allora distante dall'asse un terzo della base, e girando descrive una circonferenza, che è il terzo di quella che descrive l'estremità della base, così il cono sarà come il prodotto del triangolo generatore pel terzo della circonferenza descritta dall'estremità della base; e però il cono sarà il terzo del cilindro della medesima base, e della

160 Guldino.

medesima altezza. Questa scoperta era già stata fatta da *Pappo*, e proposta semplicemente ai suoi lettori (*a*). Ma il *Guldino*, non so se condotto dalle poche parole scritte da *Pappo* ovvero dalle proprie sue ricerche che pure dovevano condurlo al conseguimento di questo teorema, ne fece l'uso a cui *Pappo* non s'innoltrò. Egli applicò questa regola non solo al cono, ma a tutte le altre figure, e trovò la soluzione a tutti i problemi con singolarità. Ma questa scoperta, che giacque infruttuosa nell'opera di *Pappo*, trascurata ed obliata dai geometri, non ebbe molto migliore sorte nell'opera del *Guldino*, ed anche dopo di lui fu seguita da pochi. Molto più feconda e più utile divenne alla geometria l'introduzione del nome e dell'idea dell'infinito riconosciuto dagli antichi, e proposto in un nuovo aspetto dal *Keplero*. Il *Galileo* (*b*) si famigliarizzò ancora di più cogl'infiniti e cogl'indivisibili, e non solo ridusse ad essi le dimostrazioni di alcuni teoremi, ma pensò anche di comporre un trattato degl'indivisibili. Ciò che pensava di fare il *Galileo*, lo aveva già disposto e preparato il suo discepolo *Cavalieri*. Egli comincia dal considerare il solido come composto d'infinite superficie, le superficie d'infinite linee, e le linee di punti infiniti; e per ri-

161
Cavalieri.

(*a*) Lib. VII, Praefat.

(*b*) Dial. della nuova Scien. lib. II e III.

trovare la misura di un solido gli basta di avere la misura dei piani che lo compongono, e quella delle linee per la misura dei piani, e generalmente, per avere la ragione fra due corpi, determinare quella dei loro elementi, che ei chiama *Indivisibili*. Così si accinse a ricercare la misura di molti solidi degl' inventati dal *Keplero*, e la trovò in più di venti (a), e poi anche in molti più, ed aprì ad altri una facile via per ritrovarla nei rimanenti. Allora dunque colla scoperta del *Cavalieri* si diede principio ad una nuova geometria. Alle figure iscritte e circoscritte, alle difficoltà d'iscrivere e circoscrivere poligoni ad una figura, e di cercare i limiti della ragione fra l'ultimo poligono iscritto e l'ultimo circoscritto, al metodo insomma di doppia posizione a cui unicamente si erano attenuti gli antichi, s'incominciarono a sostituire gli elementi indivisibili, gl'infinitesimi, gl'infiniti e si agevolarono molte ricerche che prima erano troppo difficili ed involute, si diede adito a farne molte altre, che fin allora non si potevano tentare, e nacque insomma una nuova geometria. Il nome d'*indivisibili*, e la novità della scoperta eccitò l'attenzione di tutti i geometri, e provocò le censure di molti. Parve tosto ad alcuni che il metodo degl'indivisibili fosse preso dal *Keplero*;

(a) Geometr. indiv. ec. Pref. et al.

ma il *Cavalieri (a)* ne fece vedere la diversità; imperciocchè il *Keplero* dei corpi minutissimi compone in qualche modo i corpi maggiori, mentre egli solo diceva che i piani erano come gli aggregati di tutte le linee equidistanti, e i corpi, come gli aggregati di tutti i piani. Vollero altri derivare tal metodo da un' opera di *Bartolommeo del Sovero, De curvi, et recti proportione promota* (*b*); ma il *Cavalieri* fece vedere che, assai prima della pubblicazione di quest'opera, aveva egli non solo scritta, ma presentata al Senato di Bologna la sua della geometrìa degl' indivisibili. L' idea sola ed il nome d'indivisibili ributtò molti geometri; ed egli stesso aveva già preveduta la strana impressione che doveva produrre nell' animo di molti, e ne aveva in qualche modo anticipata la risposta nella prefazione del settimo libro; anzi può dirsi che tutto il settimo libro, provando con altro metodo le stesse verità che negli antecedenti si erano dimostrate con quello degl' indivisibili, fa in qualche modo l'apologìa di questo metodo. Sorgevano nondimeno ognora più nuovi oppositori, ed essendone fra questi uno troppo rispettabile, l' ora nominato *Guldino*, e desiderando il *Cavalieri* rendere più noto e più fermamente stabilito il suo metodo, dovette sporlo di

(*a*) Exerc. tert. in Guld.
(*b*) Lib. V.

nuovo in due *esercitazioni*, e rispondere in altra all'opposizione del *Guldino*. Questi, troppo pieno dei suoi centri di gravità ed aggravato anche d'incomodi di salute, non potè riguardare con occhio benevolo il metodo degl' indivisibili, nè esaminarlo con attenzione; e loda bensì l' autore, e commenda il suo metodo come opportuno per l'invenzione, ma cerca di tacciarlo di falsità e d'insussistenza, e vorrebbe deprimerlo per far regnare il suo dei centri di gravità. Noi non possiamo che lodare l'uno e l'altro metodo, e venerarne gli autori; ma volendosi dare ad alcuno la preferenza, non temeremo di attaccarci a quello del *Cavalieri*, siccome più diretto, più spedito e più facile. È naturale, come dice giustamente lo stesso *Cavalieri* (*a*), il cercare prima la dimensione delle figure, e poi il loro centro di gravità, prima si concepisce estesa una figura, che grave. Spesso anche è più difficile il determinare il centro di gravità che la misura la quale, pel suo mezzo dovrebbesi ricercare. Ma diremo nondimeno che il metodo del *Guldino* dee pur rispettarsi come una bellissima scoperta in geometria, e che, quantunque il metodo degl' indivisibili abbia avuta più influenza nei progressi della geometrìa, merita anche quello dei centri di gravità le lodi di

(*a*) Exerc. tert.

tutti i geometri, ed amendue rendono i nomi del *Guldino* e del *Cavalieri* immortali nei fasti della geometria. Il *Galileo*, il *Viviani* e tutta la scuola galileana accolse con molti applausi il metodo del *Cavalieri*, che poi difese, illustrò, ed ampliò un suo allievo, *Stefano degli Angeli*. Il primo a fargli onore colla pratica, e coll'adoperarlo utilmente fu il *Torricelli*, come lo stesso *Cavalieri* se ne gloriava (*a*). Con questo metodo sciolse il *Torricelli* problemi difficilissimi con somma facilità, trovò una nuova quadratura della parabola, un nuovo rapporto della sfera al cilindro, la misura del solido acuto iperbolico, e, ciò che rese più celebre il nome del *Torricelli*, la dimensione della cicloide. Il *Galileo* aveva studiato per molti anni la soluzione di tale misura senza potervi riuscire; lo stesso *Cavalieri* aveva invano impiegate le sue fatiche in quella speculazione; e il solo *Torricelli*, coll'ajuto del nuovo metodo, giunse con tale facilità ed incontrarla, che, come dice il *Cavalieri* (*b*), il problema che sembrava ai geometri di somma difficoltà, riuscì per lui facilissimo. Ma questa bella fatica dell'ingegno geometrico del *Torricelli* gli tirò addosso una grave accusa di plagio dal geometra *Roberval*.

162 Torricelli.

(*a*) Exerc. par.

(*b*) Ivi.

163 Roberval.

La Francia aveva allora due geometri di ordine superiore, il *Cartesio*, e il *Fermat*. Il *Roberval*, amico di questo, contrario di quello, emulo di amendue, ma inferiore a tutti, cercava di uguagliarsi con questi, e si considerava troppo superiore a tutti gli altri. Egli infatti inventava metodi, e scioglieva problemi a cui invano si sarebbero accinti altri geometri che *Cartesio* e *Fermat*. Con quale animo poteva egli dunque sentire che rendesse il pubblico ad altri lodi di alcune invenzioni che egli credeva gli si dovessero molti anni prima? Egli aveva trovato un metodo simile a quello degl' *indivisibili*; e mentre lo teneva gelosamente segreto, vantandosi di potere con esso sciogliere problemi superiori alle forze degli altri geometri privi di questo ajuto, si vide pubblicare dal *Cavalieri* il metodo degl' *indivisibili*, e rapirsegli l' onore che si avrebbe potuto acquistare, se avesse voluto comunicare al pubblico le sue invenzioni. Il *Frisio* (a) sembra voler metter in dubbio l'originalità dell' invenzione del *Roberval*, riflettendo che questa non comparve alla luce se non due anni dopo la pubblicazione dell' opera del *Cavalieri*, ed otto o nove dopo che già si conosceva in Italia la geometria degl'indivisibili. Ma chi ri-

(a) Elog. del Cavalieri.

flette ai problemi che risolvevano il *Roberval* e il *Fermat* verso i tempi della scoperta del *Cavalieri*, non potrà negare che conosciuto non fosse da loro un qualche metodo simile nel merito, e anche nella forma a quello del *Cavalieri*, a cui però si dee la doppia lode di originalità nell'invenzione, e di generosità nella pubblicazione della medesima. Non poteva il *Roberval* contrastare al *Cavalieri* la gloria dell' invenzione del metodo degl'indivisibili, non avendo egli mai fatto parte del suo ad alcuno (a); ma quando vide rapirsi dal *Torricelli* quella della dimensione della cicloide, alla quale egli aveva diritto da alcuni anni, non potè tenersi in silenzio, e proruppe in lamenti contro il geometra italiano, quasi che si appropriasse una sua invenzione, e si facesse bello colle sue fatiche. Certo il *Roberval* aveva, alcuni anni prima, ritrovata la misura della cicloide; e ciò vedesi non tanto nell' opera *Dell' Armonia universale* del *Mersenno*, pubblicata fino dal 1637, e nella *Storia della cicloide* del *Pascal*, non contraddetta in questa parte dal *Dati* apologista del *Torricelli*, quanto nelle lettere del *Cartesio*, dalle quali rilevasi quanto più avanti che alla semplice misura si fosse passato in Francia, nell' esaminare le passioni della cicloi-

(a) Roberv. Epist. ad Torric.

de (*a*); sebbene da qualche altra lettera dello stesso *Cartesio* (*b*) e da altri scrittori, si possa prendere qualche argomento contrario. Ma che il *Torricelli* avesse il menomo sentore delle dimostrazioni dei francesi; che il *Beaugrand* ne avesse data parte al *Galileo*; che il *Torricelli* avesse ereditate tutte le carte di questo, e trovata in esse la misura della cicloide, questo è privo di ogni fondamento, ma vien anche smentito da evidenti ragioni contrarie. La scoperta del *Roberval* restò nascosta nel suo scrigno, o fu soltanto comunicata a qualche amico in lettere familiari. L'Italia, l'Inghilterra e la Francia stessa erano all'oscuro di tale notizia; lo stesso storico *Pascal*, appassionatissimo per *Roberval*, ignorava affatto la sua scoperta, e credè, per gran tempo, opera del *Torricelli* la misura della cicloide. Il *Cavalieri* ancora nell'anno 1647, tre anni dopo la pubblicazione della scoperta del *Torricelli* e dei lamenti del *Roberval*, seguita a darne al *Torricelli* la gloria dell' invenzione (*c*). Il *Wallis* molti anni dipoi mette in dubbio che il *Roberval* sia mai riuscito in detta misura, e ne riconosce per unico autore il *Torricelli*. Il francese *la Loubere* gli fece anch' e-

(*a*) V. par. III, ep. Carcavi LXX, ep. LXXVI, et al.

(*b*) Ep. LXIX.

(*c*) Exerc. prima.

gli lo stesso onore; e generalmente tutta l' Europa letteraria riconosceva per autore di quella scoperta il *Torricelli*, e niente sapeva della nascosta dimostrazione del *Roberval*. Le dispute insorte, le speculazioni promosse, le questioni agitate, in grazia della cicloide, diedero argomento a due storie, ed a varj altri scritti intorno a quella curva. Noi lasciando questa disputa, ora non più importante, diremo soltanto col *Wallis* che il *Roberval* avesse prima scoperta quella geometrica verità, con tutto ciò *nos Torricellio plus debemus, qui demostrationes suas jam palam factas vulgavit, quam qui suas adhuc supprimit Robervallio*. Aveva il *Roberval* ingegno acuto per la geometria, e si sarebbe acquistata maggiore fama, ed avrebbe sofferte meno brighe, se non fosse stato sì avaro nel comunicare le proprie invenzioni, ed avesse veduto con occhio quieto dare gli altri alla pubblica luce le loro. Egli si formò un metodo, e compose un trattato degl' indivisibili, simile in qualche modo a quello del *Cavalieri*, e se ne servì felicemente per risolvere molti problemi. Egli ne inventò un'altro per le tangenti, detto *Dei movimenti composti*, che aveva un lontano principio di somiglianza con quello delle flussioni del *Newton*. Egli trovò la misura della cicloide, su la quale fece poi tantò strepito col *Torriccelli*: e risol-

vè ingegnosamente molti problemi che riguardano quella curva. Egli inventò certe curve, chiamate Torricelli *Robervalliane*, e conosciute anche oggidì sotto il suo nome, ma che egli volle chiamare *quadratici (a)*, perchè se ne servì opportunamente per quadrare le parabole, e per trovare spazj finiti uguali in grandezza agl' infiniti. Egli diede metodi per trovare i centri di percussione, che erano più giusti di quei del *Cartesio*, e gli davano qualche superiorità sopra il soggetto della sua gelosia, al quale in tutto il resto rimaneva troppo inferiore. Il *Roberval* insomma si fece un gran nome nella storia della geometria, e l'avrebbe lasciato più nobile e puro, se non l'avesse macchiato colle puerili sue contese e colle ostinate ed inconcludenti sue opposizioni contro le scoperte del *Cartesio*. Non era il *Roberval* il solo geometra della Francia che si facesse sentire in mezzo allo strepito che movevano le grandi scoperte del *Cartesio* e del *Fermat*. *La Loubere*, *Beaugrand*, *Pascal*, *Leotaud* ed alcuni altri simili, avrebbono potuto bastare all' onore geometrico di una nazione men ricca che non era allora la francese. L' Italia altresì, oltre gli ora lodati *Galileo*, *Cavalieri* e *Torricelli*, vantava il *Castelli* celebre idraulico, ma non men

(a) Ep. ad Torric.

valente geometra; vantava *Stefano degli Angioli*, difensore, illustratore ed ampliatore del metodo del *Cavalieri* e delle dottrine del *Galileo*; vantava il *Ricci*, stimato e lodato dai geometri dentro e fuori dell'Italia e dallo stesso *Torricelli* suo maestro; vantava il *Borelli* illustratore degli antichi geometri (*a*); e sopra tutti vantava il *Viviani*, degno in verità di somme lodi per le sottili e giuste risoluzioni di molti problemi geometrici, e per le sode ed eleganti dimostrazioni, ma molto più rinomato ed illustre per le ingegnose e dotte sue *Divinazioni* della dottrina su i luoghi solidi di *Aristeo*, e del quinto libro dei conici di *Apollonio*, nelle quali gareggiò in qualche modo coll'ingegno e col sapere geometrico di quei celebri antichi, e si meritò anche egli dai moderni il glorioso nome di *sommo geometra*, che i greci accordavano ad *Apollonio*; ma niuno di questi italiani e francesi poteva aspirare all'onore di sedere al fianco dei due principi della geometria di quel tempo, *Cartesio*, e *Fermat*.

164 Cartesio.

Aveva il *Cartesio* in questa scienza una tale superiorità che risolveva come per giuoco e trastullo i problemi che mettevano in imbarazzo gli altri geometri. I suoi metodi erano la maraviglia di quanti erano capaci di conoscerli, e servivano di

(*a*) V. Fabroni Vit. Ital. ec. tom. II.

scorta a lui ed ai suoi seguaci per correre nuove
regioni fino allora non vedute, e per innoltrarsi a
scoperte non tentate dagli anteriori geometri. Volo
più alto non fece la geometria che quando le venne
dal *Cartesio* applicata l'algebra per la teoria e co-
gnizione delle curve. Un'espressione algebraica di-
viene un quadro vivo e parlante, che in brevi e chia-
ri tratti presenta alla vista le proprietà d'una cur-
va; i problemi più complicati ed involuti si riduco-
no ad una facile e chiara semplicità, speditezza, e-
stensione e generalità. Nuovi metodi per la risolu-
zione dei problemi piani, avanzamenti notabili del-
la dottrina degli antichi su i luoghi geometrici;
formola generale per le equazioni delle sezioni co-
niche, qualunque sia la posizione dell'asse al quale
si riferiscono; invenzione di nuove curve onorate
col suo nome, dette *ovali di Cartesio*, utili per la
teoria della diottrica e catottrica; elevazione al gra-
do di geometriche di altre curve che passavano per
meccaniche; metodo generale per determinare le
tangenti, fecondo di molte e sublimi teorie, ed ap-
plicabile alle più ardue ed importanti questioni; e
mille altri nuovi ed utilissimi ritrovati rendono il
Cartesio creatore, per così dire, di una nuova geo-
metria, e i suoi tre libri, e gli altri suoi scritti ri-
sguardanti queste materie, il più prezioso deposito
di algebraiche e geometriche verità. Non vi ha par-

te della geometria alla quale non abbia recato il *Cartesio* qualche particolare vantaggio. Gli argomenti stessi, che non erano stati da lui trattati, prendevano tanto lume dai suoi principj, che da essi potevano dedursi assai facilmente; ed egli ebbe ragione di dire nella fine della sua geometria, che sperava potersi meritare i ringraziamenti dei posteri non solo per quelle cose che aveva spiegate, ma eziandio per quelle che aveva omesse studiatamente per lasciare loro il piacere di ritrovarle (*a*). Contemporaneamente al *Cartesio*, lavorava quasi con uguale profitto per l'avanzamento della geometria il *Fermat*. Quando egli vide per la prima volta la geometria del *Cartesio*, si fece maraviglia di non trovarvi trattata la questione tanto importante non solo della geometria pura, ma nelle matematiche miste dei *massimi* e dei *minimi*, quella cioè che determina i punti in cui una grandezza, che varia crescendo e decrescendo, diviene la più grande, o la più piccola che sia possibile; e siccome egli si era affaticato molto, e con molto frutto in questa ricerca, volle pubblicare l'ingegnoso suo metodo, che ad una facile semplicità accoppiava somma fecondità, e che si è meritate le maggiori lodi dei posteriori geometri. A questo unì un altro metodo,

165
Fermat.

(*a*) Geom. lib. III.

non meno ingegnoso, per ritrovare le tangenti nelle curve; ed altro eziandio per la costruzione dei luoghi solidi. Non potè soffrirlo in pace il *Cartesio*: avvezzo, come egli era, a ricevere adorazioni, e insofferente della più piccola cosa che si opponesse alle sue glorie, si scagliò tosto contro le regole del *Fermat*, volendole far comparire inutili, ed anche false; ed accese così la guerra fra quei due sommi geometri, che mise anche in armi quasi tutti gli altri. Se vi era geometra in tutta la Francia, capace di entrare in competenza nel merito matematico col *Cartesio*, questo era indubitatamente il *Fermat*. Oltre la gloriosa invenzione dei sopra lodati metodi passò egli a trovarne un altro pei centri di gravità, e si applicò altresì alla misura di molte curve assai complicate, riducendola con ingegnose trasformazioni a quella del circolo, e dell'iperbole. Il suo metodo dei *massimi* e dei *minimi* potè in qualche modo aprire la via al calcolo differenziale, e viene quasi agguagliato dal *Leibnitz*, nell'utilità per l'avanzamento delle matematiche, all'applicazione dell'algebra alla geometria del *Cartesio* *(a)*; anzi riguardo a questa stessa applicazione aveva il *Fermat* contemporaneamente al *Cartesio* concepita ingegnosamente l'idea d'esprimere la natura

(*a*) Act. Lips. an. 1693.

delle curve col mezzo delle equazioni algebraiche e ne diede ancora qualche saggio (a); il *Fermat* insomma aveva giusto diritto di voler sedere a fianco del gran *Cartesio*, e di farsi al pari di lui molti partigiani e seguaci. Il *Roberval*, e per amicizia col *Fermat*, e per contrarietà col *Cartesio* fu uno dei più attaccati alle sode teorie del geometra suo amico, e rimproverò anche il *Cartesio*, talora non senza ragione, perchè impugnava una teoria che non aveva abbastanza esaminata. Ma nondimeno i partigiani del *Cartesio* furono molti più, e la sua geometria, e le sue lettere, piene di scoperte e di lumi geometrici, hanno avuta maggiore influenza nei progressi delle scienze che non le dotte opere, e le utili invenzioni del *Fermat*. Basta vedere, nell' edizione della geometria cartesiana fatta dallo *Schooten* nel 1695, i famosi nomi dei suoi commentatori ed illustratori, per conoscere i progressi che essa fece in breve tempo fra i buoni ingegni. Il *Beaune*, lo *Schooten*, l' *Hudde*, l' *Heuraet*, il *Wit*, già abbastanza chiari ed illustri per le proprie scoperte, si sono pur dedicati a promuovere e propagare quelle del gran *Cartesio*, e tutti unitamente concorrono con molta lor gloria a magnificare ed accrescere quella del sovrano loro maestro. Ma ol-

(a) Isag. Topic. ec. App. ad Isag. ec.

tre di questi quanti altri dotti matematici non impiegarono le loro fatiche per rendere più comuni all' universale intelligenza le scoperte geometriche del *Cartesio?* fra i quali però si distinse con particolare merito di chiarezza e di sodezza il *Rabuel*. I metodi per le tangenti e per le questioni dei massimi e dei minimi dei due principi della geometria, *Cartesio* e *Fermat*, si resero più facili e più spediti nelle mani dell'*Hudde*, dello *Sluse* e dell' *Ugenio*. La costruzione dei luoghi geometrici aveva ricevuta dal *Cartesio* una formola generale; ma che era soggetta a molti imbarazzi: il *Craig* inventò nuove formole, che facilitarono tal costruzione. E così tutte le parti della geometrìa, colle opere di quei due maestri e dei dotti loro seguaci, si rischiaravano ognora più, e ricevevano gloriosi ed utili avanzamenti.

166 Gregorio di san Vincenzo.

Mentre questi due francesi si contrastavano il principato nella geometria, il fiammingo *Gregorio di San Vincenzo*, senza entrare in tali pretensioni, spargeva infinito numero di nuove verità, di profonde viste, di estese ricerche, di principj fecondi, di metodi generali, e con un'opera scritta sopra un argomento troppo caduto in discredito, cioè con una opera sopra la quadratura del circolo, arricchì di nuovi lumi la geometrìa, e meritò che il *Leibnitz* lo

mettesse in compagnia del *Cartesio* e del *Fermat*, per formare il triumvirato geometrico, ed anche in qualche modo gliene volesse dare sopra gli altri due il primato. Questo ingegno vasto, profondo ed originale s'applicò con indefesso studio per venticinque anni alla ricerca dell'inassequibile quadratura del circolo, e s'inoltrò arditamente in tutte le vie più aspre e intrigate, che sembravano poterlo condurre ad ottenerla. Pensò prima alla spirale; e sebbene non vi trovò il vero mezzo della cercata misura, ebbe però qualche compenso nella felice scoperta della concordia e conformità e, com'egli dice, *simbolizzazione* della spirale colla parabola, mostrando che la spirale è una parabola involuta, e la parabola una spirale evoluta. Dalla spirale si rivolse alla quadratrice, e la formò in tante nuove guise, e ne dimostrò tante proprietà, che ci avrebbe dato un buon volume su questa curva, se un incendio accaduto nella presa di Praga, fatta da' Sassoni, non l'avesse consunto. Non vedendo per queste vie la bramata riuscita, s'applicò alle sezioni còniche; e qui fu dove, dopo molti giri e raggiri, credè finalmente di ritrovarla; e dove ebbe certo la fortunata sorte d'incontrare le più pregievoli scoperte. Quante conformità e convenienze non iscoprì fra l'iperbola e la parabola, fra questa e la spirale fra l'unghia cilindrica e la sfera, e fra quasi tutte le figure geometri-

che? Allora si può dir nata la geometria comparata, che si può risguardare come la chiave delle invenzioni geometriche, e delle più recondite verità. La sola scoperta della bellissima ed interessante proprietà dell'iperbola vicina ad una asintotá d'avere gli spazj fra loro compresi, crescenti aritmeticamente, mentre l'ascissa cresce geometricamente, basta a compensarlo abbondantemente delle fatiche impiegate in quelle ricerche. Molte ingegnose e spedite maniere di quadrare la parabola, ed anche l'iperbola, la misura di molti corpi pria non misurati, mille interessanti e curiose scoperte su le progressioni geometriche, ed infinite novità su ogni parte della geometria sono frutti dell'indefesso suo studio per la quadratura del circolo. L'immaginazione riscaldata, e piena di tante scoperte credè di vedervi parimenti la desiderata quadratura: ma che importa a noi di questo suo abbaglio, mentre ci fa godere di tanti bei lumi, e di tante utilissime verità, e ci produce una delle più ricche e preziose opere dell'antica, e della moderna geometria? Uno degli ammiratori di *Gregorio di san Vincenzo*, e il più valente impugnatore della sua quadratura del circolo, il più giusto suo rivale, l'unico degno di succedergli nell'onore geometrico, fu l'olandese *Ugenio*, il quale nella cartesiana geometria, non meno che nell'antica, s'è meritato un luogo singolarmente distinto.

167 Ugenio.

Fin da'giovanili suoi anni le osservazioni su la geometria di *Cartesio*, l'impugnazione della pretesa quadratura di *Gregorio di san Vincenzo*, e le scoperte ingegnose su le approssimazioni del circolo lo fecero tosto riguardare come un maturo geometra. Ma quando egli levossi alla dimensione delle superficie curve delle conoidi, e delle sferoidi, quando diede il suo metodo di ridurre le rettificazioni delle curve alle quadrature, quando determinò la misura della cissoide, e sopra tutto quando entrato ad anatomizzare la logaritmica, ad esaminare le aree, le tangenti, i solidi, i centri di gravità, e tutte quante le sue passioni, fece sopra ciascuna d'esse molte ed importanti scoperte, e più ancora quando arricchì le matematiche della teoria delle *evolute*, che sarà sempre riguardata come una delle più grandi e più feconde scoperte della geometria, e scoprì con essa, che la cicloide forma sviluppandosi una cicloide uguale, posta però in situazione inversa, e giunse colla medesima a rettificare varie curve, a determinar le tangenti e a trovare molte verità nascoste agli altri geometri; allora fu realmente riconosciuto per sommo geometra, venerato da tutti come maestro della geometria, ugualmente che della meccanica e dell'astronomia, proclamato universalmente per uno de'più sublimi genj, che avessero prodotti le matematiche e, ciò che forse è più da stimare, venerato

dal gran *Newton* sopra tutti gli altri geometri, e distintamente da lui lodato come il più elegante di tutti i moderni, e il più degno imitatore degli antichi (*a*).

Mentre nel continente d'Europa sì vivamente si lavorava per avanzare la geometria, nell'isola d'Inghilterra a lunghi passi si conduceva alla sua perfezione. Quella sola isola produceva tanti illustri geometri, e dava ogni dì alla luce tante sublimi scoperte, che gareggiava, e forse ancor superava essa sola tutto il resto della colta Europa nel procacciare miglioramenti e vantaggi agli studj geometrici.

168 Wallis.

Gran salto le fece fare il *Wallis* colla sua *Aritmetica degl' infiniti*, o colla particolare sua applicazione del calcolo al metodo già conosciuto dagl' italiani e da' francesi degl' indivisibili ed infiniti. Con questa si mise in istato di misurare molte figure, a cui non erano giunti gli altri geometri, e d'assoggettare all' esattezza della geometria mille oggetti, che l'erano fin allora sfuggiti. I problemi su la cicloide, che con tant'enfasi proponeva il *Pascal*, furono tutti da lui sciolti in brevissimo tempo con molta facilità. Pareva al *Cartesio* affatto impossibile la rettificazione d'una curva: l'aritmetica del *Wallis* condusse il *Neil* a trovarne una; e quindi il *Wren*, ed

(*a*) *In vita Newtoni* ad extrem.

il *Van Heuraet* rettificarono altre curve, e poi l'*Ugenio* colle sue evolute diede un metodo di rettificarle quasi tutte. Le ingegnose operazioni del *Wallis* per la quadratura del circolo produssero il metodo delle *interpolazioni*, che presero il suo nome, e da molti chiamansi *Wallisiane*, e sono spesso adoperate nella geometria; le medesime altresì fecero nascere la gloriosa scoperta del *Brounker* della *frazione continua*, di cui abbiamo sopra parlato, e la sua serie infinita per esprimere l' area dell'iperbole, la prima, che siasi ritrovata, benchè non pubblicata, che per quest' oggetto. All' aritmetica degl'infiniti del *Wallis* dobbiamo anche, in qualche modo, la *logaritmotecnia* del tedesco *Mercator* istabilito nell' Inghilterra, nella quale quadrava questi eziandio l' iperbole, e quindi ricavava la costruzione de' logaritmi: alla medesima è anche dovuta l'utile invenzione del così detto *binomio newtoniano*; alla medesima, in qualche modo, può riferirsi il principio del gran ritrovato del calcolo infinitesimale; e generalmente si potrà dire, che la geometria è debitrice al *Wallis* non solo delle sue scoperte, assai per sè stesse utili ed importanti, ma di quelle altresì, che produssero gli altri geometri. Mentre il *Wallis*, il *Neil*, il *Brounker* rendevano nobile, e degna della stima di tutta l' Europa l' inglese geometria, ed il tedesco *Mercator* colà stabilito con-

tribuiva anch'egli ad accrescere il suo splendore; vi fiorivano altresì il *Barow* che spiegò, nelle sue *Lezioni* sì profonde ed utili, cognizioni su la dimensione e su le proprietà delle curve, e diede un metodo per le tangenti che apriva largamente la via per arrivare al calcolo differenziale; e il *Gregory*, non meno eccellente nella geometrìa che nell' ottica, e degno rivale del gran *Newton* nell' una e nell'altra, che ritrovò molti teoremi curiosi ed utili per la rettificaziòne delle curve, e per la trasformazione, e quadratura delle figure curvilinee, e ne generalizzò molte altre; che, non contento di dimostrare l' impossibilità della rigorosa quadratura del circolo, si studiò di cercarne la più immediata approssimazione, e l' applicò ingegnosamente all' iperbole, ch' ei non separa mai dal circolo con cui conviene in tante analoghe proprietà, ed inventò una serie infinita per esprimer l'area del circolo; dimostrò d' un modo nuovo la quadratura dell' iperbola del *Mercator*, ed arricchì di nuovi metodi e di nuove verità la la geometrìa. Così poteva gloriarsi l' Inghilterra d'avere un *Wallis*, un *Brounker*, un *Mercator*, un *Barow*, un *Gregory*; l' Italia aveva prodotti i *Galilei*, i *Torricelli*, i *Cavalieri*, i *Viviani*; le Fiandre, e l'Olanda vantavano un *Gregorio di san Vincenzo*, e un *Ugenio*; la Francia s' insuperbiva d' aver prodotto il *Vieta*, il *Roberval*, il *Cartesio*, il

169 Barow.

170 Gregory.

Fermat; e da per tutto vedevansi eccellenti geometri, quando comparve alla luce del mondo il gran *Newton.*

171 Newton.

Sembrava che la natura avesse voluto dar varj saggi del suo potere prima di far quest'ultimo sforzo, e che avesse cercato di sollevarsi a grandi produzioni per venire finalmente a dar fuori quel portento di sublimità d'ingegno, di forza d'immaginazione, di sodezza di giudizio, quel miracolo della natura, quell'ornamento dell'umanità. Geometra incomparabile, superiore a quanti l'avevano preceduto, senza avere avuto dopo di sè chi lo pareggiasse, ha unito in sè solo tutti i pregi degli antichi e dei moderni, accoppiando la precisione, l'eleganza, e la severità delle antiche dimostrazioni colla fecondità delle invenzioni di nuovi metodi per iscoprire recondite verità, ed ha spiegati tutti i varj talenti dell'invenzione, della dimostrazione e del calcolo. Ricavò dalla dottrina di *Nicomede* su la concoide il metodo di costruire le equazioni del terzo e del quarto grado; perfezionò il modo di descrivere la cissoide inventata da *Diocle;* sciolse, secondo il metodo degli antichi, un problema d'*Apollonio*, e lo sciolse con una eleganza, che invano cercasi nelle soluzioni che diedero del medesimo problema *Cartesio* ed altri algebristi; e si mostrò padrone e maestro dell'antica geometria, superiore agli stessi antichi

nel possesso e nella padronanza della medesima. Gran lodi si meritò l'ingegno del *Mercator* il quale, assoggettando alle regole del *Wallis* un'espressione che era stata ribelle a tutti gli sforzi di questo suo inventore, trovò una serie infinita colla quale giunse a quadrare l'iperbole; ma il *Newton* prima di lui possedeva un metodo che non solo all'iperbole, ma estendevasi a tutte le curve, non che alle geometriche, eziandio alle meccaniche, alle loro quadrature, alle rettificazioni, ai centri di gravità, ai solidi formati per le loro rivoluzioni, ed alle superficie di questi solidi (*a*). Che se maravigliosa era la sua sottigliezza nell'immaginare serie infinite, che avessero il doppio merito della convergenza, della chiarezza e della facilità, non recava minore maraviglia la sua aggiustatezza e sodezza nell'applicarle alle dimensioni delle figure più difficili a ritrovarsi. Il *Gregory* stesso, che nell'uno, e nell'altro si era singolarmente distinto, ed era perciò da principio alquanto restìo ad accordarne al *Newton* il principato, riconobbe poi tutto il suo merito, e lo confessò nobilmente co'più ampli e sinceri elogi. Ma, per quanto sommo geometra comparisse il *Newton* coll'invenzione ed applicazione di serie tanto utili ed ingegnose, di metodi sì fecondi e di sì grandi scoperte,

(*a*) *Anal. per aeq.* ec., e *Meth. flux. et Ser.* in fin.

tutto dovette cedere alla gloria dell' invenzione del calcolo delle flussioni. Allora non vi fu più seno nascosto e secreto, in tutta la geometria, che non si mostrasse aperto e patente ai sottili suoi sguardi; non vi fu più problema difficile ed intrigato ch' egli non risolvesse con speditissima facilità; nè vi fu difficoltà che lo trattenesse dall' elevarsi alle più sublimi speculazioni. Per innalzare la gran macchina del sistema dell' Universo, che stabilì egli nell' immortale opera *De' principj matematici*, abbisognava di pieno possesso di tutti i mezzi della più fina geometria, e gliel' ottenne pienissimo il nuovo suo metodo delle flussioni. Rettificar curve, misurar aree, determinar tangenti, trovare i massimi e i minimi, fissare i punti d' inflessione, maneggiare a suo grado liberamente le figure tutte e le linee di cui servesi la natura, e combinare infinite forze, infinite direzioni, e variazioni infinite di forze e di direzioni, riuscì al *Newton* facile e piano coll'ajuto di questo metodo; e si può dire con verità che il calcolo delle flussioni fece riguardare il *Newton* come il dio della geometria, e lo levò sopra gli altri uomini nella cognizione della natura.

172 Leibnitz.

Per diversa via e sotto diverso aspetto, come abbiamo detto di sopra (*a*), incontrò il *Leibnitz* il medesimo metodo del *Newton*, e si rese ugual-

(*a*) Cap. III.

mente benemerito degli avanzamenti della geometria: la vasta e fervida sua mente, che dagli aridi calcoli lo trasportava alle teologiche, storiche, legali e filologiche meditazioni, non gli permetteva di seguire tranquillamente le tracce della natura nelle varie sue figure, nè di formare, come il *Newton*, piene e compiute opere, nelle quali si vedessero esposte e spiegate le astruse e recondite verità della più sublime geometria; bastavagli segnar metodi e fissar regole, e lasciare ad altri l'adoperarle per innoltrarsi a nuove scoperte; bastavagli, com'ei diceva, d'avere gettati i semi, e godeva poi di vederli crescere nell'altrui mani piante perfette. Ma se egli non uguagliò il merito del *Newton* nell'applicazione del nuovo metodo a molte ed utili scoperte, lo superò nella spiegazione e propagazione del medesimo a vantaggio della geometria: le poche regole da lui esposte negli Atti di Lipsia (*a*), come abbiamo detto di sopra, furono le prime lezioni che riceverono i geometri di quel calcolo. Col suo ingegno e col suo calcolo differenziale s'era messo il *Leibnitz* in istato di superare le più gravi difficoltà e di risolvere i più intricati problemi: e infatti, quanti allor se ne proponevano, gli scioglieva tutti colla più agevole spe-

(*a*) 1684, e 1686.

dilezza. I due *Bernoulli*, vedendo la superiorità che nelle ricerche geometriche dava al *Leibnitz* il suo calcolo differenziale, vollero ad ogni modo acquistarlo, e se ne misero talmente in possesso, che gli poterono recare notabili miglioramenti. L' *Hôpital* non si tenne contento finchè non l' ebbe appreso dal *Bernoulli*, e comunicatolo a tutti i geometri. Il *Leibnitz*, i *Bernoulli*, e l'*Hôpital* introdussero, e propagarono in varie guise per tutta l' Europa il calcolo infinitesimale, che il *Newton* col nome di calcolo delle flussioni aveva appena fatto conoscere nell' Inghilterra; e coll' ajuto di questo calcolo si fece cangiare d' aspetto a tutta la geometria. Tutte le teorie geometriche de' superiori matematici furono allora condotte a maggiore generalità, ed a più perfetta esattezza. I problemi, ch' erano stati per l' addietro inaccessibili a' più valenti geometri, si arresero allora alle loro speculazioni. La curva *brachistocrona*, la *catenaria*, la *valeria*, l' *elastica*, la curva, per così dire, *isopiestica*, ossia, quella che in un piano verticale sarebbe sempre ugualmente premuta in ciascuno de' suoi punti con una forza uguale alla gravità assoluta del corpo che la descrive, ed altre curve, prima invisibili a' più acuti geometri, si lasciarono allora vedere col mezzo di questo calcolo. Il principale vantaggio della moderna sopra l' antica geo-

173 I Bernoulli.

174 L'Hôpital.

175 Vantaggi della nuova geometria.

metria è d'avere tali metodi da poter ritrovare, senza maggiore forza d'ingegno, verità più difficili con maggiore facilità. È gloria degli antichi lo aver fatte molte scoperte senza l'ajuto dei nostri metodi: lode è de' moderni l'avere inventati sì acconcj e possenti metodi per farne altre tanto maggiori. Come mai avrebbe potuto altrimenti *Giacomo Bernoulli* rettificare e quadrare la spirale logaritmica e la lossodromica, sviluppare tutte le proprietà della spirale e delle curve che la producono e che sono da essa prodotte, stabilire la profonda sua teoria delle curve che girano intorno a sè stesse, e fare tant'altri sforzi di matematico valore? Come avrebbe ardito *Giovanni* di immergersi nelle astruse speculazioni degl'isoperimetri, intraprese anche da suo fratello *Giacomo*, del solido della minore resistenza, delle trajettorie, de' centri d'oscillazione, e di varj altri punti che sì grande apparato addimandano di sublime geometria? Come avrebbe potuto il *Varignon* trattare le leggi de' movimenti composti e delle forze centrali dirette ed inverse che devono ricavarsi dalle più recondite cognizioni d'una finissima geometria, e trattarle con tanta generalità, che niente alle sue formole sfugge di quanto è nel distretto delle materie che tratta? Questa in realtà si può dire la vera epoca del glorioso trionfo

della geometria. *Ugenio*, *Newton*, *Leibnitz*, *Bernoulli*, l' *Hôpital*, *Varignon*, *Tailor*, e qualch' altro lor simile la fecero superare colla maggiore agevolezza tutte le difficoltà che avevano prima atterriti i più valenti geometri. In quell' epoca di onore della geometria sentivansi da per tutto ritrovati geometrici e geometrici miglioramenti. Menavano gran romore le famose caustiche dello *Tschirnausen*, corrette dal *de la Hire*, e grandemente accresciute e perfezionate dai *Bernoulli*. L'epicicloidi scoperte dal *Roemero*, ma spiegate e svolte dal *de la Hire*, occuparono l'attenzione de' matematici e degli artigiani. Il *Lagni* volle creare una nuova scienza nella sua goniometria, dalla quale ricavava una trigonometria assai più semplice e comoda che la comune, ed avanzò la ciclometria portando l' approssimazione della quadratura del circolo ad una esattezza da far stupire i più valenti calcolatori. Il *Tailor*, il *Maclaurin* ed il *Simson*, animati dallo spirito del *Newton*, applicarono la finezza e scrupolosità del suo calcolo alle geometriche operazioni, e apportarono alla teoria delle curve maggior chiarezza.

176 Altri geometri.

Ma il più gran lustro e splendore venne alla geometria dalla scuola di *Giovanni Bernoulli*, di quell'amico del *Leibnitz*, di quell'emulo del *Newton*, di quel fratello e rivale di *Giacomo Bernoulli*,

177 Scuola di Giovanni Bernoulli.

di quel maestro non inferiore ad alcuno, uguale ai più illustri geometri delle antiche e moderne età. Da quella scuola uscirono i principi della geometria, i tre figliuoli *Niccolò*, *Daniele* e *Giovanni Bernoulli*, l' *Erman*, il *Maupertuis*, il *Clairaut*, ed uno che vale per molti, il grand' *Eulero*; lo stesso d' *Alembert*, che non potè ricevere lo spirito del *Bernoulli* dalla sua bocca, l' acquistò dai suoi scritti, e si professa apertamente suo discepolo, confessando avere tutto imparato dalle sue opere, e di essere a lui interamente debitore di quanti progressi ha fatti nella geometria (*a*). Ed ecco incominciarsi una allora nuova e più illustre epoca per la geometria, agitarsi più sottili investigazioni, e far nascere nuovi metodi, levarsi più fine speculazioni ed obbligare a creare nuovi calcoli, rinvigorirsi e ingrandirsi con tali ajuti la geometria, e sottomettere alle sue leggi tutte le scienze. L' esame delle oscillazioni d' un pendolo, la teoria della figura della terra, la discussione del problema dei tre corpi condussero il *Clairaut* a determinare nuove curve ed a scoprire molte nuove geometriche verità. L' indrodinamica di *Daniele Bernoulli*, l' ingegnosa sua dimostrazione del principio della composizione delle forze ed altre simili sue opere

178 Clairaut.

179 Daniele Bernoulli.

(*a*) *Eloge de Monsieur Jean Bernoulli.*

s' internano in sottilissime speculazioni che richiedono maggior forza di calcolo geometrico di quanto allor conoscevasi, e ci presentano infatti qua e là nuovi metodi ed osservazioni importanti su' metodi già conosciuti, onde raffinare vie più il calcolo e penetrare più addentro nei misterj della geometria. Il problema delle corde sonore, benchè in apparenza non tanto grave, ancora dopo il *Tailor* ed altri geometri del principio di questo secolo, ha occupati a' nostri di *Daniele Bernoulli*, l' *Eulero*, il d' *Alembert*, il *la Grange*, e più profondi matematici dell' Europa, ed ha fatto nascere importantissimi ritrovati in algebra, e in geometria. Debbono al d' *Alembert* nuovi lumi la rettificazione delle sessioni coniche, la quadratura delle curve superiori, la quadratura delle superficie de' coni obliqui e mille altri punti di sublime geometria. Le profonde sue ricerche meccaniche ed idrostatiche su le leggi dell' equilibrio e del moto de' corpi, su le cagioni de' venti, su la precessione degli equinozj, su la pressione e su l' equilibrio de' fluidi, su le vibrazioni delle corde sonore e su tant' altri difficili punti, l' hanno condotto a guardare sotto un nuovo aspetto le figure geometriche, ed a regolare in nuova maniera i calcoli geometrici, e gli hanno fatto inventar nuovi metodi per rintracciare ogni

180
Alembert.

sorta di geometriche e fisiche verità. Ma chi più di tutti ha promossa l'analisi ed ampliati i confini della geometria, è stato senza contrasto l' *Eulero*.

181 Eulero.

Non si può studiare parte alcuna di questa scienza, dove non si vegga primeggiare l' *Eulero* come inventore di nuove teorie e come promotore di quelle degli altri. Il *Fagnani*, con singolare accortezza d' ingegno, determinò gli archi d'ellisse o d' iperbole, la cui differenza è uguale ad una quantità algebraica: l' *Eulero* ha poi grandemente arricchito questo nuovo ramo di geometriche cognizioni. *Giovanni Bernoulli*, il *Maupertuis* e il *Nicole* avevano proposti metodi per trovare curve rettificabili su le superficie della sfera: l' *Eulero* diede a questo problema maggiore estensione, e vi aggiunse anche metodi per le superficie curve, le cui parti, corrispondenti alle parti d' un dato piano, sono uguali fra loro. Il calcolo delle differenze finite, indicato appena dal *Tailor* e dal *Nicole*, e quello delle differenze parziali, inventato dal d'*Alembert* debbono all' *Eulero* la loro perfezione, e la vantaggiosissima applicazione che se n'è poi fatta a' più sottili punti della geometria. Egli inventò il calcolo de' seni e de' coseni, col quale si agevola la soluzione de' problemi che, senza tale ajuto, si dovevano abbandonare. Egli ritrovò un metodo ingegnosissimo per risolvere il problema degl' isope-

rimetri nella maggiore sua estensione, a cui non erano giunti neppure i *Bernoulli*: e se il *la Grange* seppe ancor dargli un grado di perfezione che gli mancava, egli tosto lo ricevè, e presentollo nel migliore suo lume. Egli è stato il primo che abbia sviluppata la teoria generale delle superficie curve, e quella altresì de' raggi osculatori di tali superficie. Egli ha fatte utilissime ricerche su le trajettorie reciproche, sul solido della minore resistenza, su la curva della più veloce discesa, e su tutti gli altri punti della geometrìa. Laonde con ragione può dirsi che dee all'*Eulero* questa scienza il notabile ingrandimento in cui or vedesi in tante sue parti, e, ciò che dee esserle ancor più prezioso, il vedersi regnare su tutte le altre matematiche discipline, soggette tutte all' irresistibile suo calcolo.

Tutta la geometrìa erasi assogettatata al nuovo calcolo ; ma la teorìa delle linee curve, che aveva bisogno di possenti ajuti, invitava particolarmente i geometri ad applicarvi i suoi lumi. Gli antichi ne esaminarono alcune, e malgrado la scarsezza de' loro mezzi, vi fecero maravigliosi progressi. *Cartesio*, coll' applicazione dell' analisi algebraica, s' inoltrò molto più avanti, e mise i geometri sulla via per penetrare nelle più arcane proprietà di tali linee. Il *Newton* fu il primo che sottomise

al suo calcolo la generale considerazione di tutte le curve, anche degli ordini superiori, e fece l'enumerazione di quelle del terzo grado, contandone fino a 72, che poi anche vennero da altri condotte a molto maggior numero, e ne presentò le particolari proprietà, e la forme che le distinguono. Ma quell'ingegno sovrano, colla superiore sua perspicacità, mostrò d'un tratto i generali principj, e diede come in abbozzo la dottrina di tali curve. Fortunatamente lo *Sterling* si prese a cuore di rischiarare ed ampliare quella dottrina, e ci fece vedere con maggior chiarezza e distinzione le curve annoverate dal *Newton*, e ne aggiunse alcune altre. Lo stesso oggetto prese di mira *Patricio Murdoch*, e pubblicò una dotta opera per ispiegare la genesi delle curve, proposta dal *Newton*; ed il *Maclaurin*, sulle orme del medesimo, trattò delle principali proprietà delle curve colla solita sua chiarezza, eleganza e precisione. Nè furono i soli Inglesi che si dessero a tali speculazioni, ma i Francesi eziandio impiegarono le dotte loro fatiche sulla teoria delle curve, e l'accademia delle scienze di Parigi sentiva sì spesso risonare col nome di tali linee, e vedonsene ne'suoi atti importanti memorie del *Nicole* (Anno 1729, 1731.) e del *Gua*, il quale per altro nell' opera, che su queste diede alla luce, mostra particolarmente volersi attenere all'analisi Cartesiana (*Usage de l'anal.*

de Descartes). Venne finalmente l'*Eulero*, e nella sua *Introduzione all'analisi degl' infiniti* trattò al suo solito tutta la teorìa di tali curve, e poi nelle memorie di Berlino, e di Pietroburgo vi pose l'ultima mano con una generalità e maestrìa, che pareva niente lasciasse da desiderare in quelle materie. Vi lavorarono anche poi il *Sejour* ed il *Cramer* ed alcuni altri, che recarono sempre più a tali curve maggiore ampiezza e rischiaramento. Oltre le linee si presero altresì in considerazione le superficie curve: e l'*Eulero* trattò questa, come tutte le altre materie, aprendo anche in essa nuove strade da trascorrersi con profitto de' geometri. E infatti le hanno trascorse gloriosamente il *Tinseau* ed il *Monge* (Mem. pres. a l'Acad. tom. X), e questi principalmente vi è ritornato più volte sullo stesso argomento, ed ha date le più esatte generali nozioni di tali superficie. Su queste si possono formare le linee che si chiamano *curve di doppia curvatura*, non affatto sconosciute agli antichi, ma non di più considerate da alcuno fino al secolo XVIII. Il giovine *Clairaut* fu il primo a trattarle con profondità, e nel 1730 diede alla luce le sue *Ricerche* su tali curve, e con esse il principio alla sua celebrità geometrica. Anche in queste pose la dilicata ed industre sua mano l'*Eulero*; ma poi il *Monge* ne ha spiegate più

pienamente le proprietà, e n' è diventato il maestro; ed anche dopo di lui vi ha lavorato con profitto il *Lacroix*.

182 Conservazione del gusto dell' antica geometrìa.

Questo studio, ed amore dell' analisi algebraica, e del moderno calcolo, non ha fatto abbandonare interamente l' antico gusto della rigorosa geometrìa. Gli stessi *Monge*, e *Lacroix* ne hanno dato un pregievole saggio. In questo genere ha formato il *Monge* una scienza nuova colla sua *geometrìa descrittiva*. Dico *scienza nuova*, perchè, sebbene alcuni matematici prima di lui avessero esaminate alcune curve risultanti dalla mutua penetrazione di superficie differenti, ed avessero in qualche modo gettati i fondamenti di quella geometrìa, ciò non era stato, che leggermente, e come per caso; al solo *Monge* si dee la gloria di averla trattata profondamente, e ridotta a vera scienza. Egli spiega gli oggetti della geometrìa descrittiva, presenta le convenienti questioni, e ne dà le soluzioni; propone, e risolve problemi curiosi, e difficili, inventa teoremi nuovi, ed importanti, dà una giusta teoria della geometrìa descrittiva, e ne forma un nuovo ramo di scienza geometrica. Il viaggio che dovè fare in Egitto, e le varie incombenze, che in appresso ricevè dal governo, non gli permisero di fare le dovute applicazioni della sua dottrina alla pratica della prospettiva lineare, e d' altre arti, e dare alla sua opera tut-

183 Geometrìa descrittiva del Monge.

ta la desiderata estensione; nondimeno i suoi elementi di tale geometrìa formano un'opera preziosa, che unisce al pregio della novità il merito anche maggiore dell'utilità. Mentre il *Monge* insegnava questa geometrìa nelle scuole normali, il *Lacroix*, nel suo gabinetto, si occupava nelle medesime ricerche, e quando poi fu aggiunto al *Monge* nell'istruzione di quelle scuole, diede alla luce le sue speculazioni, ed il *Complemento degli elementi di geometrìa*, nel quale ha egli appianate le difficoltà della geometrìa descrittiva, ed ha tutto spiegato con tanta chiarezza, e con sì evidenti dimostrazioni, che sembra aver data l'ultima mano a questa scienza. Ancorchè possa essa veramente dirsi una prova di qualche gusto ne' Francesi dell'antica geometrìa, bisogna però confessare che questa non ha ottenuto dalla Francia quell'onore, e quella coltura, che ha ricevuto dalle altre nazioni. L'Inghilterra, che sì giustamente stimava e seguiva il nuovo calcolo inventato dal suo *Newton*, non per questo dimenticava l'antica geometrìa. Il *Gregory*, e l'*Allejo* ci hanno date bellissime edizioni d'*Euclide*, e di *Apollonio*. Gli elementi di geometrìa d'*Euclide* del *Keil*, sono stati il libro classico delle scuole matematiche d'Inghilterra, finchè sono ad essi succeduti non altri nuovi elementi de' moderni geometri, ma gli stessi di *Euclide*, esposti dal sublime geometra

184 Lacroix.

185 Inglesi illustratori degli antichi geometri.

Roberto Simson, al quale dobbiamo in oltre la dottissima restituzione de' *porismi* del medesimo *Euclide* sol conosciuti per quel poco che ne scrisse *Pappo*, e di alcuni libri del soprallodato *Apollonio*. Lo studio di *Apollonio* sembra che andasse molto a genio agl' Inglesi geometri, dappoichè oltre gli ora nominati *Allejo* e *Simson*, anche posteriormente l' *Horsley* ha formato sul gusto d' *Apollonio* un libro *delle inclinazioni*, come può credersi che lo stesso *Apollonio* le avesse trattate; ed altro inglese *Lawson* ha fatto altrettanto col libro del medesimo de *tactionibus*. Sullo stesso stile degli antichi ha composto l' *Hulton* i suoi elementi delle sezioni coniche; al medesimo ha ridotto lo *Stevvard* la teoria delle forze centrali, e le materie più astruse della moderna geometria; ciò che in gran parte aveva anche fatto il *Maclaurin*; e generalmente i matematici inglesi hanno conservato un savio attaccamento all' antica geometria.

186 Geometria Italiana.

Non si sono mostrati meno addetti alla medesima i matematici Italiani. Mentre s' introduceva già nell' Italia la medesima analisi, e il *Riccali*, e il *Fagnani* vi facevano lodevoli avanzamenti, il Camaldolese *Guido Grandi*, che pure la conosceva e ne scrisse alcune opere, seguitò a camminare sull' antica via, e per essa ritrovò nuove curve, e nelle già conosciute molte nuove, e curiose proprie-

187 Guido Grandi.

tà (a). Il *Poleni*, il *Perelli*, i *Zanotti* non si discostarono dagli antichi, e fecero progressi sulle loro tracce. Ma sopra tutti il celebre *Boscovich*, geometra non inferiore ad alcuno, ma non tanto propenso per gli analitici calcoli, volle sostenere la quasi abbandonata sintesi, e assoggettò alle sue leggi que' problemi medesimi, che ad essa si credevano superiori, e sono ubbidienti all'analisi algebraica. Non contento d'avere giovato alla geometria con alcune particolari scoperte sulle sezioni coniche, e sulla sferica trigonometria, volle onorarla col dimostrare, pel solo mezzo delle sue linee e figure, quelle profonde e recondite verità che solo parevano capaci di dimostrazioni coll'ajuto de' calcoli analitici, ed applicando felicemente alla fisica, all' ottica, all' astronomia le sue scientifiche soluzioni, sparse gran lume su quelle scienze, e in tutte fece risplendere, come dice il *de la Lande* (b), l'ingegno più raro per la geometria. Opera classica ed applaudita non meno dagli studiosi giovani che da' più provetti geometri ha data il *Cagnoli* nella sua *Trigonometria piana e sferica*. Nuove formole, quanto semplici e chiare, altrettanto spedite, e giuste, nuovi metodi sicuri e facili, applicazione comoda ed utile non solo all' astronomia, ma alla geodesia altresì

188 Boscovich.

189 Cagnoli.

(a) *Flores geometrici ex Rhodonearum, et Cleriarum curvarum descriptione ec.*

(b) *Notice ec.* Journ. encycl. Mai 1787.

ed alla geografia, facilità e chiarezza, agevolezza e sicurtà rendono la trigonometrìa del *Cagnoli* un'opera, che in materia tanto battuta e ribattuta ha avuto la bella sorte di unire la novità coll'utilità. Eccellente geometra si è fatto conoscere anche il *Mascheroni* il quale, nelle *nuove ricerche sull' equilibrio delle volte*, molti bei lumi sparse di meccanica e di geometrìa, come del più sublime calcolo nelle *adnotationes ad calculum integralem Euleri*. E poi nella *geometrìa* del *compasso* ha riscossi gli applausi di tutti i geometri, sì per la teorica, che per la pratica. Questo amore dell'antica geometrìa si è anche mostrato nello studio d'illustrare le opere degli antichi geometri. Il *Torelli*, che avea composte varie opere su quello stile, lavorò molti anni sulle opere di *Archimede*, e ne preparò una dottissima edizione, che si è poi veduta alla luce colla magnifica stampa di Oxford. Il *Giannini*, seguendo le orme del *Viviani* e del *Borrelli*, applicò parimente le sue fatiche ad illustrare la dottrina di *Apollonio*, e ne ha riportato molt' onore. Dello stesso *Apollonio* ha data recentemente nel 1796 il Tedesco *Camerer* una nuova restituzione del libro *de tactionibus*, ed ha altresì pubblicati poscia alcuni frammenti di *Pappo*; e così in varie guise e da molte parti, si procura tenere in credito anche presentemente l' antica geometrìa.

190 Mascheroni.

191 Torelli.

Ma bisogna pur confessare che non ha potuto questa
ottenere molti seguaci, e che può dirsi rimasta pa-
krona del campo matematico l'analisi algebraica. *La*
Grange, *la Place*, *Delambre*, *Prony*, *Oriani*, *Pao-*
l, gli stessi soprannominati *Monge*, e *Lacroix*, e
utti quei geometri, meccanici, e astronomi, che re-
nano presentemente nelle matematiche, hanno ab-
racciato l'esempio de' *Bernoulli*, del *d'Alembert*,
ell'*Eulero*, ed amano più di seguire le feconde
eorie dell'analisi, che le sicure sì, ma difficili e lun-
he sposizioni della sintesi. Ma gli studj intensi che
r fannosi per l'avanzamento del calcolo analitico, i
uovi metodi che ricercansi pel miglioramento delle
ie operazioni, tutto ha per oggetto la facilità delle
soluzioni de' problemi geometrici, la sicurezza del
ianeggio delle curve, la perfezione della geometria;
ı meccanica, l'astronomia e tutte le scienze che vo-
liono qualch' esattezza, si assoggettano al calcolo,
ıa per entrare col suo mezzo nell' asilo della geo-
ıetria; e vedesi la geometria dominare regina ed
rbitra in tutte le scienze. Ciò non pertanto vorreb-
ono alcuni che, in tanto ardore di calcolo e d'alge-
ra, entrasse più studio di pura geometria, e che,
ıentre il calcolo apre le vie e facilita le scoperte, si
rendesse la geometria a dare evidenza e forza di
onvinzione alle esatte dimostrazioni. Il bizzarro sì,
a spesso anche giudizioso e sempre ingegnoso *Ca-*

stel teme che l'impegno, che tutti ora prendono pel calcolo, non sia in pregiudizio della stessa geometrìa, al cui vantaggio dovrebbe servire, e che, come le truppe ausiliarie nelle armate romane mentre non furono che ausiliarie e un terzo al più delle legioni romane, giovarono all' ingrandimento della possanza romana e alla conquista dell' universo, ma quando empirono le armate e furono più che le legioni romane, le condussero al precipizio e le annientarono affatto; così il calcolo che, riguardato come un ajuto della geometrìa, è stato di sommo vantaggio pei suoi avanzamenti, preso come il principale farà la rovina della geometrìa, ingombrerà la mente di segni e caratteri algebraici che niente rappresentano all' immaginazione, e la priverà della chiarezza, bellezza e forza della luce geometrica. E perciò vorrebbe egli, che si combinassero ed unissero insieme, e si facessero marciare del pari geometria e calcolo, come truppe legionarie ed ausiliarie; che servisse il calcolo per aprire le strade e per far prede, ma che restasse per la geometrìa lo splendore della vittoria; che s'adoprasse il calcolo per abbozzare le idee e tener dietro al secondario, ma che il merito della scoperta, il corpo della dottrina fosse tutto opera della geometrìa (*a*). Noi conformandosi co' desiderj di quel-

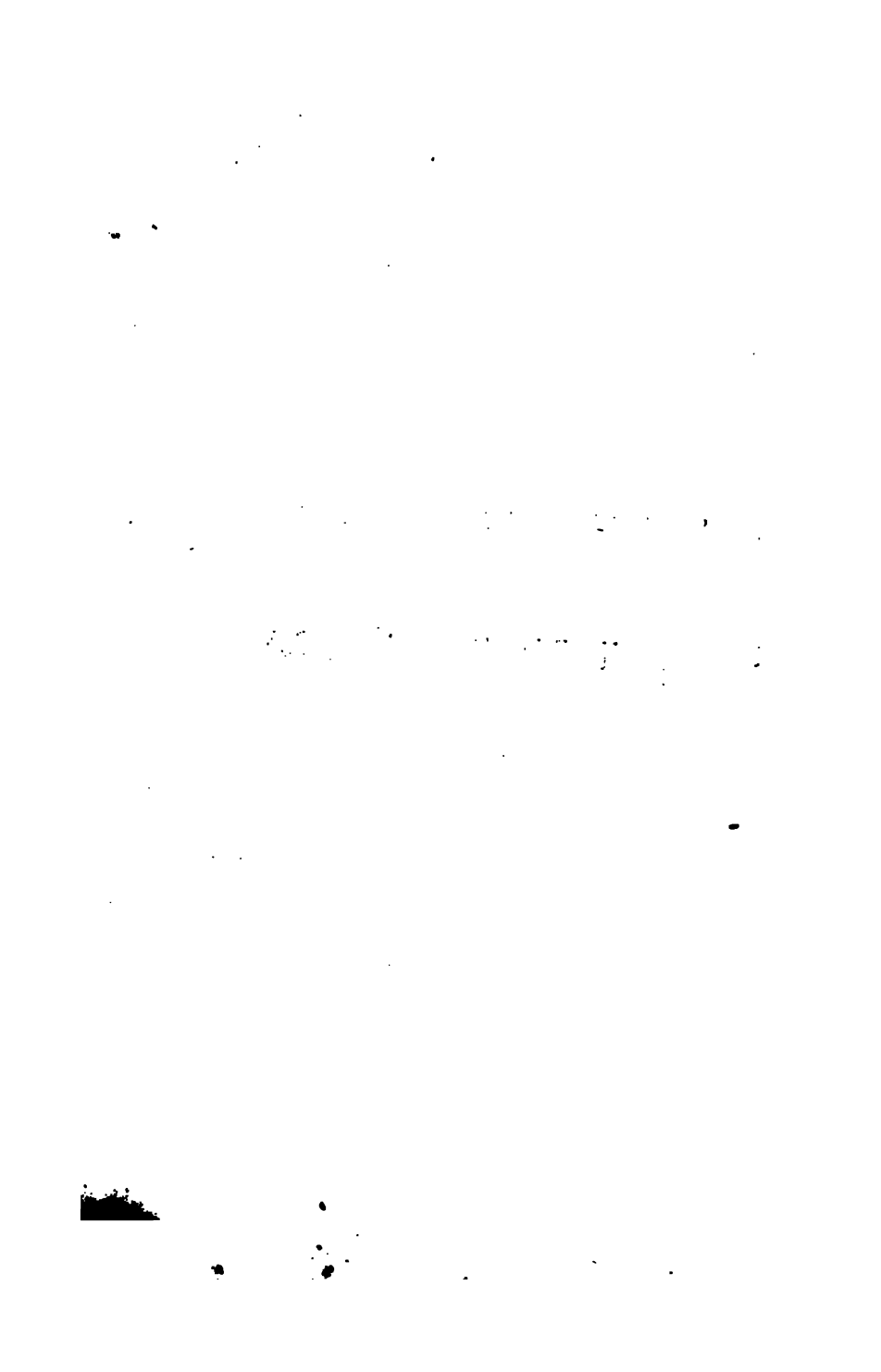
(*a*) Pref. all'Opera dello *Stone* del Calc. int.

zelante geometra per una perfetta ed intima unio-
e del calcolo e della geometria, e lasciando a' geo-
etri l' assegnare all' uno ed all' altra quelle parti,
e saranno loro più convenienti, passeremo a se-
ire il corso delle altre parti delle matematiche mi-
, e cominceremo dalla meccanica.

FINE DELLA PARTE PRIMA DEL TOMO QUARTO.

DELL' ORIGINE, PROGRESSI

E STATO ATTUALE

OGNI LETTERATURA

IV.

DELL'

ORIGINE, PROGRESSI

E STATO ATTUALE

DI OGNI LETTERATURA

DELL' ABATE

GIOVANNI ANDRES

NUOVA EDIZIONE

TOMO IV. P. II.

VENEZIA
GIUSEPPE ANTONELLI EDITORE
Tipografo premiato della Medaglia d' oro.
1832.

INDICE

DE' CAPITOLI DEL TOMO IV, P. II.

ELL' ORIGINE, DE' PROGRESSI E DELLO STATO ATTUALE DELLE SCIENZE NATURALI . Pag. 273

CAP. V.

ELLA MECCANICA . . . . » ivi

12 *Origine della meccanica* » ivi
13 *Greci meccanici* . . » 274
14 *Archimede* . . . . » 275
15 *Altri greci* . . . . » 277
16 *Pappo* . . . . . . » 278
17 *Romani* . . . . . » 279
18 *Greci latini posteriori* » 280
19 *Guid' Ubaldo* . . . » 282
0 *Stevin* . . . . . . » ivi
1 *Galileo*. . . . . . » ivi
2 *Baliani, Riccioli, Grimaldi ed altri*. . . . . » 287
3 *Torricelli* . . . . . » ivi
4 *Borelli*. . . . . . » 288
5 *Francesi meccanici* . » ivi
6 *Roberval* . . . . . » ivi
7 *Cartesio* . . . . . » ivi
8 *Wallis*. . . . . . » 291
9 *Wren* . . . . . . » ivi
0 *Ugenio*. . . . . . » ivi
1 *Newton*. . . . . . » 300
2 *Altri geometri illustratori della meccanica*. . » 306
3 *Leibnitz* . . . . . » 308
4 *Questione delle forze vive da lui promossa* . » ivi
216 *Proposta di problemi meccanici* . . . . . » 311
217 *Varignon* . . . . . » 312
218 *Amantons*. . . . . » ivi
219 *Erman* . . . . . . » ivi
220 *Daniele Bernoulli* . . » 313
221 *Eulero*. . . . . . » 314
222 *Francesi meccanici* . » 319
223 *Clairaut* . . . . . » ivi
224 *Alembert* . . . . . » 320
225 *Prony* . . . . . . » 325

CAP. VI.

DELL' IDROSTATICA . . Pag. 330

226 *Origine dell' idrostatica* » ivi
227 *Archimede* . . . . » ivi
228 *Altri Greci e latini* . » 331
229 *Arabi* . . . . . . » ivi
230 *Stevin* . . . . . . » 332
231 *Galileo*. . . . . . » ivi
232 *Castelli* . . . . . » 334
233 *Torricelli* . . . . » 335
234 *I Francesi* . . . . » 336
235 *Pascal*. . . . . . » 337
236 *Mariotte* . . . . . » ivi
237 *Altri italiani*. . . . » 338
238 *Montanari* . . . . » ivi
239 *Cassini* . . . . . » 339
240 *Guglielmini* . . . . » ivi
241 *Newton* . . . . . » 341
242 *Altri geometri idrostatici*. . . . . . . » 344

243 *Daniele Bernoulli* . . . » 344
244 *Maclaurin* . . . . . » 346
245 *Giovanni Bernoulli*. . » ivi
246 *Figura della terra determinata per le leggi dell' idrostatica* . . . » 347
247 *Clairaut* . . . . . » 348
248 *Alembert* . . . . . » ivi
249 *Juan* . . . . » 350
250 *La Grange*. . . . . » 351
251 *Altri idrostatici più pratici* . . . . » ivi
252 *Bossut* . . . . . . » 354
253 *Prony* . . . . . . » ivi
254 *Lecchi* . . . . . . » 355
255 *Ximenes* . . . . . » 356
256 *Re* . . . . » 357

CAP. VII.

DELLA NAUTICA . . . . . . » 361

257 *Origine della nautica* » ivi
258 *Arabi primi scrittori di nautica*. . . . . » 363
259 *Portoghesi primi promotori della nautica*. . » 365
260 *Applicazione della trigonometria alla nautica*. » ivi
261 *Problema delle longitudini*. . . . . . » 367
262 *La bussola* . . . . » 369
263 *Matematici illustratori del maneggio della nave* » 371
264 *Pardes* . . . . . . » 372
265 *Renau* . . . . » ivi
266 *Ugenio*. . . . . . » 373
267 *Giacomo e Giovanni Bernoulli* . . . . . . » ivi
268 *Hoste* . . . . » 374
269 *Altri scrittori di nautica* » 376
270 *Bouguer* . . . . . . » ivi
271 *Eulero*. . . . . . » 377
272 *Juan* . . . . » 378
273 *Ciscar* . . . . » 380

CAP. VIII.

DELLA ACUSTICA . . . . . » 382

274 *La musica riposta fra le scienze matematiche*. » ivi
275 *Origine della musica*. » 384
276 *Pitagora* . . . . . . » ivi
277 *Osservazione del suono attribuito a Pitagora* » ivi
278 *Altre simili osservazioni* » 386
279 *Diverse sette de' greci* » 387
280 *Pitagorica*. . . . . » 388
281 *Aristossenica* . . . » 389
282 *Tolemmaica* . . . . » 390
283 *Diversità di tetracordi, e di scale loro* . . . » 391
284 *Diversità de' modi*. . » 392
285 *Scrittori della musica*. » 393
286 *Loro merito* . . . . » 395
287 *Scienza acustica dei greci* . . . . » 397
288 *Merito della loro musica* . . . . » 398
289 *Effetti della musica greca* . . . . » 400
290 *Musica dei Romani* . » ivi
291 *Degli Arabi* . . . . » 401
292 *Musica della Chiesa*. » 402
293 *Guidone aretino*. . . » 404
294 *Francone, e Giovanni di Muris*. . . . . . . » 406
295 *Filippo di Vitrì*. . . » ivi
296 *Introduzione della musica nella poesia volgare*. » 407
297 *Pubbliche scuole di musica* . . . . » 410
298 *Ristoramento della musica* . . . . » 412
299 *Scrittori di musica* . » 413
300 *Zarlino* . . . . . » 414
301 *Salinas* . . . . . » ivi
302 *Galileo*. . . . . . » 415
303 *Cartesio* . . . . . » 419
304 *Newton* . . . . . » ivi
305 *Giovanni Bernoulli* . » 420
306 *Sauveur* . . . . . » 422

307 *Taylor* . . . . . . » 425
308 *Eulero* . . . . » 426
309 *Alembert* . . . . . . » ivi
310 *Daniele Bernoulli* . . » 427
311 *La Grange* . . . . . » 429
312 *Giordano Riccati* . . » 431
313 *Mairan* . . . . . . » ivi
314 *Eulero* . . . . » 432
315 *Rameau* . . . . » 433
316 *Alembert* . . . . . . » ivi
317 *Tartini* . . . . » 434
318 *Sacchi* . . . . » 436
319 *Eximeno* . . . . . . » ivi
320 *Requeno* . . . . . . » 537

CAP. IX.

DELL' OTTICA . . . . » 439

321 *Primi scrittori d' ottica.* » ivi
322 *Passo d' Aristofane* . » 440
323 *Specchio ustorio di Archimede* . . . . . . » 441
324 *Seneca* . . . . . . » 443
325 *Tolommeo* . . . . . » ivi
326 *Arabi scrittori d'ottica.* » 444
327 *Alhazen* . . . . » ivi
328 *Vitellione* . . . . . . » 445
329 *Ruggiero Bacone* . . » ivi
330 *Invenzione degli occhiali* » 446
331 *Maurolico* . . . . . » 448
332 *Porta* . . . . » ivi
333 *Guidobaldo* . . . . . » 449
334 *Keplero* . . . . . . » ivi
335 *Invenzione de' telescopj* » ivi
336 *Galileo* . . . . . . » 450
337 *Keplero* . . . . . . » 451
338 *Scheinero* . . . . . » 452
339 *Invenzione de' microscopj* » 454
340 *Cartesio* . . . . . . » 456
341 *Gregory* . . . . . . » 458
342 *Telescopj gregoriani* . » ivi
343 *Divini, e Campani* . » 460
344 *Ugenio* . . . . » ivi
345 *Hook* . . . . » 461
346 *Miglioramenti de' microscopj* . . . . » ivi
347 *Grimaldi* . . . . . . » 462
348 *Cavalieri* . . . . . . » 463
349 *Barrow* . . . . . . » ivi
350 *Newton* . . . . . . » ivi
351 *Telescopj newtoniani.* » 465
352 *Pretensioni di varj all'invenzione de' telescopj catottrici* . . . . . » 466
353 *Specchj ustorj* . . . » 468
354 *Tschirnausen* . . . » 469
355 *Buffon* . . . . » 470
356 *Telescopj acromatici* . » ivi
357 *Eulero* . . . . » 471
358 *Dollond* . . . . . . » ivi
359 *Klingenstierna* . . . » 472
360 *Boscovich* . . . . . » 474
361 *Jeaurat* . . . . . . » 477
362 *Rochon* . . . . » 478
363 *Studio sul miglioramento del flintglass* . . . » ivi
364 *Macquer* . . . . . . » 479
365 *Herschel* . . . . . . » 481
366 *Fotometria* . . . . . » 482
367 *Bouguer* . . . . . . » 483
368 *Lambert* . . . . . . » 484
369 *Herschel* . . . . . . » 485

DELL' ORIGINE, DE' PROGRESSI

E DELLO STATO ATTUALE

DELLE SCIENZE NATURALI

CAPITOLO V.

Della Meccanica.

192 Origine della meccanica.

Se gli antichi inventori degli stromenti e delle arti meccaniche avessero riflettuto ai principj onde furono insensibilmente condotti a tali invenzioni, e gli avessero sposti alla comune istruzione, si sarebbe forse in breve formata una scienza assai perfetta della meccanica. Quante cognizioni e quante teorìe non richiedono la formazione e il maneggio d' ogni stromento meccanico e le più piccole operazioni di ciascun' arte? Ma quegl' inventori, talor per un intimo senso e un movimento diretto del proprio genio o per una confusa e non bene sviluppata ragione, talora forse per caso, s'avvennero in que' ritrovati, come or anche vediamo accadere comunemente a' nostri artefici in simili invenzioni, non vi furono con-

dotti da fondati principj, da idee generali e riflesse, da studiate teorie; e qualunque poi fossero le loro cognizioni su tali materie, non sono state da essi sposte e comunicate agli altri, nè hanno potuto servire a formare un corpo di dottrina, e stabilire una scienza della meccanica. Questa riconosce, come tutte le altre, il suo principio da' Greci, e può contare da essi non piccioli avanzamenti. *Archita*, quel famoso meccanico dell'antichità, il quale fece macchine sì portentose che sono state celebrate da tutti i posteri, fu il primo geometra che, secondo il testimonio di *Laerzio* (*a*), trattasse la meccanica non di mera pratica, ma co' principj *meccanici* matematici; e il primo che conducesse o regolasse il moto istrumentale o meccanico con figure geometriche; il primo in somma che in qualche modo potesse dirsi meccanico, quale noi ora nel presente trattato lo richiediamo. Benchè in tutti que' tempi io non abbia saputo trovare notizia d'altro geometra, che scrivesse su la meccanica, pur è d' uopo che ne sieno stati parecchj, e che le speculazioni meccaniche occupassero lo studio di molti matematici. Imperciocchè già al tempo d'*Aristotele*, si annovera la meccanica fra le parti delle matematiche che si fondano nella geo-

193 Greci meccanici.

(*a*) *In Archita* dice realmente Ταῖς μηχανικαῖς ἀρχαῖς, ma pare chiaro, che questi principj meccanici debbano essere matematici.

metria (*a*); ed egli stesso più precisamente determina a qual parte della geometria s'aspetti; e la ristringe a quella che tratta de' solidi, ossia la stereometria (*b*). Ma nondimeno sembra che non si fossero molto avanzate le cognizioni degli antichi in questa parte, mentre vediamo, che i problemi d'*Aristotele*, unico monumento degli scrittori di quell' età donde noi possiamo raccogliere qualche indizio della loro perizia teorica nella meccanica, riportano sì insussistenti ed assurdi ragionamenti, i quali ci fanno credere che non si fossero ancora svelati al suo tempo neppure i primi principj di quella scienza. Laonde non v'era motivo perchè il *Vossio* si facesse maraviglia di non vedere citata l' opera d' *Aristotele* da *Archimede*, nè dagli altri meccanici posteriori (*c*).

194 Archimede.

Quindi, senza diminuire ingiustamente la gloria degli antichi matematici, potremo noi riconoscere come il primo maestro ed il creatore della meccanica il grand' *Archimede*, al quale dobbiamo i veri principj della statica, ed anche dell' idrostatica. E infatti *Pappo*, dopo averci descritta la moltiplice diversità di macchine e di meccanici dell'antichità, dice che solo *Archimede*, colla forza del superiore suo ingegno e colla varietà delle cognizioni, era

(*a*) *Anal. prior.* I.
(*b*) Ivi.
(*c*) *De Scient. Math.* cap. XLVIII.

DELL'

ORIGINE, PROGRESSI

E STATO ATTUALE

DI OGNI LETTERATURA

DELL' ABATE

GIOVANNI ANDRES

NUOVA EDIZIONE

TOMO IV. P. II.

VENEZIA
GIUSEPPE ANTONELLI EDITORE
Tipografo premiato della Medaglia d'oro.
1832.

meccanici, e ci dà qualche idea dello studio e profitto ch' erasi fatto nella Grecia in questa, come in tutte l' altre matematiche discipline. Ma niente ci fa meglio concepire lo stato delle meccaniche cognizioni presso i matematici greci che l'ottavo libro delle collezioni di *Pappo.* Colà vedesi come non solo avevano questi conosciuta e studiata profondamente la meccanica *chirurgica* o manuale, e questa in infinite sue spezie, ma che s'erano anche internati nella *razionale*, e che di tutte le operazioni della manuale avevano ricercate le matematiche dimostrazioni. *Archimede* è giustamente riguardato da *Pappo* come il dio della meccanica, ch'ei solo abbracciava tutti i rami di quella scienza. *Erone* scrisse della leva, del cuneo, e dell'altre tre potenze o facoltà, alle quali si riducono tutte le macchine, anche de' nostri dì, e descrisse in particolare varie macchine non conosciute che procacciavano comodo e facilità pel movimento de' pesi. Il medesimo *Erone*, e *Filone* dimostrarono la ragione, onde tutte queste cinque potenze, benchè di figura molto diversa, si riducano ad una sola natura; ed *Erone* particolarmente non solo spiegò dottamente la sopraccitata quarantesima invenzione d'*Archimede*, e mostrò chiaramente la costruzione di quel problema, ma spose molti problemi utilissimi, e convenienti agli usi ed ai comodi dell'umana società. Lo stesso *Pappo* contribuì gran-

196 Pappo.

INDICE

DE' CAPITOLI DEL TOMO IV, P. II.

ELL' ORIGINE, DE' PROGRESSI E DELLO STATO ATTUALE DELLE SCIENZE NATURALI . Pag. 273

CAP. V.

ELLA MECCANICA . . . . » ivi

2 . *Origine della meccanica* » ivi
3 *Greci meccanici* . . » 274
4 *Archimede* . . . . » 275
5 *Altri greci* . . . . » 277
6 *Pappo* . . . . . . » 278
7 *Romani* . . . . . » 279
8 *Greci latini posteriori* » 280
9 *Guid' Ubaldo* . . . » 282
0 *Stevin* . . . . . . » ivi
1 *Galileo*. . . . . . » ivi
2 *Baliani, Riccioli, Grimaldi ed altri*. . . . . » 287
3 *Torricelli* . . . . . » ivi
4 *Borelli*. . . . . . » 288
5 *Francesi meccanici* . » ivi
6 *Roberval* . . . . . » ivi
7 *Cartesio* . . . . . » ivi
8 *Wallis*. . . . . . » 291
9 *Wren* . . . . . . » ivi
0 *Ugenio* . . . . . . » ivi
1 *Newton*. . . . . . » 300
2 *Altri geometri illustratori della meccanica*. . » 306
3 *Leibnitz* . . . . . » 308
4 *Questione delle forze vive da lui promossa* . » ivi

216 *Proposta di problemi meccanici* . . . . . » 311
217 *Varignon* . . . . . » 312
218 *Amantons*. . . . . » ivi
219 *Erman* . . . . . . » ivi
220 *Daniele Bernoulli* . . » 313
221 *Eulero*. . . . . . » 314
222 *Francesi meccanici* . » 319
223 *Clairaut* . . . . . » ivi
224 *Alembert* . . . . . » 320
225 *Prony* . . . . . . » 325

CAP. VI.

DELL' IDROSTATICA . . Pag. 330

226 *Origine dell' idrostatica* » ivi
227 *Archimede* . . . . » ivi
228 *Altri Greci e latini* . » 331
229 *Arabi* . . . . . . » ivi
230 *Stevin* . . . . . . » 332
231 *Galileo*. . . . . . » ivi
232 *Castelli* . . . . . » 334
233 *Torricelli* . . . . » 335
234 *I Francesi* . . . . » 336
235 *Pascal*. . . . . . » 337
236 *Mariotte* . . . . . » ivi
237 *Altri italiani*. . . . » 338
238 *Montanari* . . . . » ivi
239 *Cassini* . . . . . » 339
240 *Guglielmini* . . . . » ivi
241 *Newton* . . . . . . » 341
242 *Altri geometri idrostatici*. . . . . . . » 344

243 *Daniele Bernoulli* . . . » 344
244 *Maclaurin*. . . . . . » 346
245 *Giovanni Bernoulli*. . » ivi
246 *Figura della terra determinata per le leggi dell'idrostatica* . . . » 347
247 *Clairaut* . . . . . . » 348
248 *Alembert* . . . . . . » ivi
249 *Juan* . . . . » 350
250 *La Grange*. . . . . . » 351
251 *Altri idrostatici più pratici* . . . . » ivi
252 *Bossut* . . . . » 354
253 *Prony* . . . . » ivi
254 *Lecchi* . . . . » 355
255 *Ximenez* . . . . . . » 356
256 *Re* . . . . » 357

CAP. VII.

DELLA NAUTICA . . . . . . » 361

257 *Origine della nautica* » ivi
258 *Arabi primi scrittori di nautica*. . . . . » 363
259 *Portoghesi primi promotori della nautica*. . » 365
260 *Applicazione della trigonometria alla nautica*. » ivi
261 *Problema delle longitudini*. . . . . . . » 367
262 *La bussola* . . . . . » 369
263 *Matematici illustratori del maneggio della nave* » 371
264 *Pardes* . . . . » 372
265 *Renau* . . . . » ivi
266 *Ugenio*. . . . . . . » 373
267 *Giacomo e Giovanni Bernoulli* . . . . . . » ivi
268 *Hoste* . . . . » 374
269 *Altri scrittori di nautica* » 376
270 *Bouguer* . . . . . . » ivi
271 *Eulero*. . . . . . . » 377
272 *Juan* . . . . » 378
273 *Ciscar* . . . . » 380

CAP. VIII.

DELLA ACUSTICA . . . . . » 383

274 *La musica riposta fra le scienze matematiche*. » ivi
275 *Origine della musica*. » 384
276 *Pitagora* . . . . . . » ivi
277 *Osservazione del suono attribuito a Pitagora* » ivi
278 *Altre simili osservazioni* » 386
279 *Diverse sette de' greci* » 387
280 *Pitagorica*. . . . . . » 388
281 *Aristossenica* . . . . » 389
282 *Tolemmaica* . . . . . » 390
283 *Diversità di tetracordi, e di scale loro* . . . » 391
284 *Diversità de' modi*. . » 392
285 *Scrittori della musica*. » 393
286 *Loro merito* . . . . . » 395
287 *Scienza acustica dei greci* . . . . » 397
288 *Merito della loro musica* . . . . » 398
289 *Effetti della musica greca* . . . . » 400
290 *Musica dei Romani* . » ivi
291 *Degli Arabi* . . . . . » 401
292 *Musica della Chiesa*. » 402
293 *Guidone aretino*. . . » 404
294 *Francone, e Giovanni di Muris*. . . . . . » 406
295 *Filippo di Vitrì*. . . » ivi
296 *Introduzione della musica nella poesia volgare*. » 407
297 *Pubbliche scuole di musica* . . . . » 410
298 *Ristoramento della musica* . . . . » 412
299 *Scrittori di musica* . » 413
300 *Zarlino* . . . . . . » 414
301 *Salinas* . . . . . . » ivi
302 *Galileo*. . . . . . . » 415
303 *Cartesio* . . . . . . » 419
304 *Newton* . . . . . . » ivi
305 *Giovanni Bernoulli* . » 420
306 *Sauveur* . . . . . . » 422

7 *Taylor* . . . . . » 425
8 *Eulero* . . . . . . » 426
9 *Alembert* . . . . . » ivi
0 *Daniele Bernoulli* . . » 427
1 *La Grange* . . . . » 429
2 *Giordano Riccati* . . » 431
3 *Mairan* . . . . . » ivi
4 *Eulero* . . . . . . » 432
5 *Rameau* . . . . . . » 433
6 *Alembert* . . . . . » ivi
7 *Tartini* . . . . . . » 434
8 *Sacchi* . . . . . . » 435
9 *Eximeno* . . . . . » ivi
10 *Requeno* . . . . . » 537

CAP. IX.

ELL'OTTICA. . . . . . . » 439

11 *Primi scrittori d' ottica.* » ivi
12 *Passo d' Aristofane* . » 440
13 *Specchio ustorio di Archimede* . . . . . » 441
14 *Seneca* . . . . . . » 443
15 *Tolommeo* . . . . . » ivi
26 *Arabi scrittori d'ottica.* » 444
27 *Alhazen* . . . . . . » ivi
28 *Vitellione* . . . . . » 445
29 *Ruggiero Bacone* . . » ivi
30 *Invenzione degli occhiali* » 446
31 *Maurolico* . . . . . » 448
32 *Porta* . . . . . . » ivi
33 *Guidobaldo* . . . . » 449
34 *Keplero* . . . . . » ivi
35 *Invenzione de'telescopj* » ivi
336 *Galileo* . . . . . » 450
337 *Keplero* . . . . . » 451
338 *Scheinero* . . . . . » 452
339 *Invenzione de' microscopj* » 454
340 *Cartesio* . . . . . » 456
341 *Gregory* . . . . . » 458
342 *Telescopj gregoriani* . » ivi
343 *Divini, e Campani.* . » 460
344 *Ugenio* . . . . . . » ivi
345 *Hook* . . . . . . » 461
346 *Miglioramenti de' microscopj* . . . . . . » ivi
347 *Grimaldi* . . . . . » 462
348 *Cavalieri* . . . . . » 463
349 *Barrow* . . . . . . » ivi
350 *Newton* . . . . . » ivi
351 *Telescopj newtoniani.* » 465
352 *Pretensioni di varj all'invenzione de' telescopj catottrici.* . . . . » 466
353 *Specchj ustorj* . . . » 468
354 *Tschirnausen* . . . » 469
355 *Buffon* . . . . . . » 470
356 *Telescopj acromatici* . » ivi
357 *Eulero* . . . . . . » 471
358 *Dollond* . . . . . » ivi
359 *Klingenstierna* . . . » 472
360 *Boscovich* . . . . . » 474
361 *Jeaurat* . . . . . » 477
362 *Rochon* . . . . . . » 478
363 *Studio sul miglioramento del* flintglass . . . » ivi
364 *Macquer* . . . . . » 479
365 *Herschel* . . . . . » 481
366 *Fotometria* . . . . » 482
367 *Bouquer* . . . . . » 483
368 *Lambert* . . . . . » 484
369 *Herschel* . . . . . » 485

Valerio. Ma il primo, che potesse in qualche modo guadagnarsi il nome di meccanico, altri non fu che il marchese *Guid'Ubaldo*, il quale non solo sparse alcuni bei lumi su questa materia ne'commenti dell'opera degli equiponderanti d'*Archimede*, ma ne'proprj suoi libri, imbevuto com'egli era dalla dottrina d'*Archimede* e di *Pappo*, cominciò a colpire nelle vere ragioni de'fenomeni meccanici, ed a mostrarsi meccanico. Allor si può dire che incominciò a risorgere quella scienza. Allora il dotto matematico *Stevin* non solo rendè più semplice la dimostrazione d'*Archimede* dell'equilibrio nella leva, non solo verificò la dottrina degli antichi, e ne corresse gli errori, ma l'ampliò eziandio con molte sue scoperte, e l'arricchì di molte nuove ed utili verità (*a*). Allora finalmente comparve il gran *Galileo*, il vero lume della meccanica, e l'illustrò con tanti importantissimi ritrovati, che potè con ragione chiamarla una nuova scienza.

199 Guid' Ubaldo.

200 Stevin.

201 Galileo.

Il *Galileo* ci fece conoscere il moto in tutti i suoi aspetti, moto equabile, moto accelerato, moto projettorio, moto oscillatorio, moto de'gravi per linea perpendicolare, moto de'medesimi per piani inclinati, moto per l'aria, e moto per altri mezzi diversamente resistenti, il moto insomma in tutte

(*a*) *Hyppomnemata Mathem.*

sue diverse circostanze e nelle differenti sue combinazioni, e creò in questo modo una scienza ch' era in realtà intieramente nuova. Non si è veduta nelle scienze una serie sì piena e continuata di sottili ed utili scoperte, come quella che presentò il *Galileo* nella dottrina del moto. Questo fu il primo avanzamento scientifico che cominciò a dare a' moderni qualche superiorità su gli antichi. Il moto equabile, quantunque facile e piano, non era ancora ben conosciuto, finchè non lo spiegò il *Galileo*, e lo mostrò nel vero suo aspetto. Il moto accelerato gli fu più fecondo di belle scoperte; e in una materia, in cui non si proferivano che errori, seppe insegnarci moltissime verità. Fu un suo trionfo il dimostrare che la forza di gravità è uguale ne' corpi di non ugual peso, e che la velocità d' un corpo grave non è proporzionale al peso di detto corpo. Sono venerate da tutti i meccanici le sue leggi dell'accelerazione de'gravi: che non dagli spazj percorsi, ma da' tempi debba prendersi l'accrescimento della velocità; che il mobile percorra lo spazio con moto accelerato nel tempo che un altro lo passerebbe con moto equabile di suddupla velocità; che gli spazj percorsi crescano per numeri dispari, e sieno come i quadrati de'tempi; e così delle altre. La resistenza de'mezzi gli diede campo ad altre scoperte, e seppe assegnare le proporzioni delle velocità ne' mobili simili o

dissimili nello stesso, o in diversi mezzi, e fissare alcune leggi della resistenza di tali mezzi. Moltissime sono le verità, non meno utili che curiose, che scoprì l'acuto suo ingegno nella discesa pe'piani inclinati. Egli trovò che la velocità del corpo grave, o l'impeto di discendere, è in ragione diretta delle altezze o inclinazioni, e inversa delle lunghezze dei detti piani; e ne dedusse alcuni ingegnosissimi e sodissimi paradossi, tirando in un circolo dall'apice del diametro quante corde si voglia a qualunque punto della circonferenza, e tirando all'opposto dalla circonferenza alla linea orizzontale diversi piani, che tocchino questa linea o prima, o dopo, o all'arrivare al diametro; e fece quella grande scoperta, che, quantunque non ancora perfetta, è stata forse il più bel volo geometrico che possa vantare la meccanica, che non è la linea diritta, benchè la linea più breve, quella della più breve discesa, ed aprì la via al ritrovamento della *brachistocrona*, che occupò tanto i *Bernoulli* e i più profondi geometri. Nuovi meriti procacciò al *Galileo* il moto projettorio, fin allora non ben conosciuto; ed a lui dee la balistica l'entrare nella classe di scienza esatta. Egli determinò ad una parabola la linea percorsa dal corpo projetto; segnò quale sia l'impeto di questo ad ogni qualunque punto di tale parabola, e mostrò mille altre utilissime verità. La

ttrina del *Galileo* è stata la guida de'matematici
steriori, che hanno illustrata la balistica, e gli
ritti del *Blondello*, del *Belidor*, de' *Bernoulli*,
l *Maupertuis*, dell'*Eulero* e d'altri grand'uomi-
ni possono riputarsi frutti non meno che confer-
azione delle scoperte del *Galileo*. Nè minore glo-
t si acquistò il *Galileo* colla sua dottrina sul mo-
de'pendoli. La dimostrazione d'essere le lun-
ezze de'pendoli in proporzione duplicata de'tem-
delle vibrazioni, e l'applicazione di essa per mi-
are le altezze degli edifizj fu la prima sua sco-
rta meccanica, che mostrava già abbastanza quan-
fosse l'acutezza della sua mente per seguire gli
damenti della natura. Ma quale non fu la mara-
lia de'matematici al sentirgli annunziare l'isocro-
smo delle vibrazioni d'un pendolo per archi di-
si sotto un quarto di cerchio? Perfino al dotto
uid' *Ubaldo*, uno de'pochissimi di que'tempi che
sero capaci d'intender tali dottrine, parve questo
incredibile paradosso. Ma il *Galileo* in una let-
a a lui diretta, e poi ne'dialoghi lo espose con
e apparenza di verità, che non ci volle meno che
perspicacia dell'acutissimo *Ugenio* per trovarvi
picciolo fallo, e per fissare l'isocronismo dei
ndoli non negli archi circolari, ma ne'cicloi-
li. La statica fu da lui ridotta ad un solo princi-
, dal quale tutte le proprietà delle macchine de-

riva; e questo è che per muovere un peso qualunque v'abbisogna una forza maggiore del peso, o se pur la forza è minore, che sia d'una velocità tanto maggiore, che compensi la minorità della forza; principio che falsamente vuolsi da alcuni attribuire al *Desaguliers*, quando da tanti anni prima era già stato scoperto dal *Galileo*. Da questo anche prende il *la Grange* (a) i due principj fondamentali dell'equilibrio, cioè il principio della composizione delle forze, e quello delle velocità virtuali, che sono poi stati tanto fecondi di meccaniche cognizioni. Nella centrobarica, benchè troppo brevemente da lui trattata, seppe nondimeno trovare utilissime verità. Sembrava, che non potesse riguardare alcuna parte della meccanica, senza scoprirvi proprietà non ancora vedute da altri. Quante ne trovò nella coerenza de' corpi, o nella loro forza di portar pesi senza spezzarsi? Se il *Viviani* ed il *Grandi*, se il *Mariotte* e il *Leibnizio*, se il *Varignon* e il *Muschembroek* hanno poi data maggiore ampiezza e perfezione a questa materia, nessuno però ha avanzato un passo, se non dietro alla scorta del *Galileo*. Non fu che un leggero sguardo che potè questi dare su la forza della percossa; ma sol questo sguardo quante belle verità non gli fece vedere per

(a) *Mech. anal.* par. I, sez. I.

misurare detta forza, e per trovarla infinita, per paragonarla colla pressione, per fissare la diversità delle percosse, e per altre curiosissime proprietà! Così avesse egli distese e spiegate e non soltanto abbozzate le sue viste, e ne avesse scritto un perfetto trattato! Ha dato però lume al *Borelli* per illustrare più pienamente questa materia; e dovrà anche in questa parte essere riguardato come il primo e vero maestro. Qual lode dunque non merita il *Galileo*, che ha saputo ricavare dal seno della natura tanti tesori d'utilissime verità, chiuse e nascoste per tanti secoli ai penetranti sguardi de'filosofi e matematici! Ella è una gloria singolare ed unica del *Galileo* l'avere levato, per così dire dal niente una nuova scienza, ed essere stato non solo maestro, ma padre e creatore della meccanica. Dietro la scorta del *Galileo* si seguitò a studiare nell'Italia questa nuova scienza, sì feconda d'importanti e curiose verità. Ne scoprì e provò molte contemporaneamente il *Baliani*, il *Riccioli*, il *Grimaldi*, ed altri fisici e matematici illustrarono e confermarono con molte nuove sperienze e ragioni gl'insegnamenti del *Galileo*. Più avanti s'inoltrò il *Torricelli*, ed arricchì d'un nuovo principio la statica, e d'altre nuove scoperte la balistica, e migliorò in varj punti ed accrebbe la dottrina del suo maestro. Così parimenti fece il *Viviani*, così anche

202 Baliani, Riccioli, Grimaldi ed altri.

203 Torricelli.

204 Borelli. il *Borelli*, il quale su la forza della percossa, e formò una meccanica animale nella sua opera assai dotta *De' movimenti degli animali*; e così andò sempre più ampliandosi la meccanica nella scuola del *Galileo*.

205 Francesi meccanici. Intanto i francesi cercarono anche in questa parte d' emulare la gloria degl' italiani, e si applicarono a scoprire nuove verità, nè vollero comparire meri seguaci del *Galileo*. Gli studj geometrici, in cui erano saliti a tanta gloria, davano loro gran lume per potersi felicemente inoltrare in recondite discussioni. Quindi le profonde questioni, eccitate fra' matematici francesi su la posizione del centro di gravità in alcune particolari circostanze, e su' centri d'oscillazione, su cui tanto si dibatterono il *Cartesio* ed il *Roberval*, e in cui amendue molte nuove notizie scoprirono, ma non poterono cogliere in tutto nel giusto segno (*a*). Il

206 Roberval. *Roberval* fu in questo punto superiore al *Cartesio*, e si accostò più dappresso alla verità, diede determinazioni esatte del centro d' agitazione de' settori e degli archi di circolo, mossi perpendicolarmente al loro piano, ed osservò che, mentre dovevasi ricercare il centro d' oscilazione, cercavasi dal

207 Cartesio. *Cartesio*, e dagli altri quello soltanto di percus-

(*a*) *Cartes. ep.* tom. III, Mersen. *Cogit. Phisic. Math.*

sione; egli si applicò a varj saggi meccanici, e vi trovò alcune dimostrazioni ingegnose, e scoprì un principio di statica, che è stato poi di grand' uso, cioè che: Due potenze saranno in equilibrio qualor saranno in ragione reciproca delle perpendicolari tirate dal punto d' appoggio su le linee di direzione (*a*). Più vaste furono le disquisizioni meccaniche del *Cartesio*, il quale voleva anch' egli diventare legislatore del moto; e si sarebbe acquistata maggior lode, se, invece di sprezzare come fece ingiustamente (*b*) il *Galileo*, si fosse studiato d' imitarlo. Ma sfortunatamente per lui solo potè incontrare la verità, quando seguì in qualche modo le tracce del *Galileo*; e prese errore quando volle attenersi alle proprie immaginazioni. Esaminò la statica e la ridusse, come il *Galileo*, ad un solo principio, che bisogna tanta forza per levare un peso ad una certa altezza, come per levare il doppio ad una metà di essa altezza (*c*). Meditò su le leggi del movimento, e sviluppò più chiaramente le verità accennate qua e là dal *Galileo*, cioè che: Sussiste e continua perpetuamente il moto nella stessa direzione e velocità, finchè non venga alterato da qualche ostacolo; che si fa sempre ogni moto per sua natura in linea

(*a*) Mersen. *Harmon. univ.*

(*b*) Ep. XCI.

(*c*) Ep. LXXIII, par. I, e *Tract. de Mechan.*

diritta, e che non si muove un corpo in linea curva, se non perchè viene cambiata continuamente la sua direzione da qualche ostacolo. Ma abbandonatosi poi ai suoi principj metafisici, inciampò in molti inescusabili errori. Fu merito della sua sagacità il pensare a cercare quali leggi potesse seguire la natura nella comunicazione del moto. Ma qui fu dove, lasciandosi condurre dalla sua immaginazione, che la quiete de' corpi sia una vera e reale forza, e che Iddio per la sua immutabilità conservi sempre nel mondo la stessa quantità di moto, e non osservando la dovuta distinzione fra i corpi duri e gli elastici, ma prendendoli tutti a mazzo, stabilì leggi per la comunicazione del moto che, per la maggior parte, sono vane ed insussistenti, che alle volte prescrivono a' corpi duri ciò che solo conviene agli elastici, e spesso dicono quello che per gli uni e per gli altri, è falso ed assurdo (a). Lo stesso suo fedelissimo seguace *Malebranche*, sì fermamente attaccato alle sue dottrine, rigettò prima come false queste leggi cartesiane (b), e poi cercò in qualche modo di raddrizzarle (c); ma non ardì mai d' abbracciarle. *Cartesio* stesso, nelle sue lettere, parla alle volte di que-

(a) *Princ.* part. II.

(b) *De inq. ver.* lib. VI. c. ult.

(c) *Leg. gen. mot. comm.*

ta materie diversamente che ne' *principj*, e spesso on maggiore giustezza e verità. Ma anche nelle ettere presenta tante idee false ed insussistenti, llor eziandio unite alle vere e giuste, che mostra on aver mai formato che un confuso e mal digeito abbozzo della dottrina del moto (a). Ad ogni iodo i tentativi del *Cartesio*, se non ebbero buoa sorte nell' incontrare le vere leggi della comuicazione del moto, servirono ad eccitarne altri assi più felici. La regia Società di Londra invitò i iù dotti matematici dentro e fuori dell'Inghilterra, ricercarne le più sode e sicure teorie. Il *Wallis*, into benemerito dell' algebra e della geometria, ecò anche gran vantaggio alla meccanica, spieando con giustezza e verità la composizione dell forze, le leggi della comunicazione del moto, ed ltre dottrine su tali materie (b) Il *Wren*, inventore di alcune ingegnose macchine, e di alcune coperte particolarmente nella meccanica architetonica, illustrò anche le leggi della comunicaione del moto con generalità, chiarezza e brevità.

208 Wallis.

209 Wren.

Ma più di tutti il celebre *Ugenio* contribuì a nettere nel suo vero lume la dottrina di tale comunicazione: tutti e tre trovarono per diverse vie

210 Ugenio.

(a) V. Ep. LXXIII, part. II. et al.

(b) *Tract. de Motu.*

le medesime leggi, che sono le vere, e le ricevute generalmente da tutti; ma l'*Ugenio* si distese anche alla dimostrazione d'altre nuove verità. Egli fece vedere, che qualora sono opposte le direzioni de' corpi mossi, si perde bensì coll'urto qualche parte del moto, nè può dirsi col *Cartesio*, che la natura ne conservi sempre la medesima quantità, ma è sempre vero, che il centro di gravità comune a' detti corpi o è immobile, o si muove prima, e dopo l'urto colla stessa velocità, e che, se non è invariabile assolutamente la quantità del moto, lo è però la quantità del moto verso una direzione. Questa scoperta portata a gran generalità dall' *Ugenio*, è stata poi ricevuta e confermata con nuove dimostrazioni da' moderni geometri. La legge della conservazione delle forze vive, o, com' altri dicono, delle forze ascensionali, per la quale il centro di gravità d' un sistema di corpi ha la forza d' ascendere alla stessa altezza onde è disceso, è un' altra curiosa ed utile scoperta dell' *Ugenio*. Sua è parimenti la bella ed ingegnosa osservazione, che se un corpo ne urta un altro in riposo col mezzo di un terzo di grandezza media fra tutti due, gli comunica più moto che se lo urta immediatamente, e cresce sempre più questo moto, quanto più crescono i corpi intermezzi di grandezza proporzionale. La verità di queste scoperte dell' *Ugenio*, e

delle leggi della comunicazione del moto è stata sempre più confermata non solo colle nuove dimostrazioni de' matematici, ma eziandio colle sperienze de' fisici, i quali fanno vedere agli occhi ciò, che l' *Ugenio* non presentava che alla sottile ragione. Le scoperte di questo sommo geometra non si sono ristrette alle sole leggi della comunicazione del moto; hanno abbracciati più profondi e più reconditi oggetti. L' orologio oscillatorio gli prestò campo a finissime e sottilissime speculazioni, alle quali non dubitava di dare sopra tutte l'altre sue la preferenza (*a*). Veramente la prima idea, e forse anche l' esecuzione di simile orologio deesi riferire all' immortale *Galileo*, il quale fino dai primi anni delle sue sublimi meditazioni pensò già d' applicare il moto del pendolo alla misura del tempo; e nell' età più avanzata scriveva a *Lorenzo Reali* come chi aveva trovato il modo di farlo, ed egli stesso, o il suo figliuolo *Vincenzo* coll' intervento del Gran Duca *Ferdinando* II fece eseguire un orologio a pendolo da *Marco Treffler* orologiaro di quel Gran-Duca. Così dice *Gian-Gioachimo Becher* (*b*) averlo sentito raccontare, e dal chiarissimo *Magalotti*, testimonio in questa parte irrefragabile, e dallo stesso *Treffler*, che

(*a*) *Dedic.*

(*b*) *Experim. nov. curios. de Minera arenaria perpet.*

confessava aver lui fatto in Toscana il primo orologio a pendolo, ed un modello di questo esser passato in Olanda (a). Del che dice il *Nelli* aver egli un documento anecdoto, che pubblicherà nella sua *Vita del Galileo*, tanto desiderata dalla repubblica letteraria (b); e il testimonio del *Viviani (c)*, e que' di molti chiarissimi soggetti, che si leggono nelle lettere d' uomini illustri, pubblicate dal *Fabroni*, e varj altri monumenti ce ne fanno pienissima fede. Quindi hanno voluto levare all' *Ugenio* la gloria dell' originalità, ed imporgli la taccia di plagiario, perch'egli e presso al re di Francia e presso agli Stati Generali d' Olanda (d) se ne spacciava per inventore. Ma per quanto vero sia questo racconto del *Magalotti* e del *Treffler*, del *Viviani* e di tant'altri, e tutto che io punto non dubiti d'una qualche esecuzione dell' orologio galileano, non ardirò d'accusare di menzogna e di plagio un uomo dell'acutezza d'ingegno, e della sincerità di cuore del candidissimo e sottilissimo *Ugenio*. Egli schiettamente ci narra la storia di questa sua invenzione, e ne prende ingenuamente l' origine dall' uso de' pendoli, applicato alcuni anni prima

(a) V. Nelli *Sagg. di St. Lett. Fior. ec.*

(b) Ivi.

(c) *Vita di Gal. e Lett. al Conte Magalotti.*

(d) *De Horol. oscillat.* ec. *Dedic.*

dal *Galileo* per la misura del tempo, e adoperato poi dagli astronomi movendo colla mano i pendoli, e contandone a vista le vibrazioni: perchè non avrebbe con uguale candore riferita all' orologio imperfetto del *Galileo* l' origine del suo levato alla giusta esattezza e perfezione? Questo fu messo in opera nel 1657, e nel 1661 vennero all' *Ugenio* lettere da Parigi richiamandone al *Galileo* l' invenzione, ed egli stesso lo raccontò tosto a *Niccolò Heinsio*, ma protestandosi religiosamente di essergli giunta affatto nuova la notizia di tale fatto, nè averne mai prima avuta la menoma contezza: *Sancte testatus*, come lo stesso *Heinsio* scriveva al *Dati (a)*, *sancte testatus ejus rei cum ignarissimis ignarum se fuisse.* Benchè queste lettere di Parigi e i sopraddetti monumenti e varj altri, che se ne potrebbono addurre, provino assai convincentemente, che gloria è del *Galileo* non solo la prima idea, ma una qualche esecuzione altresì o per sè stesso, o per suo figlio dell' orologio oscillatorio: bisogna dire nondimeno, che non troppo felice riuscisse questo primo orologio, dacchè nè magnificato fu allora colle lodi degli studiosi e degli amici del *Galileo*, nè adoperato poscia dagli astronomi e dagli artisti, nè conosciuto appena, fuorchè da pochissi-

(a) *Clar. Belg. ad Ant. Magliab. nonnullosque al. ep.* vol. I.

mi della corte del Gran-Duca, i quali stessi ben presto lo dimenticarono, finchè non ne richiamò loro la memoria il nuovo orologio dell' *Ugenio*. Sicchè potè questi essere affatto all'oscuro di tale tentativo del *Galileo*, potè provarlo da sè senza veruna preventiva cognizione, potè metter in dubbio, e negar anche con qualche ragione, che nè il *Galileo*, nè suo figlio fossero mai riusciti a formare un simile orologio, potè ottenere giustamente la lode di originalità, potè esserne realmente primo inventore. Certo l' orologio del *Galileo*, ancor quando fosse riuscito nella costruzione, non poteva, attesi i principj della sua dottrina, giungere alla bramata esattezza, e soltanto dopo le scoperte geometriche e meccaniche dell' *Ugenio* poteva sperarsene uno perfetto. Credeva il *Galileo* con qualche apparenza bensì di ragione, ma senza la necessaria verità, che fossero tautocrone le vibrazioni d' un pendolo per archi compresi in un quarto di circolo; la geometria de' suoi tempi non conosceva ancor la cicloide; nè poteva dargli lumi bastanti per fissare i centri d' oscillazione ne' pendoli; per la costruzione stessa del meccanismo dell'orologio mancavano molte teoriche cognizioni, e molte notizie geometriche superiori a quanto allora sapevasi. L' *Ugenio* perfezionò la dottrina del *Galileo* su l' accelerazione de' gravi, ed esaminando le pro-

prietà della cicloide, allor tanto in voga, trovò, che in questa soltanto, e non nel circolo si faranno nel tempo stesso le discese da qualunque punto, e che saranno soltanto isocrone le vibrazioni del pendolo, qualor si faranno in archi cicloidali, non ne' circolari, confessando egli stesso, che la scoperta di questa proprietà della cicloide è un frutto della dottrina del *Galileo*. Non bastava la sterile cognizione di questa proprietà della cicloide, bisognava trovare il modo di fare eseguire nell' orologio le vibrazioni cicloidali. Trovolla l' *Ugenio* coll' applicare il filo del pendolo ad una cicloide rovesciata; e questa speculazione lo condusse felicemente alla sublime teorìa delle *evolute*, che gli fu feconda di tante scoperte, e lo coronò di sì alta gloria. Bisognava altresì determinare la lunghezza del pendolo, necessaria per fare ogni secondo una vibrazione; e determinolla l' *Ugenio* valendosi della stessa teoria delle *evolute*. Ma non bastava nè pure determinare soltanto in generale tale lunghezza, bisognava applicarla non a qualunque parte del pendolo, ma al suo centro d'oscillazione; bisognava rischiarare la fin allora oscurissima teorìa de' centri di oscillazione. Ed ecco un nuovo campo all' *Ugenio* di fare utili e gloriose scoperte. Il *Cartesio*, il *Roberval*, ed il *Fabri*, invitati dal *Mersenno*, s'erano applicati ad esaminare questa materia; ma poco

avanti erano andati, nè avevano pur saputo riguardarla pel vero suo verso, e confondevano il centro d'oscillazione col centro di percussione: solo il *Roberval* giunse a conoscere veramente gli elementi, che deono entrare in tale ricerca; ma non gli bastarono i lumi della meccanica di que' tempi per risolvere la questione. L' *Ugenio*, com' egli stesso racconta (*a*), fin dalla prima sua gioventù fu anch'egli invitato dal *Mersenno* ad entrare in questa ricerca; ma non seppe allora neppur trovare la via d'incominciare tale speculazione. Arricchito poi di maggiori lumi in geometria, e condotto di nuovo a questo esame dalle sue meditazioni su le vibrazioni de' pendoli, e sul bramato orologio, la riprese con maggiore felicità; non solo trovò la soluzione de' problemi del *Mersenno*, che invano avevano rintracciata gli anteriori geometri, ma s' ingolfò in più profonde ricerche, s' aprì nuove vie, si formò più sicuri principj, e discoprì molte notabili verità su' centri d' oscillazione, su' punti di sospensione, sul vero modo di regolare le vibrazioni del pendolo. La dottrina dell' *Ugenio* su' centri di oscillazione ci ha poi prodotte molte bellissime teorie del *Bernoulli*, dell'*Hôpital*, del *Taylor*, dell'*Eulero*, dell'*Alembert*, de' più valenti geometri; e la

(*a*) *Horol. oscill.* par. IV.

dottissima sua opera è stata feconda di tant' altre non meno dotte, e forse anche più fine ed esatte. Così all' orologio oscillatorio dobbiamo una più profonda cognizione della discesa de'gravi, lo scoprimento di nuove proprietà della cicloide, la dottrina delle evolute, la teoria de'centri d'oscillazione, ed un notabile miglioramento non solo della meccanica, ma eziandio della più alta geometria. L'utilissima e sublimissima dottrina delle forze centrifughe, e di tutto il moto circolare dee anche in qualche modo la sua origine a quel fecondo orologio. La forza centrifuga de' corpi mossi circolarmente è stata sempre conosciuta da' filosofi; ma non era stata mai attentamente esaminata da nessuno. Il *Galileo* ed il *Cartesio* nel parlare de' movimenti de' corpi celesti, e nel trattar qua e là della dottrina del moto, hanno accennate alcune verità, che mostravano avere essi più chiare e giuste idee di tali forze, che nè gli antichi nè i moderni filosofi non avevano potuto formare. Ma la vera notizia di questa forza, i veri principj di questa teoria ci sono solamente venuti dalle profonde speculazioni dell' *Ugenio*. I giusti e precisi teoremi da lui lasciati (*a*) sono la soda base, su cui si è poi innalzata la gran macchina della scienza delle

(*a*) *Hor. oscill.* par. V.

forze centrali, alle quali può dirsi ridotta l'astronomia, e la più nobile parte dell' umano sapere. Tante scoperte, tante novità, tanti meriti innalzano l' *Ugenio* all' alto onore di secondo padre e maestro della meccanica, che ha rinforzati, accresciuti, e perfezionati gl'insegnamenti del *Galileo* in quella scienza, e n' ha saputo trovare da sè altri di nuovi non meno veri ed interessanti.

211 Newton.

Coll' *Ugenio* e col *Galileo* entrò a parte il *Newton* ad essere legislatore e regolatore del moto, e formò una nuova meccanica. La gran macchina, che aveva in testa, di stabilire gli andamenti de' corpi celesti, di svelare le mutue lor relazioni, e di scoprire la vera costituzione dell' Universo, gli presentava un' infinita varietà di forze e di moti, e l' obbligava ad esaminare più intimamente le azioni di tali forze, e la natura dei varj moti. Da tre leggi semplicissime, conosciute già in parte da altri filosofi, ma da nessuno abbastanza spiegate e determinate a' moltiplici loro usi, cioè, che ogni corpo persevera nel suo stato di quiete, o di moto uniforme e diritto, se non quando dalle forze impresse è obbligato a mutare quello stato; che la mutazione del moto è proporzionale alla forza motrice impressa, e che si fa secondo la linea retta, in cui s' imprime quella forza; e finalmente che ad ogni azione v' è sempre una

contraria ed uguale reazione, ricavò egli moltissimi corollarj, che danno gran lume a tutta la scienza del moto, e gli fanno strada per innalzarsi a fissare i movimenti della luna, de' pianeti e delle comete, e a contemplare gl'immensi spazj del mondo. Come i corpi celesti non discendono per linee verticali, non corrono per orizzontali, non si muovono per diritte, ma seguono sempre le curve, si prende il *Newton* ad esaminare profondamente le forze che dirigono tali moti, e come e quando debbono farsi questi, e quali effetti a ciascuno di essi possano convenire. Il *Keplero* stabilì quelle due famose leggi de' movimenti celesti, che sono state le regolatrici di tutta l'astronomia, cioè che i pianeti movendosi intorno al Sole descrivono aree che sono proporzionali ai tempi, e che i quadrati de' tempi periodici sono come i cubi delle distanze. Il *Newton* entra a generalizzare queste leggi; prova che saranno proporzionali a'tempi le aree descritte da' corpi che girano tirando i raggi ad un centro immobile delle forze; che i corpi, che descrivono tali aree, saranno tirati a quel centro da una forza centripeta; che si descrivono tali aree tirando i raggi al centro d'un altro corpo, comunque mosso, saranno tirati da una forza composta dalla centripeta e dalla forza acceleratrice dell' altro corpo; e va esaminando le circostanze

diverse de' corpi, che si muovono in giro, e dimostrando quali forze, ed in quale maniera agirebbero sopra di essi, quale sarebbe il centro, intorno cui i corpi si moverebbono, quale la forza centripeta in un circolo, quale in una spirale, quale in un' ellisse, quale in altre linee, quali velocità corrisponderebbero in qualunque di quelle circostanze, quali spazj si percorrerebero, quanto tempo vorrebbesi, e generalmente quanto v'è da considerare in ogni moto circolare, tutto viene spiegato dalla vasta mente del *Newton*, e dimostrata ogni cosa col geometrico suo rigore. Che ricchezza di sublimi teorie non profonde da per tutto il generoso suo spirito! Che immensa copia di sottilissime verità non esce dalla feconda sua penna! Trovar tangenti, descrivere trajettorie, trasformare figure, risolvere difficili problemi geometrici, sono per lui passeggieri trattenimenti, che come per diletto vuole prendersi nelle sue meccaniche disquisizioni. La dottrina de' pendoli trattata dal *Galileo* e dall' *Ugenio* ricevè ancora maggiori lumi dalle diligentissime esperienze del *Newton*, e dalle goemetriche sue dimostrazioni; e su' tempi, su le velocità, su le forze, su le resistenze, su' ritardi delle vibrazioni si sono scoperte nuove ed utili verità. Dopo tanti bellissimi ritrovati dell' *Ugenio* su l' isocronismo della cicloide ha saputo ancora il *Newton* mostrare l'originalità del suo ge-

nio, esaminando tale isocronismo anche in un mezzo resistente in ragione de' momenti del tempo, e in ragione semplice della velocità, e dandone geometrica dimostrazione; ed ha aperto la via a *Giovanni Bernoulli* (a) ed all'*Eulero* (b) di dimostrarla anche in altre ipotesi più complicate. La dottrina delle forze centrali e de' moti curvilinei si può dire uno de' più preziosi regali, che abbia fatti alla mente umana la geometria; ed è realmente tutta opera del sublime genio del *Newton*. Ma non è questo il solo suo merito nella meccanica: d'uopo è bensì conoscere intimamente le forze motrici, e le circostanze diverse de' moti, ma non serve questa sola notizia per la giusta contemplazione della natura, se non si sa quale, e quanta resistenza oppongano a tali forze i mezzi, in cui deono eseguirsi i movimenti. La scienza di queste resistenze è un altro nobile parto della feconda mente del *Newton*. Qualche saggio n'aveva dato ne' suoi dialoghi il *Galileo*, ma con quella brevità e leggerezza, che ad una cosa sol di passaggio toccata, e ad autore, che il primo era a trattare nuova scienza, potevasi convenire. Il *Newton* in tempi più illuminati, meglio fornito di tutti gli ajuti della più fina geometria, e delle proposizioni stesse accennate dal

(a) *Acad des Scienc.*, *an.* 1730.

(b) *Acad. Petrop. nov. Comm.* t. IV., ec. *Mech.* tom. II.

Galileo, entra ad esaminare le resistenze de' mezzi diverse secondo le ragioni diverse della velocità de' corpi, che in essi muovonsi, diverse secondo la diversa densità de' mezzi, e diverse parimenti secondo la diversa tenacità e coesione delle parti di tali mezzi. La resistenza del mezzo è come il decremento del moto, che produce del mobile e nasce dalla reazione del mezzo, e dalla sua tenacità. La resistenza della tenacità è sempre uniforme e costante; ma quella della reazione dee misurarsi secondo la densità del mezzo, e la velocità del mobile: quanto più veloce scorrerà il mobile, e il mezzo sarà più denso, più particelle di questo dovranno muoversi, maggior quantità di moto comunicherà il mobile, maggiore ne perderà, e maggiore però sarà la resistenza del mezzo. Quindi il *Newton* colla sua solita sottigliezza e profondità prende a considerare diverse ipotesi delle resistenze de' mezzi in ragione o della semplice velocità, o del quadrato della medesima, o parte del quadrato, parte della stessa velocità, od anche della somma della densità del mezzo, e del quadrato della velocità; e in ciascuna determina gli spazj che scorrerà il mobile, la velocità che perderà, e la linea che nel suo movimento dovrà descrivere, e la linea che servirà a mostrare le forze del moto, e quelle della resistenza. Come anche la figura del mobile può far

cangiare di molto la resistenza. Come anche la figura del mobile può far cangiare di molto la résistenza de' mezzi, osservò eziandio il *Newton* quale resistenza soffrirebbe un corpo sferico, e la paragonò con quella, a cui soggiacerebbe uno cilindrico; e così aprì la via per determinarla sicuramente ne' corpi d'altre figure. Pieno di queste sublimi e giuste teorie, entra ad esaminare il moto circolare de' mezzi resistenti, che sembra l'oggetto delle precedenti sue ricerche; e prendendo una logaritmica spirale, della quale suppone già conosciute le proprietà, la va applicando al giro del corpo mobile nelle diverse ipotesi della densità de' mezzi, e delle forze centripete, e spiegando quindi quali debbano riputarsi la forza centripeta e la resistenza del mezzo per far rivolgere il mobile d'una data velocità in quella data spirale. Con questo apparato di meccanica e di geometrìa si fece coraggio per ascendere a' cieli, e fissare colla dovuta sodezza i movimenti de' corpi celesti, battè i vortici cartesiani, gli atterrò affatto, e li ridusse al niente, onde gli aveva tratti la fantasìa del *Cartesio*; e colle sole forze centipreta e centrifuga obbligò i pianeti a seguire le orbite ellittiche, che lor si convengono, gli assoggettò irresistibilmente alle leggi di *Keplero*, e mise in sistema e in buon ordine tutti i cieli. Gran rivoluzione produsse in tutte le mate-

matiche l'opera de' *Principj matematici* del *Newton*. Algebra e geometrìa, meccanica ed idraulica, fisica ed astronomia presero nuova forma da quel sacrosanto e venerando deposito di scientifiche verità. Nuova scienza potè chiamarsi la sua meccanica, che svelò tutti i secreti delle forze motrici, tutte le varietà de'movimenti curvilinei, tutti gli effetti delle diverse resistenze de' mezzi, e molte altre verità risguardanti il moto, che non erano ancora conosciute, e le applicò sì felicemente per ispiegare i misterj della fisica e dell'astronomia; e più ancora può dirsi nuova, perchè da per tutto fu condotta dalla severa geometria, nè fece il menomo passo, nè proferì la più leggiera proposizione, che non fosse regolata dalle sue rigorose dimostrazioni. Allor s'introdusse in tutte le scienze la giusta esattezza e verità; allor si vide la meccanica diretta dalla geometria, e talor anche ridotta all'algebra, divenire regolatrice delle altre scienze.

212 Altri geometri illustratori della meccanica.

Nell'ardore, con cui allora si prendevano le scientifiche discussioni, producevansi continuamente nuove scoperte meccaniche, e facevansi da per tutto utili avanzamenti. Non segnò il *Newton* la trajettoria, che descrive un corpo in un mezzo resistente secondo il quadrato della velocità; e *Giovanni Bernoulli* la trovò, non solo pel quadrato, ma per qualunque ragione moltiplicata della velocità; e *Nic-*

colò suo figliuolo, il *Taylor*, l'*Erman* e l'*Eulero* sciolsero lo stesso problema, e a tutta la dottrina delle trajettorie recarono maggior lume. Dalla dottrina su la resistenza de'mezzi del *Newton* s'indusse l'*Ugenio* ad esaminare la logaritmica, e propose su questa alcuni teoremi, de'quali diede poi *Guido Grandi* le convenienti dimostrazioni. Pieni sono gli Atti dell'Accademia delle Scienze (*a*) di Memorie del *Varignon* per dare più generalità alla dottrina newtoniana su la resistenza de' mezzi. Poche parole del *Newton* intorno alla curvità, che dovrà avere una conoide per soffrire la menoma resistenza possibile del mezzo, eccitarono gl'ingegni de'più chiari geometri a trattare questo problema, divenuto celebre sotto il nome *del solido della minor resistenza*; e l'*Hôpital*, *Giovanni Bernoulli* ed alcuni altri, vi trovarono sottilissime soluzioni, e le ridussero a chiare equazioni; e il *Bouguer* (*b*), ed il *Juan* (*c*) l'hanno ingegnosamente ed utilmente applicato a' veri avanzamenti della costruzione delle navi e della meccanica nautica. Così il *Newton* arricchì la meccanica non solo colle sue, ma eziandio colle altrui scoperte; e, ciò ch'è ancora più utile che le stesse scoperte, introdusse nella mecca-

(*a*) An. 1707 . . . . 1711.

(*b*) *Traité du Nav.* lib. III.

(*c*) *Exam. mar. theor. pract.* tom. I, lib. II.

nica l'esattezza della geometrìa, e ispirò a' suoi seguaci il genio geometrico.

213 Leibnitz.

Non potè in questa parte gareggiare con lui il suo rivale matematico *Leibnitz*; ma ebbe anch' egli non poca parte nell'avanzamento di quella scienza. La resistenza de' solidi alla rottura, la resistenza de' fluidi al movimento de' solidi, ed alcuni altri punti meccanici riceverono nuovi lumi dalle sue meditazioni. I problemi meccanici da lui proposti misero ne' sublimi geometri grand' ardore di sottilissime indagini. È celebre particolarmente quello della *linea isocrona* e perchè fu riguardato come il primo trionfo del calcolo infinitesimale, e perchè servì molto ad avanzare le cognizioni della dinamica. Come per descrivere una curva, nella quale in tempi uguali percorra un mobile uguali spazj, bisogna intimamente conoscere ad ogni punto quale sia la forza del mobile, quali gli effetti, che dee produrre quella forza in una discesa perpendicolare, e quale in una più o meno inclinata; così le soluzioni di un tal problema dello stesso *Leibnitz*, dell' *Ugenio* e del *Bernoulli* servirono ad arricchire di nuovi lumi la meccanica ugualmente che la geometrìa. La

214 Questione delle forze vive da lui promossa.

famosa questione delle *forze vive* mossa dal *Leibnitz*, ed abbracciata al principio di questo secolo da' più valenti fisici e matematici, ed or abbandonata, e quasi disprezzata come questione di voce,

eccitò grand'ardore d'esaminare con esperienze e con calcoli quale dovesse riputarsi la vera misura delle forze de' corpi. Il *Cartesio*, e tutti gli altri prendevano la forza de' corpi dalla loro massa e dalla semplice velocità. Il *Leibnitz* fu il primo a riflettere su la diversità delle forze *morte*, ossia d'un corpo, che soltanto preme, ed è pronto a muoversi; e delle *vive*, ossia del corpo, che già è in moto; e determina le forze *morte* per la semplice velocità, e le *vive* pel quadrato della medesima (*a*). Si oppose al sentimento del *Leibnitz* l'abate *Conti* (*b*); ma era troppo debole avversario per potergli incutere gran timore. Risposegli nondimeno il *Leibnitz* (*c*); e vi fu ancora qualche nuova replica del *Conti*, e nuova risposta di lui: ma la misura e la denominazione delle forze vive del *Leibnitz* non ottenne allora voga presso i matematici, finchè non la prese a difendere e confermare con nuove ragioni *Giovanni Bernoulli* (*d*). Allora molti illustri filosofi e tedeschi e d'altre nazioni, entrarono nel partito leibniziano; e l'*Erman*, il *Wolfio*, il *Bulfingero*, il *Poleni*, lo *s' Gravesande*, il *Muschembroek*, e nella Francia stessa la famosa marchesa de *Chatelet* con dilicate sperienze, e con sot-

(*a*) *Act. Erud. Lips.*, *an.* 1636.

(*b*) *Nuov. de la Rep. des Lettr.*, *Sept.* 1786.

(*c*) Ivi *Febbr.* 1687.

(*d*) *Disc. sur les Loix de la comm. du mouv.*

tili calcoli gli recarono più valido e fermo appoggio, e più di tutti il *Riccati* con un intiero grosso volume lo munì di tutti i soccorsi della matematica e della fisica. (a) Non mancavano a' cartesiani nomi illustri da opporre a'nominati leibnitziani; gl'inglesi e i francesi seguitarono a misurare le forze vive secondo la semplice velocità, e il *Maclaurin* nell'Inghilterra e nella Francia il *Mairan*, con molta forza d'ingegno e copia di dottrina, sostennero la loro causa; nell'Italia *Francesco Zanotti*, tanto superiore al *Riccati* nelle grazie dell'eloquenza, quanto inferiore nella forza del calcolo e della geometria, rispose con eleganti, ed ameni dialoghi a'profondi ed aridi riccaziani; e il *Boscovich* contentandosi della forza d'inerzia volle dare il bando alle forze vive, e sciogliere così, o rompere il nodo della questione (b). Pure una disputa sì romorosa, che ha occupati tanti, e così illustri geometri e fisici, è ora abbandonata, e considerata come una mera questione di voce. Infatti tutti e due i partiti convengono in accordare alle forze vive i medesimi effetti, e come solo dagli effetti possiamo noi prendere la vera nozione delle forze, poco dee importarci, che si dibattano nel ricevere, o no, il tempo, in cui si eseguiscono quegli effetti, per un elemento di tale mi-

(a) *Dial. delle forze vive.*
(b) *Diss. de vir. viv.*

sura, nel trarre questa dalla quantità degli ostacoli, che vince il mobile, o dalla somma delle resistenze, che oppongono al mobile tali ostacoli, e in altre sottigliezze, che niente interessano la meccanica. Il d' *Alembert* (a) espone con molta chiarezza e precisione lo stato della questione, e conchiude forse un po' troppo aspramente, che presa nel suo vero aspetto non può » consistere che in una discussio-
» ne metafisica molto futile, o in una disputa di
» parole più indegna ancora d'occupare i filosofi «. Ciò non pertanto l'esame di tal questione nelle mani di sì grand'uomini ha apportati alcuni lumi per la vera cognizione delle forze, che forse senza di essa sarebbono loro sfuggiti, ed ha servito non poco all'avanzamento della meccanica.

216 Proposta di problemi meccanici.

Di maggiore vantaggio le sono stati i problemi meccanico-geometrici, che a quei tempi si proponevano i matematici. Per descrivere la curva catenaria, per la velaria, per l' elastica, per la brachistocrona, e per l' altre curve, che allora si rintracciavano, bisogna attentamente ponderare le forze d'ogni particella in ogni luogo, e ad ogni momento, e si richiedono tanti riguardi, e tante cognizioni meccaniche, che non v'è voluto meno che la perspicacia d'un *Newton*, d'un *Leibnitz*, de l' *Hôpital*, dei

(a) *Trait. de Dynam.* Préfac.

Bernoulli per potere esattamente risolvere questi problemi; e certo coll' esame, e collo scioglimento di essi si sono ritrovate molte meccaniche verità, e si è introdotto uno spirito analitico nella meccanica, che l'ha preparata a ricevere quel nuovo stato, in cui si vede presentemente. La richiesta brevità in tanta vastità di materia ci obbliga a passare in silenzio molti meccanici, che allora fiorirono, e molte scoperte, che ogni dì si facevano: ma come non mentovare il celebre *Varignon*, che nella sua *Nuova meccanica*, e nelle *Memorie dell' Accademia delle Scienze di Parigi* mise in tutto il suo lume il principio della composizione de' movimenti, e ne ricavò tutti i risultati, e trattò tanti punti della statica e della meccanica con quella generalità, a cui egli innalzar soleva tutti i soggetti, che prendeva ad esaminare? Nuovo campo aprì a' meccanici l'*Amontons* colla dottrina degli sfregamenti, illustrata poi viemaggiormente da' fisici e da' geometri, e recentemente con maggior apparato di sperienze fatte in grande, e con tutta la sodezza e severità della geometrìa ampiamente trattata dal *Ximenes* (a). Nuovi principj, nuove dimostrazioni, nuove verità ha presentato l'*Erman* nella sua *Phoronomìa*, ed al merito delle proprie invenzioni ha unito quello

217 Varignon

218 Amontons.

219 Erman.

(a) *Teor. e Pratic. delle resistenze de' solidi ne' loro attriti.*

della sposizione delle altrui scoperte, e quello d'avere ridotto ad un corpo di dottrina la statica, la meccanica, l'idrostatica, l'idraulica, tutta la scienza dell'equilibrio e del movimento. Finora i geometri, compresi dal piacere di risolvere nuovi problemi, non avevano pensato ad esaminare l'evidenza, che avevano i principj della meccanica; e se realmente fosse, quale, e quanta era necessaria per servire di base ad un sistema di cognizioni veramente scientifiche. *Daniele Bernoulli* entrò in questo esame, dimostrò rigorosamente il principio della composizione e decomposizione delle forze, che tendono a concorrere in un punto, e ne ricavò moltissime nuove cognizioni (a); rischiarò altri principj, e diede loro maggior estensione; venne a risolvere problemi, o lor impose nuove condizioni e circostanze, che li rendevano più difficili, e seppe ridurli ad equazioni generali, e sciorli nella maggiore generalità. Il *Mariotte*, lo s'*Gravesande*, il *Muschembroek*, il *Desaguliers*, ed altri fisici diligenti, e forniti de' lumi della geometria, con sottili e concludenti sperienze confermavano, ed illustravano, e talor anche correggevano, e rettificavano la dottrina meccanica de' geometri. Così in varie guise con fisiche e con geometriche dimostrazioni si dava splendore alla mecca-

220 Daniele Bernoulli.

(a) *Comm. Acad. Petr.*

nica, e colle analitiche soluzioni di tanti problemi meccanici vi s' introduceva lo spirito dell'analisi.

221 Eulero.

In questo ardore di problemi meccanici, di meccaniche ricerche, di scoperte meccaniche, di studio e d' entusiasmo meccanico, quando *Galileo* aveva creata la scienza dell' accelerazione dei gravi, e de' movimenti che ne derivano, l' *Ugenio* aveva fissate le leggi della comunicazione del moto, delle vibrazioni de' pendoli, del centro d' oscillazione; il *Newton* aveva regolato i movimenti circolari, e le resistenze de' mezzi, ed aveva reso arbitraria de' cieli la meccanica; l'*Amontons* aveva formato un nuovo ramo di meccanica colla dottrina degli attriti; il *Varignon* aveva semplificata tutta la statica, e ridotte le meccaniche cognizioni a maggiore generalità; il *Leibnitz*, l'*Hôpital*, i *Bernoulli*, il *Maclaurin*, il *Taylor*, il *Fontaine* ed altri geometri, non ad altro pensavano che a' problemi meccanici; l' *Erman* aveva formato un corpo di dottrina, benchè troppo ristretto, delle meccaniche cognizioni; *Daniele Bernoulli* aveva dimostrati, e ridotti ad evidenza geometrica alcuni principj meccanici; quando in somma tutto respirava ardore meccanico, tutto mostrava accesa brama, ed inquieta premura degli avanzamenti della meccanica; comparve al suo ingrandimento, ed al maggiore suo splendore l' *Eulero*.

Fedele questi alla diletta sua analisi, volle anche introdurla e farla dominare nella meccanica. L'*Ugenio*, il *Newton*, l'*Erman* e tutti gli scrittori di meccanica, l'illustrarono con esatte scientifiche dimostrazioni; onde restarono bensì i lettori persuasi e convinti della lor verità, ma non prendevano, come confessa di sè stesso l'*Eulero* (*a*), una chiara e distinta idea da poter risolvere le stesse questioni, qualor si presentassero con qualche leggiero cambiamento. Venne l' *Eulero*, e provandosi a trattare analiticamente le proposizioni sinteticamente dimostrate dal *Newton* e dall' *Erman*, vide accrescersegli molto le cognizioni ed estendersi lungamente le sue vedute; onde raccogliendo, e trattando alla stessa guisa le stesse verità da altri qua e là disperse, che riguardavano quella scienza, avvenendosi in nuove questioni non ancora toccate da altri, e sciogliendole felicemente, ritrovando nuovi metodi, e scoprendo nuove verità, diede al pubblico una meccanica, dove tutta la scienza del moto si vede per la prima volta ridotta all' analisi, ed il felice uso ch' egli ne fece, meritò a questo metodo la preferenza che ha poi continuamente ottenuta sopra tutti gli altri. Questo solo vantaggio rendeva già l'*Eulero* grandemente benemerito della meccanica; ma ve n'erano anche mol-

(*a*) *Mech.* Praef.

t' altri, che gli facevano uguale onore. Non v'era problema meccanico, a cui egli non ricercasse una soluzione, nè principio di meccanica a cui non apportasse qualche maggior illustrazione, e notabile accrescimento. Sviluppò più chiaramente il principio delle velocità virtuali, quale l'aveva esposto il *Bernoulli*, e gli recò maggiore generalità (*a*). Esaminò il problema del centro d'oscillazione, e il principio, su cui fondava l'*Erman* la sua soluzione (*b*); rese più generale questo principio, e l' applicò alla soluzione di varj problemi risguardanti le oscillazioni de' corpi flessibili ed inflessibili (*c*). Contemporaneamente a *Daniele Bernoulli* trovò il principio, che i meccanici chiamano *della conservazione del momento del moto di rotazione*, e lo spiegò colla sua solita profondità (*d*). Esaminò il princicipio della *menoma azione* non bene stabilito dal *Maupertuis*, e lo riguardò in un aspetto più generale e rigoroso, che gli fa meritare l' attenzione de' geometri (*e*). Il problema, che cerca il moto d'un corpo gettato su lo spazio, e tirato verso due punti fissi, è divenuto celebre pel felicissimo uso che vi fece l' *Eulero* delle sostituzioni, e

(*a*) *Ac. Berl. an.* 1751.

(*b*) *Phoronom.*

(*c*) *Comm. Ac. Petr.* tom. VII.

(*d*) *Opusc.* tom. I.

(*e*) *Tract. de Isoperim.*

pe' risultati che ne ricavò. Il famoso problema de' tre corpi, quello delle trajettorie ortogonali, e mille altri si vedono sciolti da lui col superior suo magistero. In somma non v'era problema, che non si trasformasse nelle sue mani, e vestisse nuove sembianze, e non gli servisse a produrre nuove verità; nè v' è principio meccanico, che non abbia ricevuto da lui maggior lume, e non siasi colle sue illustrazioni reso più utile e più sicuro. Ma principalmente la dottrina del moto de' solidi, ch' ei chiama rigidi (*a*), e noi potremo dir duri, e singolarmente del moto loro di rotazione, che vasto campo non gli aprì da far nascere nuovi rami di dottrine meccaniche, e da cogliere nuove verità? La cognizione de' corpi meccanicamente considerati consiste principalmente, come dice lo stesso *Eulero* (*b*), nel conoscere il loro centro d' inerzia, e gli assi lor principali. Per quanto perturbato sia un movimento, si può sempre risolvere in progressivo, che si prende dal centro d' inerzia, e in rotatorio, che volgesi intorno all'asse. Quindi esaminati il centro d' inerzia e il moto, che ne deriva, prende l'*Eulero* ad esaminare distintamente gli assi de' corpi, e le loro osservabili proprietà. Non erano conosciute le forze, che l'asse sostiene, o che deono applicarsi

(*a*) *De motu corp. rigid.* cap. I.

(*b*) Ibid. cap. VIII.

perchè questo si conservi nel suo sito; ed egli con particolare attenzione osserva in tutti i casi diversi le forze, che l'asse ha da sostenere, e discute anche quei casi, in cui non sostiene veruna forza. In tutti i corpi trova tre assi principali, cioè tre assi, nei quali il momento dell'inerzia sia il massimo, e il menomo; e la sua analisi lo conduce al bel teorema, dato già dal *Segner* (a), che un solido di qualunque siasi figura può girare liberamente intorno a tre assi fra loro perpendicolari, e gli fa vedere le particolari proprietà di questi assi. Il moto progressivo di tali corpi, il moto di rotazione, il moto misto dell'uno e dell'altro, le forze che producono tali moti, la variazione di questi moti, e le forze che li fanno variare, l'applicazione a'moti de'corpi celesti, a que' delle trottole, delle culle, e d'altri corpi terrestri, e quanto v'è d'utile e di curioso in tali moti, tutto viene trattato dall' *Eulero* colla solita sua accortezza e profondità. La sottile sua analisi gli presenta l' equazione generale del moto d' un corpo, qualunque siasi la sua figura, e qualunque le forze, che agiscono sopra i suoi elementi, e sopra ciascuna delle sue parti, e lo conduce alle più sublimi e fine scoperte; e l' *Eulero* dovrà riputarsi il vero maestro del moto di rotazione, come il *Newton* del

(a) *Specimen theor. Turbinum.*

circolare e il *Galileo* della discesa de' gravi. Un nuovo ramo della scienza del moto, un notabile miglioramento e raffinamento di tutti gli altri, e sopra tutto una nuova maniera di riguardar la meccanica, ossia la meccanica ridotta all' analisi, rendono l'*Eulero* tanto benemerito di questa, come di tutte l'altre parti della matematica, e gli danno viemaggiore diritto di pretendere sopra tutto l' impero universale.

222 Francesi meccanici.

Intanto che l'*Eulero* maneggiava da padrone e principe tutte le parti della meccanica, gli presentava la Francia un rivale, che poteva contendergli il principato. L' Accademia delle Scienze di Parigi non voleva essere ad alcun'altra inferiore nel coltivare la meccanica, ed ancor dopo il *Mariotte*, il *Varignon*, l' *Amontons*, aveva il *Maupertuis*, il *Bouguer*, il *Mairon*, il *Camus* ed alcuni altri, che con nuovi principj, nuove dimostrazioni, nuove sperienze, ed altre nuove scoperte cercavano d' arricchirla.

223 Clairaut.

Il problema delle *trattorie* discusso dal *Fontaine* eccitò il genio del *Clairaut* ad illustrare i problemi meccanici. Un altro propostogli dal *Klingistierna* gli fece esaminare alcuni punti, in cui si unisce la fisica colla meccanica. Le oscillazioni di un pendolo, che non si fanno in un piano, il problema de' tre corpi, oggetto dell' attenzione de' più profondi geometri, la determinazione dell' orbita

terrestre, la teoria delle comete, il maneggio delle navi, e varie altre materie diedero campo al *Clairaut* da mostrare che non era egli men profondo meccanico che sottile geometra. Ma non era ancora questi l'emulo dell'*Eulero* pel principato meccanico. Il d' *Alembert* fu realmente l'unico, che potesse entrare con lui in competenza: la sua dinamica, il trattato della precessione degli equinozj, ed alcuni altri suoi opuscoli gli davano diritto di sedere al fianco del grand' *Eulero*. Trovava egli la maggior parte de'principj della meccanica od oscuri per sè stessi, od annunziati, e dimostrati d' una maniera oscura, onde davano luogo a molte questioni spinose; e si mise a didurre i principj dalle nozioni più chiare, ed applicarli a nuovi usi. Il principio da lui ritrovato, che riduce alla considerazione dell'equilibrio tutte le leggi del moto, è stato l'epoca d' una gran rivoluzione nelle scienze fisico-matematiche. Consiste questo, come egli stesso lo espone (*a*), in ritrovare ad ogni istante il moto di un corpo animato da un numero qualunque di forze col riguardare il moto, che aveva nell' istante precedente, come composto d' un moto, ch' è distrutto da quelle forze, e d'un altro moto, ch' ei dee prendere realmente, e che dee essere tale, che le parti

224
Alembert.

(*a*) *Recher. sur la préc. des équin.* ec. *Introd.*

del corpo possano seguirlo senza nuocersi mutuamente l'une alle altre. Veramente la prima idea di questo principio si può attribuire a *Giacomo Bernoulli*, il quale nella ricerca del centro d' oscillazione de' pendoli considerò i moti impressi come composti di quelli, che i corpi possono prendere, e di que'che deono distruggersi. Ma il d' *Alembert* riguardò questo principio d'una maniera generale, gli diede la semplicità e la fecondità, che gli convengono, e ne fece felicissime applicazioni. La teoria dell'equilibrio e del moto de'fluidi, e tutti i problemi fin allora risolti da' geometri, erano diventati corollarj di questo suo principio. Restavagli a dare un mezzo d'applicare il suo principio al moto d'un corpo di qualunque figura, e da forze qualunque sieno animato. Diedelo nel suo trattato della precessione degli equinozj, e poi negli opuscoli (*a*), e l'applicò felicemente a spiegare, determinare e combinare i due fenomeni astronomici della precessione degli equinozj, e della mutazione dell'asse terrestre, e a fare così incontrastabilmente trionfare il *Newton* e l'attrazione. Contemporaneamente cercava l'*Eulero* la soluzione del medesimo problema di determinare il moto del corpo da quali che sieno forze sollecitato, e lo trovò per via tanto di-

(*a*) Tom. I. sec. mem.

versa, che quantunque confessi avere veduto il trattato della precessione degli equinozj dell'*Alembert*, non può entrare in sospetto d'averne prese da lui le tracce, nè molto meno ne dee venire accusato come plagiario; ma benchè gloria sia d' amendue l'avere sciolto per vie diverse un sì difficile problema, sempre però n' appartiene al d' *Alembert* l' onore del primato. La dottrina della resistenza dei mezzi fu da lui trattata con una profondità ed estensione, quale non vi s'era adoperata da nessuno scrittore di meccanica *(a)*, ed applicata alla soluzione di problemi, che nessun altro ardiva toccare *(b)*. Il problema de'tre corpi, varie questioni sull'attrazione, e le ricerche su varj punti del sistema del mondo gli diedero campo di portare nuovi lumi alla meccanica; e si può dire con verità, ch' è opera della sua sottigliezza e profondità la raffinatezza e perfezione, a cui or è condotta questa scienza. In questo stato della meccanica dopo l' *Eulero* ed il d' *Alembert* non parlerò di don *Giorgio Juan*, tuttochè l'abbia trattata anch'egli col più esatto calcolo, e, ciò che forse è più necessario, colle più attente e più adattate sperienze, ed abbia in varj punti opportunamente corrette le teo-

(a) *Essai d'une nouv. théor. de la résist. des fluides.*
(b) *Opusc.* tom. I, p. trois mem.

rie de' geometri (*a*); non del suo illustratore D. *Gabriele Circar* che, nelle note ed aggiunte alla nuova edizione dell' opera del *Juan* sulle forze vive e morte, sulla forza della percossa, sull' urto de' corpi elastici, e su molti altri punti, ha sparsi nuovi lumi, aperte nuove vie, e datoci, si può dire, un nuovo ed importante trattato di dinamica: non del *Riccati* che solo ha lasciato un saggio di una nuova meccanica, che meditava (*b*); non del *Frisio*, benchè ricco di calcolo e di geometria; non del *Ximenez*, che sì ampiamente e con tanta pienezza ed evidenza di sperienze, e con novità e profondità di dottrina ha trattata tutta la materia degli sfregamenti; non del *Lorgna*, del *Mascheroni* e d' altri moderni, che alcuni punti particolari hanno dottamente trattati. Merita bensì distinti riguardi il *la Place*, il quale in tante memorie accademiche, ha presentate le più fine viste meccaniche, accompagnate da tutta la sottigliezza analitica, e che poi sulla sua *meccanica celeste* le ha innalzate alla più nobile sublimità. Egli considera l'astronomia come un gran problema di meccanica, e perciò cerca formole e metodi per determinare i centri de' corpi celesti, le figure di essi, le oscillazioni de' fluidi che li ricoprono, e i lo-

(*a*) *Exam. marit.* ec. tom. I.

(*b*) *Lett. de' principj della Mecc.*

ro movimenti intorno a proprj centri di gravità, e a questo fine, per fissare le leggi de' movimenti diversi de' solidi e de' fluidi e del moto in un sistema di corpi in tutte le relazioni possibili fra le forse e le velocità, e per altri punti meccanici nuovi principj, nuovi metodi, nuove formole, nuove equazioni vengon fuori dalla feconda sua mente, ed accrescono le ricchezze dell'analisi e della meccanica, non meno che dell' astronomia. Ma chiama a sè tutta la nostra attenzione la *meccanica analitica* del *la Grange*. Si era questi, fino dal primo suo nascere al mondo matematico, fatto conoscere per una mente capace di recare alla scienza meccanica tutto il suo splendore. Le prime memorie pubblicate nella *miscellanea* della Società privata di Torino, furono, più che discussioni accademiche, luminosissime decisioni sul famoso problema di *Taylor* sulle corde vibranti, che tanto aveva occupati i primi matematici del secolo, e che teneva allora in gloriosa tenzone i tre rinomati eroi di questa scienza *Eulero*, *Daniele Bernoulli* e d'*Alembert*. Il principio che, per analogia a quello del *Maupertuis*, volle chiamare *principio della menoma azione*, fu nelle sue mani fecondo di elegantissime soluzioni di molti problemi difficili di dinamica, che avevano sbigottiti i più valenti geometri, e in quanti

punti toccava di quella scienza si mostrava vero Maestro. Venne poi alla luce la sua *meccanica analitica*, che riscosse l'ammirazione di tutti, e formò una nuova meccanica. Non è questo un trattato di meccanica come tante altre meccaniche, ma può dirsi piuttosto un'arte di trattare la meccanica; non entra ad esaminare il moto e cercarvi alcune nuove verità, ma prende di mira la stessa scienza, e riduce la sua teorìa, e l'arte di risolvere i problemi, che le appartengono, a formole generali, il cui semplice sviluppo dà tutte le equazioni necessarie per la soluzione di ciascun problema, e rende in somma la meccanica un nuovo ramo dell' analisi. Propone, e spiega il *la Grange* i principj della statica e della idrostatica, della dinamica e dell' idrodinamica, dà le formole generali per l' equilibrio e pel movimento, ne deduce le proprietà generali, propone i metodi di trovarvi le equazioni, scioglie i problemi, e presenta tutta la meccanica assogettata alle operazioni algebraiche, e ridotta a maggiore facilità. Dopo la *meccanica analitica* di *la Grange* è venuta la *meccanica filosofica* di *Prony*. Non entra questi in definizioni e spiegazioni, in proposizioni di problemi e di teoremi, in soluzioni e dimostrazioni, ma presenta un quadro metodico, com'egli dice, de' risultati di quelle, senza immergersi ne' calcoli, che ad esse

225
Prony.

conducono, e ci pone innanzi le formole, i teoremi e i problemi, di cui le moderne scoperte de' sublimi geometri hanno arricchita la meccanica, gli usi dei principj, le applicazioni delle teorie, e cerca di far conoscere lo spirito de' metodi, d' indicare i principali anelli della catena che tiene legate fra loro le proposizioni, di facilitare ai lettori i mezzi di cogliere la corrispondenza delle diverse parti delle scienza, e metterli in grado di comprenderla tutta. Prima di dare questa meccanica filosofica, aveva il *Prony* recato sommo vantaggio alla meccanica pratica nella sua nuova *Architettura idraulica*, dove de' principj delle teorie, delle sperienze e delle belle dottrine matematiche e fisiche del d'*Alembert*, del *Juan*, del *Bernoulli*, del *Lambert*, del *Bossut*, del *Coulomb* e d' altri matematici, fa il più conveniente uso, e la più opportuna applicazione ai movimenti, e alle forze degli uomini, e degli animali, e de' corpi varj di natura diversa, alla costruzione delle macchine e a tutte le meccaniche operazioni.

In questo stato di raffinamento, esattezza e facilità vedesi presentemente la meccanica: tratti i suoi principj in formole generali, ritrovate le equazioni per la soluzione de' suoi problemi, e ridotta tutta la scienza ad analitiche operazioni, sembra che niente manchi al suo avanzamento, se non ciò

che manca all'analisi, di cui si serve. Pure sarebbe da desiderarsi, che mentre i sommi geometri si sollevano a cercar formole ed equazioni generali, onde scoprire i movimenti più complicati, e scioglière le più insuperabili difficoltà, ve ne fossero altri, attenti osservatori della natura e delle arti, che esaminassero i fatti, e raccogliessero dati su cui poter innalzare le teorie, ed applicarvi le algebraiche operazioni. Talora le speculazioni meccaniche de' geometri sono mancanti di verità, perchè non sono appoggiate alle osservazioni; talor anche essendo vere e curiose, rimangono inutili, perchè non possono applicarsi alla vera cognizione de' fatti, nè agli usi della natura e dell'arte. Quante bellissime teorie de' più valenti geometri non esclude il doto *Juan* (a), smentendole incontrastabilmente colla pratica? Lo stesso *Newton* conoscendo la necessità delle sperienze per istabilire le teorie, dopo averne fatte e replicate moltissime intorno alle escillazioni de' pendoli, mostra il suo desiderio, che se ne facciano ancora molte più; che si ripetano quelle stesse; che se ne inventino altre diverse, e che tutte si eseguiscano con maggior diligenza ed accuratezza (b). Quanto maggiori progressi non potrebbe or vantare la

(a) *Exam.* ec. tom. I, Prologo e altr.

(b) *Princ. Math.* tom. II, sez. VI.

meccanica, se i filosofi nelle loro meccaniche speculazioni fossero stati più attenti a raccogliere fatti, moltiplicare sperienze, verificar osservazioni, ed avessero presa per guida de' loro calcoli l'osservazione e la pratica! Or la meccanica si è levata a regolatrice delle altre scienze, ed è diventata la chiave per entrare ne' secreti della natura: ormai tutte le scienze fisico-matematiche si possono riguardare come tanti problemi meccanici: pure i meccanici geometri non danno alle loro ricerche la conveniente estensione, e prendono comunemente per oggetto e fine delle loro speculazioni i movimenti de' corpi celesti, e le astronomiche teorie. Quante nuove verità non si presenterebbero a' loro sguardi, se discendendo dai cieli contemplassero su la terra l' infinita varietà di forze e di movimenti, che la natura e l'arte producono, e la cui cognizione, se non è tanto sublime e nobile come quella de' moti celesti, può forse essere più utile, e non è certo meno curiosa La forza della percossa, la coerenza de' corpi, e parecchj altri punti dinamici non sono ancora ben conosciuti, ed interessano la società non meno che i movimenti celesti. Che vantaggi non dovrebbono sperare le arti e le scienze, se la meccanica estendesse le sottili sue meditazioni sopra ttuti i soggetti, che le appartengono! Noi intanto ci compiac-

ciamo de' miglioramenti analitici recati da' moderni geometri alla meccanica; le desideriamo maggior estensione nelle ricerche, e maggiori ajuti della pratica e dell'osservazione, e passiamo a contemplare l'idrostatica che è una parte della meccanica.

CAPITOLO VI.

Dell' Idrostatica.

226 Origine dell'idrostatica.

L' idrostatica, e generalmente tutta la scienza dell' equilibrio e del moto de' fluidi può considerarsi, ed è realmente una parte della meccanica, benchè talora regolata con alcuni principj alquanto diversi. Noi avendo ora trattata la meccanica de' solidi, spediremo brevemente quella de' fluidi, che ha quasi sempre seguito lo stesso corso. *Archimede* è anche il primo maestro, o creatore dell' idrostatica, come abbiamo detto che lo è stato della statica. Vanta in quella, come in questa molte macchine e molte invenzioni, ma trae la principale sua gloria da' principj scientifici, che ha ritrovati. Egli c' insegna, che i solidi più pesanti posati su un fluido verranno a fondo, que' d' uguale peso s' immergeranno senza profondarsi, ed i più leggieri resteranno a galla, anzi messi nel fondo saranno rispinti all' insù con una forza uguale al grado di gravità, in cui il solido è superato dal fluido; dà le leggi dell' equilibrio di diversi solidi generati da sezioni coniche più leggieri de' fluidi, in cui sono immersi; e spiega i casi, in cui queste conoidi resteranno inclinate, in cui si terranno diritte, ed in cui si rivol-

227 Archimede.

geranno, e si raddirizzeranno; e in tutto mostra quella sottigliezza e sublimità d'ingegno, che lo fanno la maraviglia de' posteri; in tutto parla con una sodezza e profondità, che in tanto lume di meccaniche e geometriche cognizioni poco o nulla vi hanno potuto aggiungere in questi punti i moderni. Dopo *Archimede* dovremo anche qui discendere con lungo salto a' secoli più vicini. *Erone*, *Ctesibio*, ed altri greci inventarono ingegnose macchine idrauliche e pneumatiche, fondate su vere e giuste cognizioni di meccanica, ma non arricchirono l' idrostatica con nuove teorie; *Vitruvio*, e molto più *Frontino* mostrano bensì cognizione delle leggi dell' equilibrio, e del moto delle acque, ma contenti di servirsene nella pratica ne' grandiosi loro acquedotti e in altre operazioni, non si curarono di rischiararle co' loro scritti, nè d' accrescere quella scienza colle loro teoriche invenzioni. Gli Arabi, più portati per le matematiche speculazioni, coltivarono con maggiore diligenza gli studj idrostatici, e i soli titoli di due opere d' *Alkindi*, che si riportano nella *Biblioteca arabica de' filosofi*, cioè delle cose che galleggiano nell' acque, e di quelle che in esse s' immergono, provano abbastanza, che non attendevano soltanto alla pratica degli utili loro canali ed acquedotti, ma si dedicavano altresì alle idrostatiche teorie.

228
Altri Greci e latini.

229
Arabi.

Ma qualunque sieno stati i loro studj, non è giunta a nostra notizia veruna loro scoperta idrostatica. Il primo dopo *Archimede*, che abbia recato a questa scienza qualche avanzamento, è stato lo *Stevin*, il quale, diretto probabilmente dalla dottrina stessa d'*Archimede*, esaminò la pressione d'un fluido sul fondo, e su' lati del vaso, in cui è rinchiuso, e scoprì il paradosso della pressione del fluido ne' vasi convergenti, che può essere molto maggiore del proprio peso; e con più profonde disquisizioni determinò ugualmente la pressioni dei fluidi su' lati verticali od inclinati, e su qualunque parte di essi (*a*). *Archimede* e lo *Stevin* aprirono la via per introdursi nell'idrostatica; ma furono superati dal *Galileo*, il quale può riputarsi il primo vero maestro di quella scienza. Egli riduce la statica de' fluidi a' medesimi principj di quella de' solidi, e co' pesi e colle velocità spiega l'equilibrio de' fluidi fra loro, e de' medesimi co' solidi. Quindi non solo abbraccia, e per nuove vie dimostra le proposizioni d'*Archimede*, ma ne scopre nuove e curiose verità; diduce il teorema, che la mole dell'acqua, che si alza nell'immergere un solido, o che s'abbassa nell'estrarlo, è minore della mole d'esso solido demersa o estratta, ed ha ad essa la mede-

230 Stevin.

231 Galileo.

(*a*) Stevini *Hypomnem. Math.* tom. III.

sima proporzione, che la superficie dell' acqua circonfusa al solido alla medesima superficie circonfusa insieme colla base del solido; e conchiude pertanto, che un solido potrà immergersi tutto sotto l' acqua senza sollevare nè anche la vigesima parte della sua mole, e che all' incontro piccolissima quantità d' acqua potrà sollevare un grandissimo solido; riporta molte interessanti curiosità sui fenomeni, che avverranno a' solidi di figure diverse posati sull' acqua, e dimostra, che non la figura de' solidi, ma soltanto la loro specifica gravità li farà galleggiare, od immergersi. Dalla teoria de' solidi immersi ne' fluidi, e della parte del peso, che in essi perdono, anzichè, come pensò *Vitruvio* (a), dalla mole d' acqua scacciata dal solido immerso, dovè ricavare *Archimede* la quantità d'oro e d'argento della corona del re *Jerone;* e dalla medesima teoria prese il *Galileo* argomento di formare la sua bilancia idrostatica, la quale mettendo all'un braccio un peso lasciato all' aria, e all' altro braccio sospeso altro solido di peso uguale immerso in un fluido, dalla parte del peso, che questo perderà, si potrà didurre la sua specifica gravità: e questa bilancetta del *Galileo* è stata la madre di quelle del *Castelli* e del *Viviani*, e di tant'altre bilancie idro-

(a) Lib. IX., c. III.

statiche, che hanno poi con tanto frutto servito ad esaminare i pesi, non solo de' solidi; ma molto più de' liquori. Così il *Galileo* con tanti bei lumi su l'equilibrio de' fluidi si può giustamente dire il primo vero maestro dell' idrostatica. Ma che non avrebbe potuto sperare da lui l'idraulica, e quanti lumi non avrebbe egli recati al movimento de' fluidi, se avesse lasciato quanto su tale materia aveva meditato, ed aveva intenzione di sporre al pubblico? La sola lettera sopra il fiume Bisenzio, c'insegna parecchie verità su due canali d'uguale pendenza, ma di diversa lunghezza, l'uno tortuoso, l'altro diritto, e su la velocità dell' acqua in tali canali, e nelle variazioni di direzione; e parla con tale possesso e maestria della materia, che mostra saperne assai più di quello che scriveva, ed essersi inoltrato non meno nell' idraulica, che nell' idrostatica. Non giovò a queste scienze il *Galileo* solamente co' proprj studj; ma forse ancora recò loro maggiore vantaggio cogli eccitamenti, che diede a' suoi discepoli per coltivarle con profitto: il *Castelli*, il *Torricelli*, il *Viviani*, il *Cavalieri*, ed altri eruditi conoscitori del moto e dell' equilibrio dell' acqua uscirono dalla scuola del *Galileo*. Al *Castelli* dobbiamo un nuovo ramo d' idraulica colla teoria che v' introdusse della misura delle acque correnti, nella quale c'insegnò a calcolare la dimi-

232 Castelli.

nuzione del volume prodotto dalla velocità; dagli altri non osservata. Il *Torricelli* aprì anch' egli un nuovo campo a questa scienza, ricercò il moto e la velocità, per dir così, *virtuale* d' un fluido non ancor conosciuta, e determinolla fissando, che non solo un fluido corrente avrà come il solido una velocità corrispondente all'altezza, onde discende, ma che il fluido rinchiuso in un vase sortendo da un foro, aperto nel detto vase, avrà una velocità uguale a quella d' un solido, che fosse disceso dall' altezza del livello del fluido, e che l'acqua uscendo da una fontana salirà sempre, levati gl' impedimenti, ad una altezza uguale al livello di quella del serbatojo. Più ancora giovò il *Torricelli* all' idrostatica, ed a tutta la fisica colla celebratissima invenzione del barometro. Il *Galileo* aveva osservato che l' acqua nella tromba, e generalmente nel vuoto ascende trentadue piedi e non più: volle provare il *Torricelli* se questa osservazione verificavasi a proporzione negli altri fluidi, e trovò infatti, che il mercurio, 14 volte in circa più pesante dell'acqua, non ascendeva che a 27 o 28 pollici, e riflettendo su la cagione di questo fenomeno, trovò, che la colonna d' aria atmosferica, che preme sul mercurio del reservatorio del barometro, è quella, che fa innalzare nel cannello il mercurio fino a mettersi in equilibrio. Questa scoperta del *Torricelli* fu poi incontrastabilmente

233
Torricelli.

confermata dal *Pascal*, il quale colle note sperienze del Monte Puy-de-Dôme, e della Torre di san Giacomo di Parigi provò, che quanto più si va in alto, e più piccola per conseguenza diviene la colonna dell' aria atmosferica, che preme il mercurio nel vaso del barometro, tanto meno ascende il mercurio del tubo. Quindi i fisici sono passati a misurare col barometro l' altezza dell' atmosfera, benchè non sieno giunti a determinarla con precisione; e possono col medesimo assai esattamente fissare le altezze delle montagne, conoscere le variazioni dell' atmosfera, e ricavare varj usi molto giovevoli alle scienze ed alla società, e tutto ciò rende sempre più gloriosa ed utile l' invenzione del *Torricelli*. Il *Viviani*, il *Michelini*, il *Borelli* e tutta l' Accademia del Cimento con iscoperte, con isperienze e con trattati hanno molto illustrata la materia delle acque; e l' idrostatica riconosce dal *Galileo* e dalla sua scuola, dalla Toscana e da tutta l' Italia i primi quasi, e migliori suoi lumi.

234 I Francesi.

Non era però ristretta alla sola Italia la cultura dell' idrostatica; la Francia parimente si rese molto benemerita di questa scienza. Lascio le speculazioni varie su' fluidi, alle quali si rivolse quà e là nelle sue opere il *Cartesio*, e nelle quali, benchè soltanto perfuntoriamente toccate, sparge, come in tutti gli altri punti, non poche utili cognizioni. La-

scio i *fenomeni idraulici* del *Mersenno*, tuttochè in essi non poche utili sperienze si leggano. Ma il *Pascal* ed il *Mariotte*, hanno in verità tutto il diritto per riporsi tra'primi maestri di quella scienza. Il *Pascal*, autore delle sopraddette esperienze barometriche, lo fu altresì del primo trattato, dove alcune proprietà dell'equilibrio de' fluidi si dimostrano con rigore geometrico (*a*). Più avanti andò il *Mariotte*, e si è meritato più lo studio de'posteriori idrostatici. I primi Italiani non avevano preso che qualche punto particolare per oggetto delle loro ricerche, e sebbene vi avevano recata gran sottigliezza d'ingegno, e diligenza d'osservazione, pure privi d'opportuni stromenti per le convenienti sperienze, nè ajutati co'lumi degli anteriori geometri, come suole accadere a'primi illustratori di qualunque scienza, non fecero che assaggiare le materie, diradare le tenebre, spargere qualche lume, ed aprire ad altri le vie di stabilire la verità. Il *Mariotte*, ajutato da'principj, e da'ritrovati degli anteriori idrostatici, co'lumi della geometria, col sussidio degli stromenti potè, con replicate ingegnose sperienze e con giusti ragionamenti, stabilire sode teorie su l' equilibrio e sul moto delle acque, fissare le velocità nell'altezze diverse, e quindi determi-

235 Pascal.

236 Mariotte

(*a*) *Traité de l'équil. des liq.*

nare la quantità, che esce da un vase, o corre per un canale, e ci lasciò in questa parte un corpo di dottrina assai compiuto, ed un'opera classica e magistrale. Il *Varignon*, il *Parent*, il *Pitot*, e varj altri francesi trattarono chi un punto, chi un altro, ed illustrarono in varie guise l'idrostatica e pratica e teorica.

257 Altri italiani. Sembrava nondimeno, che dovesse rimanere all' Italia la gloria di scoprire più accertatamente gli andamenti delle acque: l' Italia, che tanto profitto, ed anche tanto danno risente dalle acque, era in dovere ed in necessità di spiare attentamente i movimenti delle medesime, e di fissare con giustezza le loro leggi. Le controversie fra le provincie e potenze finitime per ottenere il godimento delle acque, e per ischivare i loro danni obbligavano i più rinomati geometri a studiare con attenzione queste materie, e talor producevano utili e gloriose scoperte. Il *Montanari*, più conosciuto per altre sue osservazioni, si fece anche buon nome per lo studio, e per le osservazioni delle acque, di quelle singolarmente, che alla Laguna di Venezia appartengono. Gran riputazione acquistò al *Zendrini* la sua dottrina sopra le acque correnti: i suoi principj, le sue misure, la sua tavola, i suoi stromenti sono stati riguardati con rispetto, ed hanno servito di regola a quanti hanno maneggiate queste materie. Il

238 Montanari.

gran *Cassini* in mezzo alle sue celesti speculazioni fu anch'egli destinato ad esaminare le acque, e contemplò i lor canali e i lor movimenti, collo stesso impegno e colla stessa esattezza, con cui era solito di riguardare le orbite e i movimenti de' pianeti, e la costituzione de' cieli. Ma il *Cassini*, già abbastanza ricolmo di gloria per le sue teorìe su le stelle, lasciò ad altri quella di darle su' fluidi. Il *Guglielmini* fu il vero direttore delle acque, misurò le correnti, esaminò la natura de' fiumi, e fu, per così dire, il *Cassini* delle acque (*a*). Aveva il *Castelli* dato principio alla misura delle acque correnti, e vi aveva calcolata la velocità da altri non contemplata; ma non era andato più oltre ad esaminare le differenze delle velocità, diverse nelle superficie, nel mezzo, e nel fondo; il *Guglielmini* l' ha esaminata in tutte le sue diverse situazioni, e con replicate esperienze, e con fisici e geometrici ragionamenti ha stabilite le sue leggi per la misura delle acque correnti, ed ha formato una scienza dell' idrometria. Più originali sono state le sue speculazioni *su la natura de' fiumi*; e la sua opera su questa materia è stata detta dal *Manfredi* (*b*) non pure originale, ma unica nel suo genere, e nella quale non una, ma due scienze s'insegnano; una intorno

239 Cassini.

240 Guglielmini.

(*a*) *La misura dell'acque corr. della nat. de' fiumi.*
(*b*) Pref. all'Annot.

alle acque, e l'altra intorno agli alvei de' fiumi. La scienza delle acque non poteva dirsi assolutamente nuova, essendo già stata trattata e dal *Castelli* e dal *Torricelli* e dal *Mariotte* e da alcuni altri e dallo stesso *Guglielmini*, benchè anche in essa avesse egli in quest'opera saputo fare molti avanzamenti, correggere errori, e trovar nuove verità. Ma la scienza intorno agli alvei de' fiumi, quella che considera le direzioni, le declività, le larghezze, le diramazioni, le sboccature, e l'altre particolarità dei detti alvei, era talmente nuova, che neppur s'erano avvisati i filosofi potersi sopra ciò dare una scienza. Il *Guglielmini* fu il primo, che riflettesse, che il nascere e fermarsi degli alvei, essendo opera della natura, doveva soggiacere alle sue leggi costanti; che dalla forza delle acque, e dalla resistenza della materia, che forma il letto degli alvei, dovevano prendersi quelle leggi; che nell' adoperarsi la forza contro la resistenza, l'una e l'altra sono variabili, e cresce l'una, o all' opposto scema nello scemare, o crescere dell' altra; e con questi principj s' applicò a ricercare le vere leggi, che segue la natura nella formazione ed alterazione degli alvei, e a ritrovare una compita teoria di essi, ed un' arte ben fondata per regolarli. La situazione, ossia la profondità, larghezza, e declività de' fondi, la diversa loro natura, or d'arena, or di ghiaja, or di sassi, or d' altro, la

rettitudine, o tortuosità degli alvei, l'escrescenza e decrescenza, lo sbocco d' un fiume in altro, gli effetti della loro unione, gli scoli delle campagne, le nuove inalveazioni, tutto in somma quanto riguarda la natura de'fiumi, e l'arte di regolarli, è stato da lui osservato con acutezza d' ingegno e con maturità di giudizio; e se non ha potuto cogliere in tutto la verità, in tutto però ha sparsi molti utili lumi, ed ha aperte le vie, e segnate le tracce per rinvenirla.

Le speculazioni degli or nominati idrostatici erano fondate nelle osservazioni e sperienze, e dirette da una piana ed elementare geometria tendevano all'uso pratico, ed alla popolare utilità; prese allora un più alto volo l' idrostatica, e guidata da una più sublime, e trascendentale geometria appoggiata alla natura stessa del movimento ed alle proprietà particolari de'fluidi, stabilì principj più astratti, e dettò leggi più universali. Il *Newton* diede all' idraulica quella impronta di certezza, e d'evidenza geometrica, che soleva imprimere su quante materie prendeva a trattare (*a*). La pressione dei fluidi per ogni verso sopra loro stessi e sopra i solidi; la densità de'medesimi prodotta dalla pressione superiore; la resistenza al moto de' solidi; la

241 Newton.

(*a*) *Princ. Math.* ec. lib. II, sez. V ec.

forza per muóvere questi, e mille altre verità fur-
no in poche pagine da lui esposte e dimostrate co
la solita sua severità. L'osservazione non tanto d
la cataratta, quanto della vena contratta nell'usci
dell'acqua per l' apertura d' un vase ha corrette
misure degli anteriori idrostatici; ed ha fissate nu
ve leggi all'idrometria. Il *Maclaurin* illustrò, e s
stenne con tutto il rigore geometrico la cataratta
tutta la dottrina idraulica del suo maestro *(a)*.
Marchese *Poleni* (*b*), e *Daniele Bernoulli* (*c*) es
minarono con severo e giusto rigore la nuova m
sura del *Newton*, e la trovarono conforme alla v
rità; e sebbene credettero, come hanno anche cr
duto più recentemente il *Bossut (d)*, ed il *Mari* (*e*
poterle apporre alcune variazioni, e ridurla a ma
giore giustezza nelle diverse circostanze de' vasi,
de' fori; la scoperta però di quella misura sfuggi
agli altri idrometri tutta deesi alla sottile penetr
zione del *Newton*. Che se *Giovanni Bernoulli* (*f*
e il d' *Alembert (g)* hanno rigettata, e combattu

(*a*) *Traité des flux.* tom. II.

(*b*) *De Castel. et Epist. ad Marin.*

(*c*) *Hydrodyn.* sez. IV.

(*d*) *Hydrod.* tom. II.

(*e*) *Teor. idraul.* tom. I.

(*f*) *Hydraul.*

(*g*) *De la résist. des fluid.* Introd., *De l'équil. et du mo*
des fluid. §. 182.

la cataratta, e la dottrina del *Newton*, e del *Maclaurin*, non hanno perciò ottenuto, che venga affatto abbandonata dagl'idrostatici, nè lasciano eglino stessi di commendare con molte lodi l' ingegno dell' inventore. La velocità dell' acqua, che esce in qualunque siasi direzione, e qualunque sia la figura del lume o foro, la forza, da cui è generato tutto il moto dell'acqua, la pressione sul resto del vase, e mille altre curiose ed utili teorie sono da lui colla solita sua sottigliezza discusse. Il conte *Riccati* e *Daniele Bernoulli*, il *Michelotti* e il *Jurin*, hanno assai vivamente disputato a maggiore gloria del *Newton* su la verità d' alcune sue proposizioni; e dopo le più sottili indagini, e le più attente osservazioni hanno dovuto arrendersi alle dimostrazioni di quel sublime maestro, e ricevere come assai sicura verità ciò, che da alcuni era stato rigettato come un paradosso. L'osservazione de'moti ritardati dall'acqua che esce da' lumi de' vasi, e le leggi di tali moti; l'esame del moto propagato per le particole de' fluidi, e del moto circolare e vorticoso de' medesimi, i bei corollarj e le interessantissime teorie, che quindi derivano, provano sempre più l' originalità e superiorità della mente del *Newton*; che si fa vedere ed ammirare nell' idrostatica, come in tutte le altre parti delle matematiche.

Nuovo aspetto prese la scienza de' fluidi dopo

242 Altri geometri idrostatici.

essere stata maneggiata dal *Newton*; gl' italiani *Grandi*, *Manfredi*, *Poleni* ed altri, padroni del calcolo, e della sublime geometria, e pieni altronde delle osservazioni, e delle pratiche scoperte de' loro nazionali, diedero maggiore ampiezza, e maggiore precisione e verità alle dottrine del *Galileo*, del *Castelli*, del *Guglielmini*, del *Newton*, e le arricchirono delle proprie loro speculazioni. *Giovanni Bernoulli*, l'*Erman*, ed alcuni altri trattarono con tutto il rigore geometrico alcuni punti di questa scienza, e prepararono gli animi de' matematici per ricevere la grand' opera di *Daniele Bernoulli*, l' originale e profonda sua *Idrodinamica*. La teoria del moto de' fluidi aveva occupati, come abbiamo finor veduto, i più illustri geometri, ed aveva pel loro mezzo ottenuta la risoluzione d' alcuni problemi, e la scoperta di varie verità, ma non si era ancor passato a stabilire principj, onde poterla dare in una maniera generale, e poterla ridurre a scienza esatta. *Daniele Bernoulli* ebbe la gloria d'innalzarla a quest' onore. Egli fissò due principj, uno della conservazione delle forze vive, e l'altro di dividere il fluido, che si muove in istrati paralleli, e di supporre a tutte le particole di ciascuno strato un moto comune, che abbia per tutti la stessa velocità e la stessa direzione; ed ajutato da questi principj sciolse tutti i problemi risguardanti il get-

243 Daniele Bernoulli.

to, e lo scolo d'un fluido, ch'esce da un vase o per un semplice foro, o per uno, o più tubi, o che si mantenga sempre pieno il vase, o che si vada votando. Il moto de'fluidi ne' vasi di qualsivoglia figura, la pressione de' medesimi fluidi posti in moto contro le sponde de' canali, che li contengono, le leggi delle loro oscillazioni ne' sifoni, o ne' vasi comunicanti, l'urto dei fluidi contro i piani esposti alle loro azioni, la teoria dell' aria, e de'fluidi elastici, tutto viene da lui assoggettato a que' due principj; e se talora qualcuno di questi punti sembra non poter essere compreso sotto i medesimi, la singolare sua accortezza lo sa raggirare con sì ingegnose e plausibili considerazioni fisiche, che finalmente lo conduce dove a lui piace, e lo mette sotto la direzione de' suoi principj. La volubilità del suo ingegno nel trovare risorse nell'analisi per sottomettere a' suoi calcoli tutte le circostanze d'un fenomeno, e l'arte di disporre le sperienze come al presente soggetto si richiedevano, che in tutti i suoi scritti si fanno vedere, spiccano qui particolarmente, e tutto presenta nel *Bernoulli* l'autore originale, il primo che abbia intrapreso, come dice il d'*Alembert* (a), di determinare il moto de' fluidi con metodi sicuri e non arbitrarj, il padre, ed in-

(a) *De l'équil. et du mouv. des fluid.* Préf.

ventore d'una nuova scienza. Non per questo restò esente di gravi opposizioni la dottrina di *Daniele*.

244 Maclaurin. Il *Maclaurin* ricusò d' accettare il principio della conservazione delle forze vive come verità primaria, e come base d'una soluzione, nè volle, che la teoria del *Bernoulli* fosse considerata com' esatta a tutti i riguardi, essendo fondata in un'ipotesi, che non può supporsi esattamente vera, e s' attenne alla dottrina del *Newton*, che cercò d' ampliare e difendere *(a)*.

245 Giovanni Bernoulli. *Giovanni Bernoulli* aveva prima ricevuto, ed applicato a' teoremi idrostatici il principio della conservazione delle forze vive *(b)*; ma divenuto poi geloso, con esempio forse unico in tutta la storia letteraria, di suo figliuolo *Daniele*, per essere entrato a parte con lui nell' ottenere il premio dell' Accademia delle Scienze di Parigi, e per doverlo forse nel cuor suo riconoscere per superiore nel meritarlo, volle abbandonare come indiretto quel principio, su cui il figliuolo fondava l'idrodinamica, che l'aveva coronato di tanta gloria, e si rivolse a cercarne un altro più a suo giudizio diretto ed universale, su cui innalzò la sua idraulica da contrapporre all' idrodinamica del figliuolo *(c)*. Il principio di *Giovanni Bernoulli* consiste in so-

(a) *Traité des flux.* tom. II.
(b) *Comm. Acad. Petrop.* tom. II.
(c) *Hydraul. opp.* tom. IV.

stituire alla somma de' pesi di tutti gli strati del fluido una sola forza, che non agisca, che alla superficie, sostituirne un' altra simile alla somma delle forze motrici delle particole del fluido, e fare poi queste due forze uguali fra loro. La teoria di *Giovanni Bernoulli* ebbe bisogno anch' essa di ricorrere al principio della conservazione delle forze vive, su cui appoggiava la sua *Daniele*, e soggiaceva in oltre a parecchie difficoltà, che rilevò poscia il d'*Alembert* (a), nè ha potuto la sua idraulica superare la gloria dell' idrodinamica del figliuolo.

246
Figura della terra determinata per le leggi dell' idrostatica

La questione su la vera figura della terra giovò anche a formare più esatte teorie su l' idrostatica. Ricercossi tale figura per mezzo della misura de' gradi, e per le osservazioni de' pendoli; ma si volle anche dedurre dalla sua costituzione, e per mera teoria. A questo fine d' uopo era di esaminare attentamente le leggi dell' equilibrio de' fluidi, e la situazione e figura, a cui nel moto e circolare, e di rotazione della terra colle forze centrifuga e centripeta si dovrebbono ridurre, d' uopo era riportare a più esatti calcoli molte teorie idrostatiche. L' *Ugenio* ed il *Newton*, furono i primi a ricercare per queste vie la figura della terra. Il *Maupertuis*, è il *Bouguer* trovarono insufficienti

(a) *De l'équil.* ec. lib. II, cap. III.

per tale oggetto i principj dell' uno e dell' altro. Il principio del *Newton* era l' uguaglianza de' pesi delle colonne centrali, delle colonne cioè che si tirano dal centro del polo ed all' equatore, ed alle diverse parti del globo. Il *Maclaurin* generalizzò questo principio, ne didusse molti nuovi teoremi, e li dimostrò rigorosamente col metodo sintetico degli antichi, e con un'accortezza ed eleganza, che fecero meraviglia a' geometri (*a*). Maggiore generalità diede ancora a quel principio il *Clairaut* (*b*); egli fu il primo a didurre da esso leggi fondamentali dell' equilibrio d' una massa fluida, di cui tutte le parti sieno animate da forze qualunque esse sieno, e trovò le equazioni a differenze parziali, per le quali si possono esprimere queste leggi, con che fece cambiare la faccia all' idrostatica. Così dalla questione tanto dibattuta della vera figura della terra ricevè l' idrostatica molto maggior esattezza e perfezione, e si formò quasi una nuova scienza.

247 Clairaut.

Più avanzamenti le recò ancora il d'*Alembert*, il quale nel suo trattato dell' equilibrio, e del moto de' fluidi, in quello della resistenza de' medesimi, e negli opuscoli cercò di sostituire principj semplici e fecondi a' metodi degli anteriori geo-

248 Alembert.

(*a*) *Mém. sur le flux. et le reflux de la mer.*

(*b*) *Théor. de la fig. de la terre.*

metri, e trattò tutta la scienza de' fluidi d' una maniera più elegante, più semplice, più diretta, più universale. Esaminò egli le proprietà de' fluidi diverse da quelle de' solidi; e dalla proprietà, ch' essi hanno di ugualmente premere, ed essere ugualmente premuti da tutte le parti, dedusse chiaramente le leggi principali dell' idrostatica, e la soluzione geometrica e rigorosa di molti problemi fin' allora non bene sciolti. Conosciuti i principj generali dell' equilibrio de' fluidi, pensò di farne uso per trovare le leggi del loro moto. A questo fine volle applicare al moto de' fluidi il metodo, che aveva stabilito per quello de' solidi, cioè di riguardare la velocità del corpo, che si muove, come composta da due altre velocità, delle quali una è distrutta, e l' altra non nuoce al moto dei corpi adjacenti; ed acciocchè nel moto del fluido le sue particelle non si nuocano mutuamente, supponendo, che la velocità verticale di tutti i punti d' uno strato orizzontale è la medesima in tutti, trovò, che la velocità dello strato dee essere in ragione inversa della sua lunghezza, perchè esso non nuoca al moto degli altri. Ajutato da questo principio assoggettò alle leggi dell' idrostatica ordinaria i problemi, che risguardano il moto de' fluidi, come assoggettati aveva alle leggi della statica que' del moto de' solidi, e ridusse così tutte le

leggi del moto alle leggi dell' equilibrio e formò una nuova epoca nella scienza del moto. Il d' *Alembert* fu il primo, al dire del *la Grange* (*a*), che riducesse ad equazioni analitiche le vere leggi del moto de' fluidi, ed anche alle equazioni, che avevano date alcuni anteriori geometri, seppe sostituirne altre più generali, e più rigorose; ma nondimeno non bastava ancora la sua dottrina analitica; e molte di quell' equazioni non sono che indicate senza portarsi l' analisi tant' oltre, quanto richiedevasi per avere de' risultati precisi, e che potessero soddisfare alla geometrica scrupolosità. Lo fece poscia *Eulero* (*b*), e trattò la materia sotto lo stesso punto di vista, ma con più chiarezza ed estensione; e il d'*Alembert*, e l'*Eulero* sembravano avere esaurite le risorse, che per la cognizione del movimento de' fluidi può prestare l' analisi. L' osservazione e la pratica fecero vedere a don *Giorgio Juan* molti elementi, che non erano stati conosciuti, non che curati ed adoperati dagli altri geometri per la costruzione delle loro equazioni; riformò in gran parte, e corresse i loro calcoli idrodinamici, e ci diede teorie non men aggiustate alla rigorosa geometria, e più conformi all' espe-

249
Juan.

(*a*) *Mech. analit.* sec. par., sept. sect.

(*b*) *Acad. de Ber.*, *an.* 1755. *Acad. de Pietr.* 1756, e al. *Scient. nav.* ec.

rienza, e alla verità (*a*). Finalmente il *la Grange* volle ridurre alla maggiore semplicità tutta la teoria de' fluidi; e vedendo che gli anteriori geometri per istabilire i lor calcoli abbisognavano di ricorrere ad alcune supposizioni, ed a principj fondati su le proprietà particolari de' medesimi fluidi, cercò di formare i suoi senza veruna supposizione, stando soltanto su' generali principj, e di sottomettere tanto i fluidi che i solidi alle medesime leggi dell' equilibrio e del moto, e di riunire così la statica e l' idrostatica, la dinamica e l'idrodinamica come rami degli stessi principj, e come risultati delle stesse formole generali. Ha poi trattato il *la Place*, nella *meccanica celeste*, dell' equilibrio e del movimento de' fluidi (*b*); ed egli non sa toccare materia, soggetta ad equazioni ed a calcoli, che non l'illustri con nuovi lumi. E finalmente il *Prony* nella sua *meccanica filosofica* (*c*) ha radunato, e disposto metodicamente quanto in materia d' idrostatica, e d' idrodinamica convien conoscersi, e quasi può dirsi quanto si conosce con certezza sulla meccanica de' fluidi.

250. La Grange.

Questi possono dirsi tutti i progressi dell'idrostatica nelle geometriche speculazioni, e nella

251. Altri idrostatici.

(*a*) *Exam. marit.* ec. tom. I.

(*b*) Lib. I. cap. IV VIII.

(*c*) *Troisième partie.*

più pratici.

parte puramente teoritica. Ma questa parte, benchè possa forse riputarsi la più sublime e più nobile, è però troppo astratta e ideale per poter essere di qualche uso, ed è in oltre poco sicura. E perciò altri filosofi, volendo rendere questa scienza più giovevole alla società, non si contentavano di profonde speculazioni, ma cervano d' avanzare nella pratica; ed alcuni, senza curarsi molto de' calcoli e delle formole algebraiche, correndo dietro i fatti e i fenomeni de' fluidi, e più attenendosi ai principj meramente fisici che a' matematici, altri più saviamente volendo unir l' uno e l'altro, gli analitici calcoli e le fisiche osservazioni, hanno studiato di trovare le pratiche verità, non di stabilire le teoriche, e si sono applicati a lavorare macchine, formar ordigni, e porsi in istato di dominare le acque, e di farle muovere a loro grado. Così il *Pitot*, il *Parent*, il *Papin* e varj altri, hanno ritrovate alcune macchine non men utili al pubblico, che gloriose a' loro inventori, e più di tutti il *Belidor* nella sua *Idraulica architettura* ha insegnata scientificamente tutta la pratica di quest'arte. Non si contentavano i geometri di questa pratica, per quanto fosse ragionata e dotta, e vedevano altresì che non bastavano i loro calcoli e le loro teorie per ben conoscere l' idrodinamica, e poterla assai giustamente applicare agli usi della società, anzi trovavano,

pel contrario, che quanto era da lodarsi la sagacità de' geometri, che avevano lavorato su questa materia, altrettanto dovevasi confessare, che non era essa per anco illustrata abbastanza, e che abbisognava d'essere ancora meglio discussa per ricavarne vantaggio. Furono pertanto invitati i geometri a fare una serie d'esperienze in grande, a discutere attentamente queste sperienze, e a combinarle colle teorie; e finalmente nel 1775 il d'*Alembert*, il *Bossut* ed il *Condorcet*, fecero per ordine del governo con pubblica autorità le sperienze, che stimarono convenienti per fissare la resistenza de' fluidi con esattezza ed utilità; e se ne videro infatti nuovi risultati alquanto diversi da' provenienti da altre sperienze; e il *Condorcet* propose un metodo di trovare le leggi de' fenomeni didotte dalle osservazioni per potersi facilmente applicare alle loro. Ma non hanno pertanto queste sperienze soddisfatte pienamente le curiose brame degl' idrostatici, nè hanno esse avuta quell' estensione di mire, che richiedevasi, nè in quella stessa parte, che hanno presa per oggetto, della resistenza de' fluidi si sono replicate con quella varietà, e con que' riguardi, che abbiano potuto mostrarci i veri andamenti della natura, nè hanno infatti prodotta ne' matematici quella sensazione, che sembrava doversi sperare da' nomi illustri de' loro autori, e dall'apparato, e pubbli-

ca autorità, con cui furono fatte. Cercarono i dotti idrostatici di applicare alle sperimentali cognizioni le geometriche teorie e darci opere, che c'istruiscono nella pratica e nella teorica idrodinamica. Il *Bossut*, che aveva già pochi anni prima nel 1771 publicato un trattato teorico e sperimentale d'idrodinamica; e che fu il principale e forse l'unico direttore delle ora dette sperienze, seguitò a studiare più attentamente la materia, e fare nuove sperienze, meglio calcolare le teorie, consultare gli altri scrittori, particolarmente gl'Italiani, e diede di nuovo la sua *idrodinamica*, arricchita di tanti lumi teorici e pratici, che, paragonata colla grande opera della *Idrodinamica* del *Bernoulli*, fece vedere, a giudizio del *Condorcet*, quanto in pochi anni fosse avanzata tale scienza; piano più esteso, trattate questioni sconosciute al *Bernoulli*, e risolute molte altre con maggiore semplicità e precisione. Dopo di lui ha ancora il *Prony* fatto altri avanzamenti in questa parte della meccanica. Egli ha spiegati i principj proposti da' precedenti geometri, tanto pel moto e velocità de' fluidi, che per le diverse resistenze, gli ha richiamati a rigorosi calcoli, ne ha confermati alcuni, e rettificati altri, gli ha applicati alla pratica, gli ha osservati, messi in opera nelle macchine e nelle idrauliche operazioni, ed ha prodotta un'opera molto pregiata da' pra-

252 Bossut.

253 Prony.

tici, e da' teorici, ne' suoi volumi della idraulica architettura.

Ma in questa parte di cognizioni teorico-pratiche delle acque bisogna dare la mano agli scrittori italiani, i quali, ora beneficati, ora danneggiati dalle acque, hanno dovuto continuamente studiare come regolare i movimenti di esse a maggiore vantaggio della navigazione e dell'agricoltura, misurarne gli scoli per le irrigazioni, deviarne l'urto, e reprimerne l'impeto per impedire rotture ed allagamenti, riparare i danni, e promoverne l'utilità, ed hanno dato al pubblico, su quasi tutti i punti, opere importantissime. Dove trovare un'opera più utile dell'*idrostatica esaminata ne' suoi principj, e stabilita nelle sue regole della misura delle acque correnti*, del Milanese *P. Lecchi*, che ben fondato nelle geometriche teorie, e impiegato per lunghi anni in luoghi ed in circostanze diverse in quasi ogni sorte d'idrauliche operazioni, godeva il vantaggio, che a' sopralodati scrittori mancava, di unire le teoriche speculazioni a' variati lumi di una oculata pratica? Egli chiama a rigoroso esame i principj dell'idraulica abbracciati dai precedenti scrittori, separa i veri e sicuri da' dubbj ed incerti, e confuta le teorie de' più celebrati maestri, i quali appoggiati a principj indiretti, e a supposizioni arbitrarie, non riescono coerenti co' risultati delle sperienze e delle osservazioni.

noscinta abbastanza l'idrodinamica, e rimane aperto il campo ai valenti matematici, per recarle solidi e nuovi vantaggi, e condurla a maggiore perfezione. D'uopo è ancora di molte convenienti sperienze, e di attente osservazioni, per ben cogliere gli atti e gli andamenti delle acque, e per assicurarsi de'fatti: d'uopo è ritrovare equazioni e formole generali che, libere di ogni supposizione arbitraria, siano fondate soltanto sulla verità de'fenomeni osservati, che diventino semplici e facili a tradursi in numeri, e che possano riuscire utili alla pratica. Dopo tante sperienze, e dopo tanti calcoli non sappiamo ancora accertatamente, se sia maggiore la velocità delle acque nella superficie, o nel fondo de'canali, nè in quale guisa si faccia l'accrescimento della velocità; nè pur si è trovato un metodo sicuro per misurare dette velocità, nè uno stromento infallibile per fare le giuste livellazioni. Quanti elementi per le operazioni analitiche non ha osservati il *Juan*, sconosciuti agli altri geometri (*a*)? E come senza curarli si possono formar calcoli, che non vengano contraddetti dalla natura? Diverse sono le cognizioni, che richiedonsi per le acque ne'tubi e nelle macchine, ne'canali e ne'fiumi, ne'laghi e nel mare. Le

(*a*) *Exam*. ec. tom. II, lib. III.

sperienze de' fluidi in artifiziosi ordegni, ed in istudiate macchine potranno servire per far conoscere i loro moti, e le forze in alcune poche e ristrette circostanze; ma non bastano certamente per mostrarli in tutti i loro stati, e ne' più comuni, e naturali loro andamenti. L' osservazione attentissima ed oculata degli spontanei eventi, e de' fenomeni naturali in varie circostanze, e con vedute diverse, farà meglio conoscere i fluidi agli occhi eruditi, che le minute e sforzate sperienze, le quali però potranno alle volte regolare le mire delle osservazioni, e verificarne i risultati. Così potranno trovarsi colle sperienze, e colle osservazioni molti fatti isolati, e scoprirsi molte particolari verità, e su la loro cognizione stabilirsi sicuri principj, e sode teorie, e ricevere la parte geometrica quella giustezza e perfezione, di cui ora non è capace. Che giova il vedere ingombre le pagine di sottilissimi calcoli, se fondati sopra falsi principj, e sopra arbitrarie supposizioni non possono avere la necessaria consistenza? Il prurito di far pompa di calcolo, più che il desiderio di stabilire la verità determina spesse volte i geometri nella scelta de' principj, senza curarsi prima d' esaminarli, e riconoscerne l' opportunità, quasichè dovesse la geometria comandare alla fisica, e non anzi servirla, e prestarsi ubbidiente alle sue disquisizioni. Si cerchino adunque principj veri e sicuri, semplici e fe-

condi, sbandicasi ogni supposizione per quanto possa parere naturale ed evidente, e diensi allora equazioni e formole, che conducano a risultati non ismentiti dalla natura e da' fatti.

CAPITOLO VII.

Della Nautica.

Dalla meccànica, e dall'idraulica si forma la nautica, ossia quella partè di essa, che riguarda la costruzione e il maneggio delle navi, e questa può dirsi una scienza nuova, e il cui principio poco più conta d' un secolo. La parte astronomica ed idrografica, o l' arte del pilotaggio ha avuto alquanto prima qualche cultura scientifica; ma la meccanica, benchè sì tardi ridotta a scienza, ha fatto in breve molti progressi, ed ha ottenuti chiarissimi illustratori. Che immenso campo d'erudizione sacra e profana, e di curiose ricerche non ci offrirebbe la storia della navigazione, se noi potessimo esaminare i suoi principj, e seguirne tutti i progressi? Ma il nostro istituto ci ristringe soltanto alla parte scientifica, e anche in questa la vastità della materia di tutta l'opera ci obbliga ad una strettissima brevità. Dall'unione di poche tavole, o dall' escavazione di qualche tronco, che servirono alle prime navigazioni, passarono gli antichi a fabbricar tali navi, che il d'*Alembert* (a) sembra credere, che nella parte del-

257 Origine della nautica.

(a) *De la résist. des fluid.* Introd.

la costruzione fossero andati più avanti de' moderni; e dovrebbe certo così pensarsi, se le grandiose navi, che sì pomposamente ci descrivono alcuni scrittori, fossero realmente state di qualche uso nautico, e non solo d'ostentazione e di vanità. Quante pagine di citazioni e di testi non ci vorrebbono per discutere se fu *Danao*, ovvero *Giasone*, o qualche altro l' inventore della prima nave lunga presso gli antichi; se fu *Eolo* realmente il primo ad usar delle vele, e venne perciò da' greci chiamato *Dio dei venti*; se i Focensi ebbero i primi il coraggio d' inoltrarsi in lunghe navigazioni; se i Cartaginesi inventarono le quadriremi; se i Sidonj e i Fenici furono i primi a navigare di notte colla guida delle stelle, e tant' altre questioni non ancora esaminate abbastanza dagli eruditi? E dopo lunghi dibattimenti, che altro potremmo ricavare che stiracchiate ed inconcludenti congetture? Noi dunque diremo soltanto, che l' arte di navigare presso gli antichi rimase molto inferiore alla nostra; più lenti, e' più ristretti i loro corsi, senza mezzi e stromenti, con cui potersi reggere in alti mari lontani dalla terra; che la navale loro costruzione era anche dalla nostra molto diversa; che grand' uso facevano de' remi, poco intendevano il maneggio delle vele; che abbisognavano per le battaglie navali di puntute prore, di duri rostri, di forti fianchi, nè

molto curavano gli alberi e le vele, il centro ed il metacentro, la figura della menoma resistenza, ed altre sottili speculazioni de' nostri dì; che qualche cognizione avevano delle stelle per regolare i loro corsi, ma ch' era troppo imperfetta per ardire d'inoltrarsi nell' oceano, e discostarsi molto dalla terra; e che qualunque fosse la loro perizia nella costruzione delle navi, e nell' arte di navigare, tutta era opera della pratica, non derivava da stabiliti principj, e da fondate teorie, non formava una vera scienza. E infatti nella gran folla di greci scrittori, che sopra ogni materia componevano libri infiniti, non vedo scrittore alcuno di nautica, nè so, che alcuno di essi abbia trattata l' arte di navigare. Sappiamo soltanto da *Laerzio* (a) che girava per la Grecia una *Nautica Astrologica*, da alcuni attribuita a *Talete*, ma più generalmente creduta di un certo *Foco* di Samo; ma che fosse questa nautica astrologica, se un libro di predizioni astrologiche pe' naviganti, ovvero un' arte di navigare, e libro realmente di nautica, ci è affatto ignoto. I primi autori di questa, che siano giunti a nostra notizia, sono stati gli Arabi, de' quali non pochi scritti rimangono, che abbracciano questa scienza. Il celebre *Thabit ben Corrah*, che ha illustrate tante

258
Arabi primi scrittori di nautica.

(a) In *Thalete*.

parti delle matematiche discipline, scrisse anche su questa un' opera, descrivendo le stelle, ed il loro occaso ad uso dell'arte nautica (*a*): trovasi nella biblioteca dell'Escuriale l' opera d' un anonimo, che tratta ancor più direttamente dell'arte di navigare; ed altri dotti Arabi lasciarono su la medesima gli scientifici loro scritti. Onde vedendo tante opere degli Arabi su la nautica, e niuna degli anteriori scrittori, potremo con qualche fondamento asserire, che ad essi deesi l'avere ridotta a scienza matematica l' arte pratica, quale che allora si fosse, del navigare. Oltre di ciò noi abbiamo provato, che la bussola, qualunque siane la prima origine, può assai giustamente riporsi fra le utili invenzioni tramandateci dagli Arabi (*b*). L' uso di questa, le cognizioni astronomiche, in cui tanto studiarono, come poi vedremo, e il maneggio della trigonometria, che sì felicemente avanzarono, come abbiamo detto di sopra, avranno fatto nascere dalle loro meditazioni una scienza dell' arte di navigare. Infatti la sopra citata opera di *Thabit* contiene astronomiche cognizioni accomodate alla nautica; e i primi saggi di questa negli studj degli Europei non erano che nocturlabi, astrolabi, bussole, carte marine, stromenti, e metodi per dirigere le navigazioni

(*a*) Casiri *Bibl. ar. hisp. Esc.* to. I, p. 388.
(*b*) V. tom. I, cap. X.

coll'ago magnetico, colle astronomiche e trigonometriche cognizioni, colla vista del cielo, coll'ispezione delle stelle.

259 Portoghesi primi promotori della nautica.

Sangres, picciolo luogo del Capo di San Vincenzo, è stata la culla, dove è nata per noi questa scienza, dove al principio del secolo decimoquinto l' infante di Portogallo don *Enrico* stabilì un' accademia di nautica, e cogli studj di *Giacomo* di Majorica, di *Giuseppe*, e di *Rodrigo*, e d' altri versati nella marina e nelle matematiche, s'inventarono (*a*) le carte idrografiche, che fanno una parte sì interessante della nautica; si trovarono nuovi stromenti, e nuovi metodi per condursi ne' mari coll' osservazione delle stelle; si fissarono leggi e principj per ben dirigere i rombi; si avanzò e migliorò la nautica colle cognizioni dell' astronomia e della geometria, e si ridusse pel loro mezzo a vera ed esatta scienza.

260 Applicazione della trigonometria alla nautica.

Il *Toaldo* illustrando un oscuro opuscolo veneziano del secolo decimoquinto, intitolato *Rason del martologio*, ch'egli ragionevolmente suppone che, voglia dir *marilogio*, *o regola del mare*, vi spiega ingegnosamente certi numeri che sembrano a prima vista inintelligibili, per numeri trigonometrici, e vuole quindi dare a' Veneziani la gloria d' essere stati i primi ad applicare alla nautica la trigonome-

(*a*) V. tom. III, lib. III, cap. II.

tria (*b*). Sia pur vera, come è certo ingegnosa e dotta la spiegazione di quella regola, e di que'numeri; ma non so quanto possa sembrar giusta la sua conclusione a vanto de' Veneziani. L' autore di quell' opuscolo non dà che un prontuario per poter navigar a mente, come ei dice, o per eseguire materialmente le operazioni trigonometriche, che i geometri nautici avevano teoricamente ritrovate per eseguire i richiesti rombi, e regolarsi nella navigazione; ma non mostra d'essere stato lui, nè altro veneziano l'inventore di quelle operazioni. E siccome tutti i problemi, che tratta, i quali non sono che i più semplici del pilotaggio, tutti sono relativi alle carte idrografiche dette *piane*; e queste carte sono opera dell'Accademia nautica dell'infante don *Enrico*; così sembra più probabile, che ad essa parimenti deggiasi attribuire l' applicazione della trigonometria alla nautica, quando non anzi si voglia dire esserle prima venuta dai Saraceni, scrittori dell' una e dell'altra. La cognizione delle latitudini, e delle longitudini è troppo necessaria alla navigazione per non essere ricercata da'nautici. Non era questa difficile nelle latitudini, le quali coll'osservazione della stella polare, facile d'eseguirsi anche in mare, si può trovare assai giustamente. Ma il problema delle longitudini non voleva sì facilmente farsi su-

(*a*) *Saggi di studj Veneti* III.

perare dalla diligenza de'matematici. Fin dal principio del passato secolo vediamo offerti grandiosi premj dal re di Spagna, e dagli Olandesi a chi proponesse un sicuro mezzo di ritrovarle nel mare. Il *Galileo* si presenta all' uno e agli altri co' suoi satelliti di Giove, e cogli stromenti da osservarli in mare, colla barchetta piena d' acqua dentro la nave per tenersi a livello in mezzo a' moti di questa, col celatone per mantenere costentemente applicato all' occhio il telescopio, e coll' orologio a pendolo per contare esattamente le ore; ma diverse ragioni n' impedirono la conclusione, e il problema era rimasto da sciogliersi fino a nostri dì. I mezzi immaginati dal *Galileo* erano certamente adattati alla soluzione, e fanno grand' onore al loro inventore, che fin da quel tempo seppe idearli; ma possiamo fondatamente pensare, che non sarebbe stata ugualmente felice l' esecuzione: i replicati ed indefessi studj, che si sono voluti in questo secolo per metterli in uso colla dovuta esattezza, ci fanno temere che non avrebbe potuto allora il *Galileo* ridurre al bramato effetto ciò che la feconda sua mente gli presentava. Nel principio di questo secolo propose un ricco premio il Parlamento d' Inghilterra a chi sciogliesse assai giustamente il problema delle longitudini. A questo bastava un finissimo orologio, il quale esattamente

261
Problema delle longitudini.

segnando l' ora precisa del mezzo giorno del luogo donde è uscita la nave, mostri quanti gradi sia da esso lontano quel luogo dove si trova attualmente la nave, richiedendosi 15 gradi di longitudine per un' ora di differenza. Ma l' agitazione della nave sconcerta il moto dell' orologio, e perciò non se n'era saputo formar uno tanto perfetto, che conservasse in mare, come in terra, uniforme il suo moto. Bastava osservare le immersioni e l' emersioni de' satelliti di Giove, sapendosi dalle tavole in quale luogo ad ogni momento si debbano vedere questi fenomeni. Ma per queste osservazioni tanto sottili ci vogliono lunghi cannocchiali, e il moto della nave impedisce l' uso di questi. Bastava anche l'osservazione più facile dell' immersione, o dell'emersione di qualche stella zodiacale sotto il disco della Luna. Ma bisognava per questo conoscere esattamente il moto della Luna; e la Luna era stata ribelle ed ostinata a non arrendersi a' calcoli matematici. La curiosità ingegnosa degli uomini, non meno che l'amore del premio, ha saputo in qualche modo superare queste difficoltà. L'*Arisson* ha fabbricato un orologio, che si è mantenuto in mare si uniforme ed esatto, che ha superati i termini della giustezza, che racchiudeva il programma del Parlamento, e ne ha riportato il proposto premio: l'*Irvino* inventò nna

sedia elastica, che secondando il moto della nave colla sua elasticità, tenesse sempre nello stesso piano l'occhio dell'osservatore, ed agevolasse così l'osservazione dei satelliti di Giove: l'*Eulero* ed il *Mayer* formarono tavole tanto esatte del moto della Luna, che si meritarono, come pure l'*Irvino*, un premio dall'Inghilterra. Così in varie guise, ma principalmente coll'orologio dell'*Arisson*, si è sciolto a' nostri di quest' arduo problema, benchè in tutte esiga, o comporti ancora maggiore perfezione, ed ha molto giovato al miglioramento della navigazione. L'uso della bussola è il più valente ajuto, che abbia ottenuto la nautica. Questa è la guida, se non la più precisa e sicura, la più pronta, più facile, e più comune, che ad ogni luogo, in ogni tempo, sotto qualunque cielo, indicando coll'ago magnetico il settentrione, accenna in qualche modo la via, che possono seguire i naviganti privi d'ogni lume di cielo e di terra. Infatti coll'ajuto della bussola s'inoltrarono nell'Oceano i Portoghesi e gli Spagnuoli, e colla scorta della medesima si scoprirono nuovi mondi. Ma l'ago magnetico, benchè sia sempre rivolto verso la parte settentrionale, soffre però le sue declinazioni, che lo discostano or più or meno dalla linea che tocca il polo. Che se fossero sempre costanti tali declinazioni, o se potesse aversi una regola di saperle determinare,

262 La bussola

si potrebbono calcolare queste determinazioni, e trovarsi ugualmente il punto polare. A questo fine s' inventò un *compasso di variazione*, che mostra in qualche modo coll' osservarsi ogni giorno il nascere, o il tramontare del Sole, quale e quanta sia in quel giorno la declinazione dell' ago magnetico. L'*Allejo*, che ha studiata più filosoficamente questa materia, presentò alla Reale Società di Londra una teoria delle variazioni magnetiche; propose un nuovo compasso, ch' ei chiama *azzimutale*, il quale le segna con maggiore giustezza; e dopo avere per lunghi viaggi marittimi osservate attentamente tali variazioni, pubblicò le sue carte idrografiche, nelle quali, come dice egli stesso nella prefazione, v' è di propriamente nuovo il ritrovarsi le linee curve tirate su differenti mari, per far vedere i gradi di *variazione* dell' ago calamitato. Oltre le declinazioni soffre quest' ago le sue inclinazioni, le quali pure ben conosciute potranno dare maggiori lumi per la sicurezza della navigazione. Il determinare queste inclinazioni fu proposto in quesito dall' Accademia delle Scienze di Parigi, e venne distinto col premio accademico il metodo presentato da *Daniele Bernoulli*. Il *Brander* a quest' oggetto formò uno stromento chiamato da lui *inclinatorio*. Il *la Hire*, il *Muschembroek*, ed altri parecchi si sono mol-

to studiati per dare la maggior perfezione ed esattezza alla costruzione dell'ago e della bussola; e sebbene le loro ricerche le hanno apportati alcuni miglioramenti, resta però ancora molto a' dotti osservatori da rettificare e perfezionare. Tutti questi studj diretti alla scientifica coltura della nautica riguardavano il regolamento del corso della nave, e l'arte del pilotaggio, e questa soltanto pareva che fosse presa di mira dalla scienza nautica. Infatti *Pietro Medina*, il *Nonio*, il *Zamora*, il *Cespedes*, i primi scrittori di qualche grido e i primi veri maestri di quella scienza, tutti trattavano dell' osservazione delle stelle, della direzione de' rombi, della bussola de' venti, delle correnti, dello studio e dell' arte del pilotaggio. Verso la fine del passato secolo cominciò ad occupare l' attenzione de' geometri la costruzione e il maneggio delle navi, e questo, ch' era prima una pura pratica, ha in questi anni prodotte dottissime teorie.

263
Matematici illustratori del maneggio della nave.

Il pilotaggio, come non esige che la semplice geometria elementare, poteva trattarsi ne' passati secoli assai giustamente; ed ha avuto infatti in questi due ultimi precedenti assai dotti scrittori: ma la parte del maneggio abbisognava di troppo fina applicazione della geometria sublime ad una meccanica complicata e spinosa per potersi esaminare

264 Pardes. senza l'ajuto de' moderni metodi geometrici. Il *Pardies* fu il primo, che ardisse darne un picciolo cenno, quando nel suo *Trattato di meccanica*, pubblicato nel 1663, trovò per modo d'esempio una dimostrazione della via, che dee seguire la nave spinta da un vento laterale. Questo sol cenno avrebbe dovuto eccitare l'attenzione de' geometri e de' marini: nuove geometriche teorie, nuove cognizioni di pratica marina, nuova scienza teorica e pratica vedevasi sorgere, e la geometria, e la nautica prendere nuova ampiezza e nuovo splendore. Passarono nondimeno alcuni anni prima che nessuno si movesse a seguire quella via, che aveva aperta il dotto gesuita; e il primo ad entrarvi coraggiosamente fu nel 1689 il marino e geometra ca-
265 Renau. valiere *Renau* nella sua opera originale su questa materia stampata per espresso comandamento del re nel 1689 (*a*). Questa mise in agitazione la maggior parte de' matematici; questa diede realmente la nascita alla nuova scienza del maneggio della nave; e questa produsse una nuova nautica. Due determinazioni contiene essa, difficili ed importanti: una della situazione della vela la più vantaggiosa per riguardo al vento ed al rombo; l'altra dell' angolo più conveniente del timone colla chiglia.

(*a*) *De la théor. de la manœuvre des Vaisseaux.*

La dottrina del *Renau* era conforme a quella del *Pardies*, ed ebbe molti illustri seguaci; ma incontrò un troppo più forte e chiaro avversario nel dotto *Ugenio*, il quale mostrò in quella dottrina alcune contraddizioni, e fece vedere, che secondo i principj del *Renau* le velocità dirette della nave dovevano essere molto maggiori, e che da quelli non diducevasi come più vantaggioso l'angolo, che egli assegnava alle vele *(a)*. Rispose il *Renau (b)*, facendosi forte colla regola della decomposizione delle forze, che pareva essergli affatto favorevole, e pubblicò poi una memoria, dove crede dimostrare il principio della meccanica de' fluidi, di cui s' era servito, e che gli era stato contrastato dall' *Ugenio* (*c*). Molti furono i partigiani dell'uno e dell'altro, e molti più si dichiararono pel *Renau* che per l'*Ugenio*. Ma questi contava a suo favore *Giacomo Bernoulli*, che valeva per molti; ed anche *Giovanni*, che per la relazione della questione fattagli dal marchese de l'*Hôpital* si mostrava prima inclinato alla dottrina del *Renau*, ma avendola poi esaminata in sè stessa, si dichiarò per l' *Ugenio*. *Giacomo* sostenne con qualche modificazione la dottrina di questo, e discostossi sì da lui che dal

266 Ugenio.

267 Giacomo, e Giovanni Bernoulli.

(*a*) *Bibl. univers., ann.* 1693.

(*b*) *Journ. des Savans*, 1695.

(*c*) *Mémoire, où est demontré un princip.* ec.

Bernulli nel non voler considerare la velocità del vento come infinita rispetto a quella della nave (*a*). *Giovanni* trattò più ampiamente la materia (*b*), e vi apportò più apparato di geometria e di calcolo, che fin allor non s'era veduto. Non volle egli seguire il sentimento di suo fratello nel limitare la velocità delle navi; ma portò per altra parte vantaggio, avendo riguardo all'obbliquità, con cui il vento urta la nave, ciò che nè *Giacomo*, nè l' *Ugenio*, nè altri non avevano fatto. Cercò l'angolo, che dee formare la vela colla chiglia; dato quello, che forma la vela col vento, esaminò le resistenze sofferte dalla nave, non solo supponendola, come facevano gli altri, come un rettangolo, ma passando anche a considerarla come formata da un rombo, da una romboide, e da segmenti circolari; calcolò la curvità delle vele, le loro forze, e l'asse, dove queste possono supporsi riunite; trattò in somma questa parte della nautica colla dovuta ampiezza, e colla conveniente dignità; e sarebbe stata di somma utilità la sua dottrina, se avesse unita qualche pratica alla sublime geometria, che possedeva sì pienamente. Ma al contrario il P. *Hoste*, professore per molti anni nel real Collegio nautico di Tolone, ed au-

268 Hoste.

(*a*) *Act. Lips.* 1696.

(*b*) *Essai d'une nouv. théor. de la manœuv. des Vaiss.*

tore di due opere molto lodate, e favorevolmente accolte da'marini (a), avrebbe recato molto maggiore vantaggio alla pratica della navigazione, se alle cognizioni, che col lungo studio si era acquistate di questa, avesse applicato il sodo fondamento di più giuste e fine teorie. Coll' attenta ed indefessa lettura delle storie e de' viaggi, a fine di meglio erudirsi nella nautica, aveva osservate le ingegnose e sagaci operazioni de' più valenti capitani di marina, e de'più felici viaggiatori; e queste osservazioni gli davano molti lumi per istituire le sue leggi sul costruire le navi, maneggiare le vele, ordinare le squadre, prendere i cambiamenti de' venti, e su infinite operazioni utili, ed anzi necessarie nella pratica della marina. Quindi in tutte quelle materie, che non esigono principj geometrici, o più recondite cognizioni meccaniche, si è meritata l' approvazione dei periti nella nautica, sì pratici, che teorici; ma dov' era d' uopo di sottili indagini su le resistenze de' fluidi contra la superficie che gli urtano, su le forze delle vele per resistere al vento, e così su altri arcani meccanici, non valse a sostenere il peso della difficoltà, nè potè ottenere alla sua dottrina l' approvazione de' teorici, nè la confidenza dei pratici.

(a) *Théor de la constr. des Vaiss. et l'Art des Armeés navales.*

269
Altri scrittori di nautica.

Rimaneva dunque ancora da farsi un' opera pienamente istruttiva, e che potesse servire di sicuro codice per le opportune leggi della costruzione e del maneggio della nave. Scrisse brevemente il *Parent* sopra alcuni punti particolari; ma fondando i suoi calcoli su' principj adoperati da *Giacomo Bernoulli*, e trascurandone altri troppo necessarj, non potè ricavarne i convenienti risultati (*a*). Scrisse il *Pitot* cercando di ridurre a pratica la teorica di quest' arte (*b*); ma seguendo egli la teorica de' *Bernoulli*, ed essendo questa poco adattabile alla pratica, non ne dedusse che regole smentite dall' esperienza, e contraddette da' fatti. Scrisse il *Maclaurin* da quel gran geometra che egli era, ma perfuntoriamente soltanto, e toccando un solo problema de' molti che v' erano da trattare (*c*). Tutti questi scrittori però si riducevano soltanto ad un limitato numero di sciolte proposizioni, non formavano opere compiute, non ci davano un corpo di dottrina, non presentavano un' esatta scienza. Il *Bouguer* fu il primo, che si possa realmente chiamare autore classico in questa parte. Ardentemente impegnato per coprire degnamente l' impiego, a cui era destinato, di regio idrografo, aveva egli già scritto fino dal 1727

270
Bouguer.

(*a*) *Essais et Rech. de Math. et de Phys.*, tom. III.

(*b*) *La Théor. de la manœuv. des Vaiss. réduite en prat.*

(*c*) *Traité des fluid.* tom. II.

con gran corredo di geometria su l'alberatura *delle navi*; e volendo poi seguitare a compiere la dottrina della navigazione, diede, nel 1746, un trattato della nave, della sua costruzione e de' suoi movimenti. Quindi, nel 1753, scrisse un libro del pilotaggio più facile e piano, ed alla portata de' piloti; e finalmente, nel 1757, pubblicò la grand' opera del maneggio delle navi, che diede il complemento al corso di marinerìa. Ho segnate, forse troppo minutamente, le epoche di queste opere per far vedere quanto sia recente la nascita di questa scienza, e quanto essa debba stimarsi fanciulla e lontana dalla sua maturità. Il *Bouguer* cercò d'unire le verità scoperte dagli anteriori geometri, singolarmente dai *Bernoulli*; abbandonò alcuni loro principj, che gli parvero o falsi, od inconcludenti; aggiunse le sue riflessioni e i suoi ritrovati; e si studiò di migliorare la pratica, e di proporre una compiuta teorica. Contemporaneamente l'*Eulero* nel 1749 diede alla pubblica luce la grand'opera della scienza navale, nella quale, guidato sempre dal suo genio analitico, ridusse al più stretto calcolo, e sollevò alla più sublime geometria tutte le operazioni del costruire, e del dirigere le navi: la figura, la collocazione, e il maneggio d'ogni parte; il timone, le vele, gli alberi, i remi, tutto fu da lui contemplato con geometrica severità, tutto venne sottomesso alla diletta sua a-

271
Eulero.

nalisi; e le soluzioni, ch'egli ne ha date, se non sempre sono conformi alla verità, servono nondimeno di guida per ricercarla in quante disquisizioni siano da farsi ad illustramento dell' arte nautica. Il *Bouguer*, e l'*Eulero* hanno in qualche modo oscurati i precedenti scrittori, e sono rimasti i maestri di questa scienza: singolarmente il *Bouguer*, come ha studiato d'accomodarsi alla pratica, e si è reso più intelligibile a tutti, e più a portata de' geometri, e de' marinaj, così ha ottenuta una fama più universale, ed è divenuto più classico, e di maggior uso nella marina. Ma sì egli, che l'*Eulero* mancavano della pratica osservazione, senza la quale non basta la più sublime e severa geometrìa a stabilire vere teorìe; onde insegnarono dottrine poco adattabili alla pratica, e proposero regole contraddette dall'esperienza, nè possono pertanto servire di sicure guide nell' arte della navigazione. D' uopo era a questa d' un uomo, che versato nell'algebra e nella geometrìa, profondo nella meccanica e nell' idrostatica, allevato fra l' onde del mare, ed entro le tavole delle navi, e padrone delle più dotte opere de' nautici scrittori, si prendesse ardentemente a sviscerare questa materia, e ci desse un'opera contenente tutta la nautica, dettata dalla più oculata pratica, ed attenta osservazione, aggiustata a' più sodi principj della meccanica ed idrostatica, ridotta all' esattezza della

272 Juan.

più severa geometria, sposta colle più semplici e generali formole d'una sicura analisi. Tale era il dotto geometra, e perito nautico don *Giorgio Juan*, il quale fornito di tutti gli ajuti geometrici, ed illuminato da una continua e variata pratica, internato negli arsenali, e ne' porti della Spagna, della Francia, e dell' Inghilterra, si mise a contemplare tutte le operazioni della marina, e ad esaminarne i principj, rettificò le regole o false od inutili, e ne stabilì altre migliori; e così finalmente nel 1771 presentò nel vero suo aspetto la scienza nautica (*a*). Come questa non si può reggere sodamente, se non è fondata su' sicuri principj della meccanica e dell' idrostatica, volle il *Juan* saviamente premettere questo fondamento, e stabilirlo, e fissarlo senza pericolo di rovina, e diede nel primo tomo un pieno trattato di tali scienze, dove co' lumi della lunga sua pratica potè correggere varj errori, in cui erano caduti i precedenti geometri, verificare le sottili loro teorie, e ridurle coll' ajuto della geometria e dell' algebra a più certi ed utili calcoli, e diventare anche in questa autore classico e magistrale. Quindi venendo immediatamente alla nautica, descrisse le navi nelle varie lor parti, ne' loro usi, nelle loro figure, ed assegnò per ciascuna le più opportune misure, ri-

(*a*) *Exam. marit. theorico-pract.* ec.

cercò i centri delle navi, e determinò il centro del volume, il centro di gravità, il metacentro; le resistenze, i momenti, le forze, le velocità, il timone, i remi, le vele, gli alberi, le inclinazioni, gli angoli, tutto in somma quanto è da considerare nell' arte della navigazione, tutto è da lui contemplato con penetrante e sicuro occhio, tutto guardato nel vero suo aspetto, tutto sposto con precisione e giustezza, tutto ridotto ad opportune formole ed equazioni, tutto segnato coll' impronta della geometrica e della pratica verità. Gl' inglesi, e i francesi hanno voluto rendersi propria un' opera sì preziosa, ed illustrarla, e arricchirla con traduzioni e commenti; e tutti i posteri venereranno il *Juan* come il maestro della navigazione, come il regolatore dei venti, come l' *Eolo* ed il *Nettuno* de' nautici, il Dio della marina. A maggiore perfezione ed utilità di questa opera, n'ha voluto posteriormente d. *Gabriele Ciscar*, anch' esso dotto geometra, e illuminato navigatore, dare una nuova edizione arricchita di molte sue annotazioni ed aggiunte, dove non solamente ha esposti i principj dell' autore, sviluppata la dottrina, e spiegato quanto può servire agli studiosi addetti alla marina, per l' intelligenza di quell' opera magistrale, ma vi ha aggiunte giudiziose riflessioni, vedute generali, nuove applicazioni, ed alcune correzioni. Le forze vive e le morte, la rotazione di un

273 Ciscar.

sistema di corpi, i centri di gravità e di oscillazione, la forza della percossa, l' urto de' corpi elastici, e quasi tutti i punti della meccanica, ch'è la parte dell' opera da lui finora illustrata, ricevono nuovi lumi, proposizioni più generali, osservazioni non fatte da altri, teorie più esatte, e molte importanti verità, che in vano si cercherebbero nelle celebrate opere de' più stimati matematici: e il *Ciscar* con questa sua edizione del *Juan*, più che dotto commentatore, si fa vedere sublime geometra, e scrittore originale. Così voglia e possa egli compiere la sua opera, e pubblicare i tre tomi mancanti, conformi al primo, da tanto tempo desiderati, avremo un' opera su questa materia piena e perfetta, e sederà il *Ciscar* a fianco del *Juan*, legislatore della marina. Non è sì profondo nè ha preteso di esserlo, ma è istruttivo ed utile pe' giovani, dedicati alla marina. Don *Francesco Ciscar*, fratello dell' or lodato *Gabriele*, nel suo trattato delle macchine e delle operazioni a bordo delle navi (*a*), *Chapman*, *Dumaite*, *Vial de Clairbois*, *Romme*, *Gerlac*, e qualche altro, hanno dottamente trattato della costruzione delle navi, e d' altri argomenti della scienza nautica, e meritano d' essere letti e studiati dagli applicati a quelle materie. Ma l' oracolo della marina, quello che dovranno su ciascun punto consultare i professori della

(*a*) *Tratado de las maquines y maniobras a bordo* ec.

nautica, sarà il celebrato D. *Giorgio Juan*, e il suo interprete D. *Gabriele Ciscar*. Questi sono i progressi, che in breve tempo ha ottenuta la nautica: i nuovi miglioramenti, che si faranno nella meccanica e nell' idrostatica, maneggiati da pratici osservatori, come *Juan* e *Ciscar*, apporteranno vie più avanzamento a questa scienza; e se dessa cercherà sempre di procacciarsi ugualmente gli ajuti delle matematiche, e delle pratiche cognizioni, potremo noi fondatamente sperare di vederla a lunghi passi accostarsi alla desiderata perfezione.

CAPITOLO VIII.

Della Acustica.

274 La musica riposta fra le scienze matematiche.

Aristosseno fra gli antichi (*a*), e fra' moderni *Eximeno* (*b*), e può anche dirsi il *d'Alembert* (*c*), hanno vigorosamente sostenuto, che la musica è opera dell' orecchio, non ha correlazione colla matematica, e che dee solo riporsi fra le arti piacevoli, nè può avere luogo fra le scienze esatte. Sarebbe stato per noi molto comodo il seguire questa opinione, e risparmiare il presente capo in un libro, che riuscirà più disteso, che la nostra opera non comporta; ma il vedere fino da' tempi di *Pitagora*, fin dal principio stesso della cultura delle matematiche riposta fra queste la musica, anche con preferenza all' ottica, e alla meccanica, e costantemente poi conservata nell' *Enciclopedia* de' greci, e nel *Quadrivio* de' latini, trattata in tutti i secoli ne' corsi di matematica, e illustrata sino a' nostri dì dal *d'Alembert*, dall' *Eulero*, e da' più rinomati matematici, non ci permette, lasciando ad altri l'esame

(*a*) *Harm. elem.* lib. I.
(*b*) *Dell'origine, e delle regole della musica*, lib. I, cap. II.
(*c*) *Elem. di music., Disc. prélim.*

dio falso ragionatore. Se i martelli, che battuti rendevano tali suoni armonici, erano di que' pesi, perchè applicar poi i pesi a tendere le corde, e non anzi metterli nelle stesse corde, e renderle più o meno grosse secondo tali ragioni? Ma quantunque una simile narrazione non sia realmente derivata dal fatto, vero è nondimeno, che, cambiata qualche circostanza, era conforme alla dottrina del filosofo musico *Pitagora*. Piena è l'antichità di fatti simili de' suoi discepoli, co' quali pretendevano di mostrare le proporzioni de' musicali intervalli. *Teone* di Smirne (*a*), dice che *Laso* ermoniese, ed *Ippaso* di Metaponto ritrovarono tali intervalli col porre in due bicchieri intieramente somiglianti differenti porzioni d'acqua, cioè lasciando l'uno vuoto e l'altro mezzo pieno, formavano l'ottava o il diapason, il diatessaron o la quarta coll' empire d'acqua una quarta parte, e il diapente o la quinta col porne una terza. Non so quanto sarà vero il fatto di tali consonanze negl' immaginati bicchieri, e temo assai, che possa essere smentito da chi ne faccia un' accurata sperienza. Non so se potrà parere più conforme alla verità altra invenzione del medesimo *Ippaso*, che ci viene narrata da uno scoliaste di *Platone* in un frammento pubblicato recentemente dal

278 Altre simili osservazioni.

(*a*) *De music.* cap. XII.

erobio (a), e da mille altri, dei suoni armonici de' martelli d'un ferrajo, trovati da *Pitagora* di pesi diversi di 6, 8, 9, 12, e dall'applicazione di questi pesi a corde uguali in lunghezza e grossezza, colla quale formò sempre l'armonìa de' suoni in quarta, quinta, ed ottava, cioè co' pesi 6 e 12 in ottava, 6 e 9 in quinta, e 6 e 8 in quarta. Per quanto sia stato ricevuto questo racconto da' Greci e Latini, dagli antichi e moderni, dee nondimeno riporsi fra le favole greche, e rigettarsi come privo di verisimiglianza, non che di verità. *Tolemmeo* osservò la difficoltà, o anzi l'impossibilità di ben accomodare le ragioni de' suoni con quelle de' pesi che tirano le corde (*b*). Lo *Stillingfleet (c)*, il *Montucla (d)*, il *Burney (e)*, ed alcuni altri moderni vi hanno osservata l'impossibilità di formare co' martelli battuti su l'incudine un' armonìa sensibile, e molto più colle corde tese da tali pesi, i quali avrebbon dovuto essere non nella ragione semplice, ma nella quadrata de' suoni. Ma può in oltre osservarsi in tale racconto, che non solo si vuol mostrare *Pitagora* poco intendente d'acustica, ma ezian-

zione del suono attribuito a Pitagora.

(*a*) *Saturn.* lib. II, cap. I.
(*b*) *Harmon.* lib. I, cap. VIII.
(*c*) *Princ. and prouv. of Harmony.*
(*d*) *Hist. des math.* part. I; lib. III.
(*e*) *Hist. of music.* tom. c. V.

della setta Agenoria, della Damonia, dell'Epigonia, dell'Eratoclea, e d' altre anteriori ad *Aristosseno*, e dell' Archestrazia, dell'Agonia, della Filiscia, dell'Ermippia, e d' altre a lui posteriori, e presenteremo brevemente le tre sole, che in tutta l' antichità ottennero maggior grido, la pitagorica, l' aristossenica e la tolemmaica. I pitagorici, portati per le ragioni numeriche, e per le metafisiche sottigliezze, volevano regolare tutta la musica co' loro ragionamenti, niente curavano il giudizio de' sensi. Fissarono quindi non poter essere consonanze se non d' intervalli, che s' esprimessero per ragioni estremamente semplici, come quarta, quinta ed ottava, perchè comprese nelle ragioni $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$. Erano curiose e seducenti le molte e bellissime combinazioni di numeriche ed armoniche ragioni, che sapevano ritrarne i pitagorici, e che davano qualche peso al loro sistema, ma non erano meno patenti gli errori, a cui venivano condotti da un tale ragionamento. La doppia ottava, per esempio, o la decimaquinta, siccome espressa per la semplice ragione di $\frac{1}{3}$, era ricevuta per consonanza; ma la quarta sopra l' ottava, ossia l' undecima ottava della quarta, perchè espressa per la ragione $\frac{3}{8}$, veniva rigettata come dissonante, tuttochè l' orecchio ne giudicasse diversamente, e la ricevesse per consonanza. Così parecchj altri errori

280 Pitagorica.

derivavano dalla pitagorica teoria, che la facevano comparire poco sicura, quantunque abbracciata da tanti e sì profondi filosofi. Abbandonolla pertanto *Aristosseno*, e stabilì una nuova dottrina, ch' ebbe anch' essa molti seguaci, e formò una setta ugualmente celebre che la pitagorica. *Aristosseno*, figlio d' un musico, e discepolo d'*Aristotele*, doveva attenersi più al giudizio dei sensi che a' matematici ragionamenti; e infatti disprezzava le numeriche calcolazioni, e le ideali ed astratte consonanze di *Pitagora*, fondate su le ragioni degl' intervalli, e quelle soltanto abbracciava, che potevano determinare l' orecchio per la differenza de' tuoni. Supponeva egli, che un tuono fosse un intervallo ben conosciuto, che l' orecchio pel paragone della quarta colla quinta potesse giudicare con sufficiente esattezza e facilità; e perciò faceva il tuono la misura degli altri intervalli, de' più grandi per aggiunta, e de' più piccoli per detrazione; la quarta era secondo lui composta di due tuoni e mezzo, la quinta di tre e mezzo, e l' ottava di cinque tuoni e due semituoni, o di sei tuoni. E così, come osserva *Porfirio (a)*, gli aristossenici, non meno che i pitagorici, applicavano i numeri alle dimostrazioni della loro dottrina musicale. Gli antichi, sì pitagorici che ari-

281
Aristossenica.

(a) *Comment. in Ptol. harmon. Praef.*

stossenici, non conoscevano che tuoni maggiori in ragione di $\frac{9}{8}$, qual' è ora fra quarta e quinta, o *fa*, *sol*, ch'è dire 32, 36: quindi le terze erano per loro dissonanti, come lo sarebbono anche per noi, stando a quelle ragioni: sebbene, come alcuni moderni osservano, ciò fosse più in apparenza che in realtà per le scale da quelli usate diverse dalle nostre (*a*). Ma era ben facile di riflettere, che un qualche temperamento in quel sistema di tuoni poteva produrre molto accrescimento nell'armonia; e questo infatti fu procurato da *Tolemmeo*. *Didimo* alessandrino, famoso grammatico del tempo di *Nerone*, erudito filologo, ed indefesso scrittore, fra le molte centinaja di libri, che lasciò scritti su ogni materia, si prese anche a trattare della musica, e compose un'opera della differenza della pitagorica, e dell'aristossenica (*b*). Quest'opera, dalla quale, al dire di *Porfirio* (*c*), ricavò *Tolemmeo* i più utili insegnamenti, conteneva l' invenzione d' introdurre nella scala il tuono minore, e cosi rendere la terza veramente armonica e consonante. *Tolemmeo* seppe profittare di questa invenzione, e ne formò il principale ornamento del suo sistema. *Didimo* collocò nella scala dopo il semituono

282 Tolemmaica.

(*a*) V. Sacchi *Spec. theor. mus.* ed altri.

(*b*) Porphyr. *Comment. in harm. Ptol.* Praefat.

(*c*) *Comment.* ec.

maggiore $\frac{16}{15}$ il tuono minore $\frac{10}{9}$, e poi il tuono maggiore $\frac{9}{8}$: *Tolemmeo* cambiò quest' ordine mettendo il tuono maggiore dopo il semituono, e dopo il tuono maggiore il minore, per avere in questo modo il minor numero possibile di terze alterate. Sembra, che *Tolemmeo* preso fosse da intensa voglia di formare nuove scale, e di cambiar quelle de'musici anteriori; perchè infatti otto forme differenti ha lasciate della scala diatonica, tre affatto sue aggiungendone, e molte novità introducendo nelle altre cinque dagli anteriori musici ricevute. Il numero de' tuoni fu anche da lui riformato; e di tredici, o quindici, che se ne contavano a'tempi suoi, li ridusse soltanto a sette, credendo riuscire più comodo il far tanti tuoni, quante sono le spezie dell'ottava (*a*). Queste, ed altre verità formarono il sistema musico di *Tolemmeo*, che fu in alcune parti trascurato, ma ch'ebbe in altre quasi tanti seguaci come l' astronomico del medesimo. Siccome il tetracordo era il fondamento, su cui innalzavansi le teorie de' Greci intorno alla musica, così diverse opinioni fra loro nascevano riguardo alle scale de'tetracordi, ossia ai generi della musica. Tre erano questi presso i Greci; il diatonico, che adoperava soltanto i tuoni, il cromatico, che procedeva

283 Diversità di tetracordi, e di scale loro.

(*a*) *Harmon.* lib. II, cap. IX.

anche per semituoni; e l' enarmonico, che faceva uso eziandio de' quarti di tuono; e sul sistema di corde, su la costituzione, o su la scala de' tuoni di ciascuno di essi si dividevano i sentimenti. Diverse erano le ragioni numeriche; e diversi gl' intervalli d'*Archita* da quelli d'*Aristosseno*: *Eratostene*, *Didimo*, *Tolemmeo* e mille altri, ne proponevano altri diversi. *Plutarco* dice (a) che al principio tutta la musica era diatonica e cromatica, e che i musici, al dire di *Aristosseno*, credevano *Olimpo* inventore del genere enarmonico. Ciò che vediamo negli scritti di *Aristosseno* è, che prima di lui non si riguardava dai musici altro genere che l' enarmonico, e in pochissima considerazione tenevansi gli altri due (b). Ma poi, al contrario, restò questo dimenticato: la difficoltà dell'esecuzione di quei quarti di tuono, e la facilità di dare in urli e strilli al volersi eseguire, lo fece abbandonare dagli stessi Greci, nè più usavasi a' tempi di *Plutarco*, di *Gaudenzio* e di *Tolemmeo*. Su la diversità de' modi lidj, frigj, dorj, e tant'altri, e su la combinazione di tali modi erano anche molto differenti le opinioni de' Greci, come differenti pur erano su la forma, e su le proporzioni degli stromenti musicali; e in tutto vedevasi

284 Diversità de' modi.

(a) *De musica*.

(b) Lib. I.

quanto occupasse la musica le meditazioni, e lo studio di quella singolare nazione.

285
Scrittori della musica.

Che se entrar volessimo nell' immenso pelago degli scrittori, che s'impiegarono in illustrar questa scienza, come potremo trovar fine a questo solo trattato? Fortunatamente per noi il *Fabrizio* (a) ci ha dato un assai pieno catalogo di tali scrittori; e posteriormente il *Martini* (b) non solo ha raccolti quanti scrittori, e quante notizie di essi ha ritrovato in *Fabrizio*, in *Meibomio*, in *Vossio*, e in altri scrittori, ma trasportato dal giusto amore per la sua diletta arte vi ha anche aggiunti altri uomini illustri, che forse una severa critica non vi avrebbe introdotti; ma ad ogni modo la diligenza di questi scrittori ci dee dispensare d'una simil fatica, tuttochè qualche nuova notizia, sebbene poco importante, potessimo ancor addurre. Diremo soltanto, che dopo *Laso* ermoniese, contemporaneo di *Senofane* e di *Simonide*, verso l'ompiade LVIII, creduto dagli stessi Greci antichissimi il primo che avesse scritto di musica, fino a' più recenti tempi della greca letteratura vi sono stati infiniti e musici, e matematici, e filosofi, e politici, e grammatici, e storici, e d'ogni maniera scrittori, che hanno im-

(a) *Bibl. gr.* t. II, lib. III, cap. X.
(b) *Stor. della musica* t. III, c. VII, VIII.

piegate l'erudite loro fatiche in illustrare quest' arte, e potrà dirsi con verità, che forse di nessun' altra se ne potrà contar tanta copia, e di nessuna certo ce n' è rimasto ugual numero. Dove trovare scritti greci della pittura, e della scultura, ed architettura? Che ci resta della poetica oltre l' opera imperfetta d' *Aristotele?* E della stessa retorica, che ha conservati più monumenti didattici, non abbiamo tanti scrittori, quanti tuttora si leggono della musica, pubblicati, o raccolti dal *Meursio*, *Meibomio*, *Wallis*, ed altri. Le stesse matematiche discipline, l' aritmetica, e la geometria, e forse neppure l' astronomìa non possono vantare tanti greci dottori, quanti n' abbiam della musica. Anzi gli stessi maestri dell' altre parti delle matematiche lo furono anche di questa; e l' aritmetico *Nicomaco*, il geometra *Euclide*, l' astronomo *Tolemmeo* divisero i loro studj fra la favorita loro scienza, e la musica. Questi, *Aristosseno*, *Aristide*, *Quintiliano*, *Plutarco*, *Gaudenzio*, *Alipio*, *Bacchio* seniore, *Porfirio*, *Teone*, e gli altri scrittori finora conservati formano un' assai voluminosa biblioteca della musica greca. Ed oltre tanti scritti rimasti nelle biblioteche, e pubblicati dagli eruditi, abbiamo veduto a' nostri giorni uscire dalle vulcaniche lave di Ercolano, ove era stata sepolta per molti secoli, un' opera sconosciuta su la musica dell' epi-

curee *Filodemo*, rischiarata colle dotte illustrazioni di Monsignor *Rosini*, la quale ci fa vedere quante questioni, e intorno a quanti argomenti diversi si agitavano sulla musica (*a*). Ma in tanta copia di scritti musici dobbiamo pur confessare, che v'è ancora molta scarsezza di buona dottrina, e riconoscere in tanta fecondità di scrittori non poca sterilità. Il solo fragmento della poetica di *Aristotele* è anche oggidì venerato da' poeti come il codice delle lor leggi. La sua retorica, e i libri di *Demetrio*, di *Dionigi* d'Alicarnasso, di *Longino*, e d' *Ermogene* sono i libri classici degli studiosi dell' eloquenza. *Euclide*, *Apollonio*, *Archimede*, *Tolemmeo*, si guardano tuttora come gli oracoli de' matematici. Solo della musica in tanta copia di dotti scrittori non abbiamo un vero maestro. *Aristosseno* è considerato dal *Burney* come il greco *Rameau*, ch' ebbe in *Euclide* il suo *Alembert* (*b*); ma sì *Aristosseno*, che *Euclide* poc' altro insegnano che nomi e definizioni. *Nicomaco* è l' unico fra' molti scrittori della musica pitagorica, che siasi conservato (*c*): ma che altro reca *Nicomaco* della musica, che vani confronti delle voci, e degli astri, ed inutili calcoli delle ragioni de' suo-

286 Loro merito.

(*a*) *Philodemi de musica.*
(*b*) *Hist. of music.* cap. V.
(*c*) Meibom. *Praef. in Nicom.*

ni? *Aristide Quintiliano*, al dire del *Meibomio (a)*, raccolse ne' suoi tre libri su la musica quanto gli aristossenici insegnarono delle parti musicali di quest' arte, e quanto tutta l' antichità fantasticò su la morale e su la fisica cosmologica della medesima, e può dirsi aver egli unita la dottrina e la gloria di tutti gli antichi musici. Infatti *Aristide* ci dà qualche idea più distinta del ritmo, e d' altre parti della musica greca, che gli altri greci scrittori non fanno : ma oltre che gran parte della sua opera si perde in vane dottrine dell' armonia dell' anima, de' paragoni de' polsi co' ritmi, della sessualità de' musici strumenti, e d' altre simili inezie, tutto ciò poi che la parte veramente armonica e musicale riguarda, non è che spiegazioni e definizioni, e dottrina meramente teorica, che poco o niente conduce alla vera pratica di quell'arte. *Tolemmeo*, come dice *Porfirio (b)*, prese la maggior parte di ciò che scrisse dagli scritti degli altri greci, e fu secondo il giudizio del *Burney (c)*, il più dotto, più preciso e più filosofico scrittore in questa materia. Ma *Tolemmeo* stesso si rende in molti punti inintelligibile, e passa in altri da ragionamenti e dimostrazioni in sogni e delirj. Generalmente

(a) In Aristid. Quint. *Ep. ad Lett.*

(b) *Comment. in Harm. Ptol.*

(c) *Hist.* ec., l. c.

in tanto numero di scritti di musica non se ne può trovar uno, che sia realmente sodo ed istruttivo, nè v' è fra tanti illustri scrittori un *Aristotele*, un *Demetrio*, un *Longino*, un vero maestro. Noi lasciamo ad altri più ricchi di cognizioni, e meno stretti dal tempo, l'indagare filosoficamente le vere ragioni di questo letterario fenomeno, ed accenneremo soltanto, che forse l' avere tutti trattata la musica come una scienza teorica, più che come arte pratica, ha prodotto ne' loro scritti que' vani ragionamenti, e quella sterile aridità.

287 Scienza acustica dei greci.

Ma potremo dir nondimeno, che ad alto grado fosse realmente venuto il loro sapere in questa materia? Veramente le loro cognizioni meccaniche nella formazione del suono non possono dirsi molto avanzate. *Nicomaco* (*a*) lungamente ci spiega la dottrina de' pitagorici, e lo strepito e suono, che volevano prodursi da tutti i corpi moventisi, e le acustiche proporzioni de' suoni musicali, che credevano poter didurre dal moto circolare de' sette pianeti. So, che il *Gregory* (*b*), il *Maclaurin* (*c*), e qualch' altro moderno hanno preteso di ritrovare in questo sistema pitagorico la sublime scoperta del *Newton* delle leggi dell'attrazione de' corpi celesti;

(*a*) *Enchir. harmon.* lib. I.
(*b*) *Astron. Phys. et Geometr. Elem.*, Praef.
(*c*) *Expos. de la Phil. Newton.* lib. II, cap. II.

ma confesso, che non so vedervi che somma scarsezza d'astronomiche cognizioni, ed ignoranza delle meccaniche ed acustiche. Questa ignoranza ci viene in oltre mostrata in tutti i Greci dagli spacciati e creduti racconti de' martelli, de' bicchieri, dei piatti, i quali provano nondimeno, che una qualche confusa idea pur v'era de' principj del suono, e degli elementi di lunghezza, grossezza, e tensione, che deono entrare nel suo calcolo. *Aristotele* nel piccol trattato *Dell' oggetto dell' udito, e delle cose ad esso spettanti*; ed *Eliano* nel secondo comentario del *Timeo* di *Platone*, riportati da *Porfirio* (a), sono gli unici antichi, ch' io sappia, oltre lo stesso *Porfirio*, che abbiano trattato della meccanica del suono; ma que' profondi filosofi altro non seppero discoprire, se non che il moto dell'aria è la cagione del suono, che grave producesi col moto tardo, acuto col celere, e che perciò le corde più lunghe e più grosse daranno un suono più grave, grossolanamente sbagliando nel farne l' applicazione agli stromenti da fiato, e generalmente poco sapendo della meccanica del suono.

288 Merito della loro musica.

Ma della finezza, delicatezza, e gusto della greca musica spaccinsi pure portenti, non avrò difficoltà di prestarvi fede. I Greci d'una sì fina sen-

(a) *In harm. Ptolom.*

sibilità per le bellezze delle arti, che fanno la meraviglia di tutti i secoli; i Greci sì delicati particolarmente nell' udito, che anche negli scritti e discorsi prosaici non potevano sofferire pazientemente una dura parola, un' aspra collisione di sillabe o di lettere, una clausola disarmonica, un periodo poco sonoro, una pronunziazione meno soave, e in tutto cercavano l' eufonia, i numeri, la sonorità; i Greci sì propensi alla musica, che negli studj scolastici, e nella civile educazione non la perdevano mai di vista; che non solo ne' tempj, e ne' teatri, ma nelle tavole, ne' conviti, nelle conversazioni, ed in ogni incontro adoperavano la musica come il più degno culto degli Dei, e il più soave diletto degli uomini; i Greci sì pratici nella medesima, che non v' era nobile, nè plebeo grande, nè piccolo, militare, politico, letterato, che non ne facesse il suo studio, la sua occupazione, le sue delizie; i Greci, che a sì alto punto portarono tutte le arti e le scienze, a qual perfezione non avrann' eglino condotta la musica? Dicansi pure mancanti e ristretti i loro stromenti, e credasi semplice e piana la loro melopeja; la fina, animata, esatta, e perfetta esecuzione è quella, che dà valore al canto al suono, che compensa qualunque pregio degli stromenti e della composizione è quella alla fine che forma la perfe-

zione dell'arte musica. Ma noi lasciamo agli storici di questa lo sviluppare distintamente le sue vicende, il distinguere, più accuratamente che finor non si è fatto, quale unione avesse la musica colla poesia, quali sieno stati i miglioramenti ad essa prodotti, tanto celebrati da alcuni scrittori, quale il corrompimento pianto da altri, e quale la vera indole, quale l'epoca della sua perfezione, e della sua decadenza, e il darci un'idea più chiara ed esatta, che non abbiamo, della musica di quella nazione, che sì giustamente interessa l'erudita curiosità. Degli effetti medici, morali e politici della greca musica si è scritto tanto in questi tre ultimi secoli, e particolarmente in questo nostro, che inutil cosa sarebbe il volerne ora ulteriormente parlare. Qualunque siasi la verità dei fatti descritti dagli antichi, potrà pur dirsi, che essi non deggiano chiamarsi a prova della raffinatezza del gusto greco: effetti simili non tanto vengono dalla perfezione della musica, quanto dalla disposizione di chi l'ascolta; e più se ne sono veduti, e se ne vedranno sempre in popoli rozzi con musica informe, che in polite nazioni, dove sieno giunte l'arti ad acquistar qualche perfezione.

289 Effetti della musica greca.

290 Musica dei romani.

Nè più ci fermeremo su la musica de' romani, i quali se nella pratica, e negli stromenti ebbero qualche diversità da' Greci, che possa interessare

la curiosità degli storici dell' arte, niente avanzarono nella teorica, nè lasciarono scritti, che illustrasro questa scienza, e che possano meritare le nostre ricerche. Sant' *Agostino*, *Cassiodoro*, *Marciano Capella*, e più di tutti *Boezio* sono gli scrittori latini della musica, scrittori però, che più non dissero di ciò, che avevano imparato da' greci, cui ciecamente seguivano. Maggiori lumi si potrebbono forse ricavare dagli scritti degli Arabi, i quali più che i Latini illustrarono cogli scritti la musica, e vi apportarono l' ajuto delle matematiche cognizioni. Infatti da un codice d' *Al-Farabi* intitolato *Elementi di musica* (*), che si conserva nella biblioteca dell' E-

291 Degli arabi.

(*) *Al-Farabi* nel libro secondo di quest' opera espone li sentimenti de' teorici ch' erano giunti a sua notizia, e mostra quanto ciascuno di essi si fosse avanzato in quella scienza, ne corregge gli errori, e come dice egli stesso, empie il vuoto della loro dottrina a profitto de' censori di quegli autori. Diretto da' lumi della fisica deride la vanità dell' immaginazione de' pitagorici su i suoni de' pianeti, e su l' armonia de' cieli. Spiega fisicamente come per le vibrazioni dell' aria si producano i suoni più o meno acuti degli stromenti, e quali riguardi debbano aversi nella figura, e nella costruzione di essi per avere i suoni, che si richieggono. L' uso frequentissimo, ch' egli fa delle parole greche scritte in arabo, mostra quanto fosse greca la dottrina arabica della musica, e la figura d' una scala, o dell' armonia di quindici tuoni, che ci presenta, mentre prova, chè non aveva abbracciata la setta de' tolemmaici, non facendo consonanti le terze; prova altresì, che non era tampoco della pitagorica, poichè faceva consonanti l' undecima e la duodecima, ossia le ottave di quarta e di quinta. Ho creduto

scrittori storici, o didascalici della musica, che molto parlano della sacra, ed accenniamo soltanto, che dalla profana e gentilesca musica de'greci passarono alla chiesa greca i modi de'sacri canti; che dalla Chiesa greca ed orientale, come dice sant'*Agostino* (a), gl'introdusse sant'*Ambrogio* nella sua di Milano; e quindi nelle altre occidentali; che quasi due secoli dappoi riformò san *Gregorio* il canto, e lasciato il molle, ed alquanto raffinato, che in molte chiese s'adoperava, altro ne introdusse più piano e serio, o per dir così cambiò il canto *figurato* in canto *fermo*, o che egli fosse inventore della nuova musica ecclesiastica, o fosse soltanto, come alcuni vogliono, compilatore di varj modi adoperati in varie chiese più confacentisi al divoto suo spirito; che dalla Chiesa romana si sparse in diversi tempi per tutte l'altre dell'occidente la musica gregoriana; che nelle orientali introdusse san *Giovanni Damasceno* una riforma nella musica simile alla gregoriana; che le chiese greche hanno anche modernamente ritenuta la loro musica, senza sdegnare di adottare qualche parte della nostra (*); e che lascian-

(a) *Confess.* lib. IX, cap. VII.

(*) *Lampadario*, *Leone*, *Allazio*, ed altri. La biblioteca Naniana in Venezia contiene alcuni codici colle note musicali. Altri se ne vedono nella R. Biblioteca di Napoli, ed altri in varie altre

do i greci posteriori, che poca, o per dir meglio niuna influenza hanno avuta nella nostra moderna musica, *Beda*, o chicchessiasi sotto il suo nome, *Ubaldo*, *Odone*, ed altri latini de' bassi tempi scrissero su la musica, stando alla pratica delle chiese occidentali, ma adoperando spesso parole tecniche greche, che mostrano chiaramente la derivazione della musica ecclesiastica dalla greca; e che finalmente nell' undecimo secolo il celebre *Guidone* d' Arezzo formò in qualche modo una nuova epoca in quest' arte, che la rese differente dalla greca, e la fece comparir nuova, e diede in qualche guisa principio alla moderna musica.

293
Guidone aretino.

Molte sono le opere, che scrisse *Guidone* su questa materia, le quali sono rimaste per la maggior parte nascoste nelle biblioteche, mentre le sue invenzioni musicali ottennero tosto la fama universale, e gli hanno poi meritato un nome immortale nella posterità. Le produzioni del genio, non i lavori d' una pesante fatica si tramandano a'futuri secoli, e alle rimote nazioni; e *Guidone* per alcune invenzioni musicali viverà immortale, e sarà celebrato in tutti i popoli colti, mentre tanti venerati dottori, e gravi scrittori del suo tempo giacciono

Biblioteche, onde avere una quasi continuata serie di monumenti per compiere la storia della musica ecclesiastica greca.

eternamente sepolti nella polvere cogli scolastici loro libri, sconosciuti, ed oscuri alla dotta posterità. *Guidone* prese, come i Greci, per fondamento della musica il tetracordo diatonico: ma come i Greci avendo uniti due tetracordi trovarono conveniente d' aggiungervi una corda, che si chiamava *proslambanomenos*, così egli n' aggiunse un'altra, e fece un un esacordo, dove varie modificazioni di tuoni felicemente si combinavano; e questa corda segnata da lui col G. greco è la famosa *Gamma* celebrata fra le invenzioni di *Guido*. Su l' esacordo dovè questi stabilire il suo solfeggio, e prese a tal fine le sei sillabe tanto rinomate dell' inno di san Giovanni *ut*, *re*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, volendo, che la corda fondamentale di ciascuna delle tre proprietà del canto s'intonasse coll' *ut*, e l'altre successivamente colle seguenti, e dispose in guisa gli esacordi, che obbligò i cantori a non passare di salto dalla proprietà, che dicono di *Bi quadro*, a quella di *Bi molle*, nè all' opposto, senza passare per la proprietà, che dicono di *natura*. La mano armonica tanto celebrata dagli scrittori di que' tempi, la scrittura, o i caratteri musicali, cioè i punti, le righe, e le chiavi si credono anche ritrovati da *Guidone*; e il contrappunto, o com' ei dice la *diafonia*, su cui vuole vantarsi la moderna musica sopra l' antica, accresce eziandìo i mèriti musicali di quel famoso maestro:

e sebbene il *Burney* (*a*) metta ragionevole dubbio su la piena originalità di *Guidone* in alcune di queste invenzioni, conviene però nell'attribuirgli in tutte tanti miglioramenti, che può con qualche diritto passarne per l'inventore. Dopo le novità musicali attribuite a *Guidone*, la più importante è stata quella delle note, o de'caratteri de'tempi, che segnano quanto su ciascuna sillaba si deggia fermar la voce.

294 Francone, e Giovanni di Muris.

Questa generalmente si riferisce da'moderni a *Giovanni di Muris* nel secolo decimoquarto, benchè lo stesso *Giovanni*, ed altri scrittori più antichi la derivano da *Francone* di Colonia, dotto monaco del secolo undecimo, e il *Burney* (*b*) da alcune espressioni dello stesso *Francone*, e da altre contemporanee memorie creda doverle dare ancora maggiore antichità.

295 Filippo di Vitri.

Altra novità introdusse posteriormente *Filippo di Vitrì*, se vero è, come si vuole comunemente, ch'egli aggiungesse alle note musicali la *minima*, la quale per altro viene già anteriormente nominata dal Papa *Giovanni* XXII in un suo decreto del 1322. Il medesimo *Filippo* si crede pure il primo compositore de'mottetti, che tanto uso hanno poi avuto nella musica moderna: e la prima raccolta e pubblicazione di mottetti notati in musica colle sue parti, che sia giunta a mia notizia,

(*a*) Tom. II, cap. II.

(*b*) Ivi cap. III.

è stata quella del *Vittoria* d'Avila fatto in Roma nel 1585 (*a*). Noi lasciamo a'dotti storici della musica l'esaminare questi punti eruditi, e concludiamo soltanto, che anche in que' secoli di tenebre e d'ignoranza, in que' secoli vuoti per la storia dell' altre scienze può contare la musica molti illustratori, e vantare molti utili avanzamenti: il servigio ecclesiastico, e il culto divino eccitavano l'ardore de' devoti e religiosi scrittori per procurare de' miglioramenti a quell'arte, che si credeva quasi necessaria al suo decoro. Infatti *Guidone* e *Francone* erano monaci, e nel lungo catalogo, che si potrebbe formare degli scrittori di musica di que'tempi, pochi s'incontreranno, che non sieno monaci od ecclesiastici. Non per erudizione e coltura, non per compiere il quadrivio delle scuole, non per illustrar le matematiche discipline, ma per cantare degnamente i divini uffizj si coltivava lo studio della musica; e i più antichi monumenti, che abbiamo di tutte le varietà, che s'introducevano in quella scienza, tutti vengono da' libri di coro, e da canti delle chiese.

296 Introduzione de

Ma coltivandosi anche allora con ardore la volgare poesia, ed occupandosi in questa molti nobili

(*a*) *Thomae Ludovici a Victoria Abulensis Mocteta festorum totius anni cum Communi Sanctorum a* 4, 5, 6, *et* 8 *vocibus.*

la musica nella poesia volgare.

signori, e perfino gli stessi principi, si cominciò a cercare eziandio l'ajuto della musica a maggiore ornamento della volgare poesia; e spesso i poeti non solo componevano la poesia, ma n'inventavano anche il tuono, con cui doveva cantarsi, e talor altresì eglino stessi notavano in musica i loro poetici componimenti. Il più antico monumento, a mia notizia, è uno, che si ritrova nella Vaticana, d'*Anselmo Faidit* del principio del secolo decimoterzo per la morte di *Riccardo* primo, detto *Cuor di Lione*, anch'esso poeta, se vero è, come dicesi, che le note musicali sieno dello stesso poeta *Faidit*. Posteriore a questo, ma di più autentica legittimità, è la cantica del re di Castiglia *Alfonso il Savio* della metà di quel sècolo, la quale esiste nella biblioca di Toledo colle note musicali, e colle correzioni o postille dello stesso re. Il *Burney* riporta un altro poema della Vaticaná, composto da *Tibaldo* re di Navarra, il quale sarebbe anteriore alla cantica del re *Alfonso*, se la sua scrittura musicale fosse certamente operá del medesimo tempo del poema; ma il codice della Vaticana, al dire dello stesso *Burney* (a), è una copia troppo scorretta per doverla credere molto vicina al tempo della produzione dell'originale; ciò che può anche levare non

(a) Lib. C.

poco della credenza da prestarsi all'antichità della musica della canzone del *Faidit*. L'*Arteaga* (a) cita il monaco *Francone*, che riporta un verso provenzale, od anzi francese posto in musica, il qual forse potrà somministrare qualche pruova d'altro poema anteriore a quello del *Faidit* colle note musicali. Non so in qual guisa, nè a quale oggetto riporti *Francone* quel verso: se l'applicazione delle parole alle note musicali è realmente presa dallo stesso poema, sarà certo una pruova, che non potrà essere contrastata; ma se è solamente fatta dal *Francone* secondo che portava il suo argomento, non potrà addursi per esempio di tale anteriorità. Infatti osservo, che il *Burney*, il quale ha fatto una diligentissima, e minutissima analisi de'trattati musicali di *Francone*, non fa pur motto del poema, onde questi ricava il detto verso, ma riferisce soltanto come il primo monumento a lui noto di poesia volgare posta in musica la sopraddetta canzone del *Faidit*. Ma checchè sia dell'antichità della musica nella poesia volgare, certo è, che detta applicazione, la quale or è il principale oggetto degli studj musicali, non meritava a que' tempi gran fatto l'attenzione de' dotti, e che questa era intieramente rivolta al miglioramento della musica della

(a) *Le Rivol. del Teatro music. ital.* tomo I, cap. IV.

tagorici insegnamenti su le ragioni de' tuoni; nè gli scrittori ecclesiastici avevano pensato d'introdurre in essa alcuna riforma. Ma in quel secolo si rese più comune la lingua greca, e i greci scrittori divennero più familiari e domestici, e si diedero pertanto i professori eruditi a studiare non solo *Boezio*, ma tutti i musici greci, ed introdurre nella lor arte qualche maggiore raffinamento. Fra' molti sistemi musicali de' greci v'era il sistema *temperato*, che noi abbiamo brevemente accennato nel tolemmaico, cioè un sistema, che per formare migliore armonia introduceva una qualche alterazione negl'intervalli (*a*); e i tolemmaici infatti alterarono la ragione del tuono aggiungendo il tuono minore. Ma i latini tutti pitagorici, o boeziani giuravano ciecamente nella dottrina de' loro maestri, nè pensavano d'abbracciare il temperamento de' tolemmaici, che forse neppure lo conoscevano, non che d'introdurne degli altri. Il *Ramos*, guardando con occhio filosofico la musica, ebbe maggiore abilità, o maggiore coraggio, e ritrovò un utile temperamento, volendo alterate le ragioni della quarta, e della quinta; e sebbene dovè soffrire le opposizioni del *Burzio* e del *Gafurio*, pur fu poi dopo quasi un secolo sostenuto e promosso dal *Zarlino*, e trionfò alla fine sì nella

298
Ristoramento della musica.

(*a*) V. Rousseau *Dict. de mus.*, Tempéram.

pratica, che nella teorica de' musici. L'*Eximeno* dottamente spiega la necessità de' temperamenti negl'intervalli musicali, e i miglioramenti riportati alla musica colla dottrina del *Ramos*, del *Fogliani*, e dello *Zarlino* (a); e quella sua copiosa e giusta spiegazione ci dispensa di più fermarci in questa materia. Vasto campo s' offrirebbe alle nostre investigazioni, se volessimo dare qualche notizia degli scrittori di musica, che dopo la metà del secolo decimoquinto, dopo l'introduzione dei lumi della greca letteratura, dopo l'incominciamento della nuova coltura e raffinatezza apportata alle belle arti, si sono veduti sorgere in tutta la colta Europa. Il *Lampillas* ne accenna parecchj degli spagnuoli che bastano al suo intento, ma che potrebbon accrescersi molto più (b). L' *Arteaga* infatti ne nomina molti altri, e ci fa sperare una sua opera su la scienza musica degli spagnuoli, che non solo sarà di gloria alla sua nazione, ma darà molti lumi per tutta la storia della moderna musica (c). Noi rimettendoci a questi e ad altri autori d' altre nazioni, che hanno parlato degli scrittori musicali di

299 Scrittori di musica.

(a) *Dubbio sopra il saggio di Contrappunto* ec. pag. 85, 86.

(b) *Saggio Istor. Apol. della Lett. Spagn.* par. II, tom. II, diss. III, §. V.

(c) *Rivol. del Teat.* ec. tom. I E' poi morto senz' averla pubblicata

tutte, diremo soltanto, che sebbene è stato in ciascuna infinito il numero di tali scrittori in quei due secoli decimoquinto e decimosesto, furono nondimeno rispettati fra tutti come i principali maestri lo *Zarlino*, e il *Salinas*, i quali vengono anche oggidì riguardati con molta stima dagl' intendenti di quella scienza. Le istruzioni armoniche dello *Zarlino*, tuttochè troppo cariche di vane e fantastiche ragioni, divennero nondimeno il libro classico per gli studiosi della musica pratica, e tutte le sue opere musicali servirono ad illustramento della diletta sua arte. Ma i sette libri *De musica* del *Salinas* ebbero ancora una fama più universale, e hanno poi conservata più durevole riputazione. Quel celebre cieco, profondamente istruito nella musica pratica, e nella teorica, ed altresì erudito filologo, poeta, filosofo, e matematico, che giustamente viene detto da molti il moderno *Didimo*, e potrebbe anche chiamarsi lo spagnuolo *Saunderson*, dopo lungo studio de' greci e de' latini, dopo lunghe meditazioni, e dopo continuo esercizio lasciò a' posteri in quella dotta opera quanto l' erudite ricerche, e le attente speculazioni, e replicate sperienze nel lungo corso di cinquanta e più anni gli avevano suggerito su la pratica, e su la teorica della musica. Non occuparono nondimeno questi dotti scrittori tutto il campo della

300 Zarlino.

301 Salinas.

dottrina musicale, nè chiusero ad altri ogni via di distinguersi in utili e curiose investigazioni. L'illustrazione dell' antica musica, ed il parallelo e l'applicazione di quella alla moderna, diventò lo studio non solo de' musici, ma più anche degli eruditi. *Vincenzo Galilei*, il *Doni*, il *Vossio*, il *Meursio*, e sopra tutti il *Meibomio*, ed il *Wallis*, e più recentemente il *Burette* impiegarono felicemente in questa parte le gloriose loro fatiche, e agli eruditi loro lavori dobbiamo noi le più chiare e sicure cognizioni, che della musica greca abbiamo presentemente. Le dotte disputc, le opportune scoperte, e i felici avvenimenti, che in questi secoli hanno molto contribuito a' maggiori avanzamenti della musica, darebbono ampia materia per un copioso trattato, se l' istituto del presente capo, e la vastità degli argomenti, che restano da trattare, non ci pizzicasse continuamente l'orecchio, e ci tirasse la mano per richiamarci al proposto assunto, e tenerci ristretti entro i confini delle matematiche. Ed appunto nel passato secolo comincia la scienza del suono ad essere trattata con qualche rigore matematico, e assoggettarsi l' acustica alle leggi della meccanica.

302 Galileo.

Il *Galileo* dee riporsi alla fronte di questa scienza, come l' abbiamo finora veduto di quasi tutte l' altre. Dalla dottrina de' pendoli ricava egli

i principj fondamentali della musica (*a*). Con essa risolve il problema delle due corde tese all' unisono, che al suono dell' una si muove l' altra, e risuona; spiega molti fenomeni fisici acustici, appoggia la sua dottrina delle vibrazioni sonore, e prova chiaramente consistere il suono nelle ondulazioni dell' aria prodotte dal moto delle corde, e pervenute alle nostre orecchie. Se tali ondulazioni s' uniscono regolarmente a ferire l' orecchio, nasce una consonanza, e questa è maggiore quanto più spesso accade la riunione. L' ottava è formata da due corde, delle quali una fa due vibrazioni mentre l' altra non ne fa che una; nella quinta una ne fa tre, e l' altra soltanto due; nella quarta una quattro, e tre solamente l' altra; e così delle due terze ec.; e quindi le vibrazioni delle corde nell' ottava ad ogni due dell' acuta arrivano unite all' orecchio, ad ogni tre nella quinta ec.; e perciò la più perfetta consonanza è l' ottava, e poi la quinta, e così delle altre. Ma se le vibrazioni delle corde sono incommensurabili, cioè che mai non si uniscano, o non lo facciano, che dopo lungo tempo, nasce allora la dissonanza; e perciò dissonante è la seconda, che ha la ragione di 8, 9, ed ha d' uopo non meno che di 8 vibrazioni della

(*a*) Dial. I. *della nuova Scienza.*

corda grave, e 9 dell'acuta, perchè concorrono a colpire amendue unitamente l'orecchio. Per formare questa varietà di suoni, e questi due tuoni diversi bisogna stabilire la varietà, che tali suoni richiedono nelle corde. Lunghezza, grossezza, e tensione della corda fissano l'acutezza del suono, che essa dovrà produrre: lunghezza e grossezza in ragione inversa, e tensione nella diretta. Questa dottrina era già conosciuta da' pitagorici, ma grossolanamente, e senza la dovuta precisione: il *Galileo* fu il primo a trattarla con esattezza, e diede i primi elementi dell'acustica, che hanno poi servito di base alle sublimi teorie de' più sottili geometri. Determinò dunque il *Galileo*, che due corde ugualmente lunghe, grosse, e tese suoneranno all'unisono; ma che per formare per esempio un'ottava, o due suoni, l'uno doppiamente più acuto dell'altro, dovrà la corda più acuta essere di doppio minore lunghezza, o di doppio minore diametro, ovvero di quadruplo maggiore tensione, o sia tesa con quadruplo peso, ch'è dire, che l'acutezza del suono seguirà la ragione semplice inversa della lunghezza e del diametro della corda, e la quadrata diretta della tensione, o sia de' pesi, che la tirano. La dottrina del *Galileo* tanto nella parte armonica, che nella meccanica de' suoni è in generale quella de' pitagorici: ma qual differenza

dalla dottrina pitagorica alla galileana? Innalzata dalla popolare inesattezza alla matematica precisione, appoggiata non a false e grossolane sperienze de' martelli, de' bicchieri, e de' piatti, ma a finissime e giustissime osservazioni de' moti de' pendoli, delle ondulazioni de' fluidi, e delle vibrazioni sonore, levata da una metafisica tenebrosa, e da una misteriosa oscurità alla più chiara luce di semplici ragionamenti, e di palpabili sperienze, si era resa solida e ferma, e degna dell'attenzione de' filosofi anche nello splendore della matematica e fisica de' nostri dì. E che hanno detto in questa parte di più del *Galileo* il geometra *Eulero*, e il fisico *Nollet*? Il *Sauveur* istesso, tuttochè creatore di una nuova scienza, appoggia la sua dottrina alla dottrina or accennata del *Galileo*. Che se il filosofo musico *Eximeno*, giustamente impegnato in sottrarre la diletta sua scienza da' ceppi della matematica, rigetta la ragione della consonanza proposta dal *Galileo* come non abbastanza generale, nè applicabile a tutti i casi dell' armonia (*a*), confessa però concorrervi tante sperienze, e tante apparenze di ragione, che non è da far meraviglia, che il *Galileo*, e gli altri filosofi si sieno indotti ad abbracciarla; nè trova a ridire contro la sua dot-

(*a*) *Orig. e reg. della Musica*, lib. I, cap. II.

trina meccanica della formazione de' suoni diversi, benchè ne provi smentita dalla pratica l'applizione negli stromenti. La dottrina musica del *Cartesio* è tanto conforme a quella del *Galileo*, che *Cartesio* stesso pare che voglia schivare la taccia di plagiario, e cerchi di rifonderla nel *Galileo* (a); e il *Poisson* illustratore della sua musica più uso fa delle ragioni e delle sperienze del *Galileo*, che di quelle del suo autore *Cartesio* (b). Sotto l'ombra di questi due sommi filosofi cresceva la musica, e chiamava l'attenzione del *Mersenno*, del *Gassendo*, del *Wallis*, e d'altri chiarissimi scrittori occupati nell'illustrazione delle più nobili scienze. L'accademia del Cimento, senza entrare nell'esame dell'armonia, prese pur in considerazione la cognizione del suono, e istituì opportune sperienze, e ci diede importanti lumi su la celertà e propagazione di questo. Il *Boyle*, il *Flamsteed*, l'*Allejo*, e varj altri hanno con replicate sperienze cercata la giusta determinazione di tale velocità.

303 Cartesio.

Intanto il *Newton* ascoltando gli ammaestramenti della natura più nelle geometriche sue ragioni, che nelle impressioni de' sensi, per una teoria

304 Newton.

(a) Ep. XCI, *par.* II.

(b) *Elucid. phys in Cartesii Musicam.*

molto ingegnosa e dotta, ma complicata ed oscura, delle vibrazioni dell' aria e per conseguenza della velocità del suono, dimostrò la proposizione, che « propagate pel fluido le vibrazioni, » tutte le particelle del fluido con moto reciproco » brevissimo avanzandosi e ritirandosi, s' accele- » rano sempre, e si ritardano secondo la legge di » un pendolo, che oscilla » e trovò colla sua teoria una velocità di suono pressochè la medesima di quella, che ci dà la sperienza (*a*). La teoria del

305 Giovanni Bernoulli.

Newton parve tanto ingombrata a *Giovanni Bernoulli* il figlio, che nel discorso su la *Propagazione della luce*, premiato dall' Accademia delle Scienze di Parigi nel 1736, non lusingandosi di poterla intendere chiaramente, invece di studiarla con attenzione, stimò meglio di proporre un altro metodo più facile, e più agevole da seguire, e giunse per mezzo di questo alla stessa formola, che il *Newton* aveva data col suo. Ma si l' uno, che l' altro metodo hanno incontrate delle opposizioni ne' geometri, perchè amendue suppongono, che il suono si trasmetta per fibre longitudinali vibranti, che si formano successivamente, e sono sempre uguali fra loro, e questa supposizione nè è dimostrata, nè appoggiata su sode pruove. Si vuole anche opporre, che il *Bernoulli* col suo metodo avrebbe do-

(*a*) *Princ. Math.* ec. tomo, prop. XLVII.

vuto in quell' ipotesi rinvenire una velocità diversa da quella ch'ei trova, e che è realmente la vera. L'*Eulero* prima in una tesi difesa in Basilea nel 1727, e poi nella *Dissertazione sul fuoco*, che divise il premio dell' Accademia delle Scienze di Parigi nel 1738, ebbe sospetto di falsità su la teoria del *Newton*, e propose un' altra formola per determinare la velocità del suono diversa dalla newtoniana; ma nè mostrò il difetto di questa, nè diede la dimostrazione della sua. Il *Cramer* fece alcune dotte osservazioni su la teoria del *Newton*, e mostrò, che la sua dimostrazione non veniva dalla natura della cosa, ma soltanto dall'ipotesi, che s'era presa, e che applicata ad un'altra proposizione affatto diversa avrebbe retto ugualmente. I dotti comentatori del *Newton*, *Jacquier* e le *Seur*, riportano distesamente questa obbiezione loro comunicata dal *Cramer*; ed eglino stessi confessando, che la dimostrazione del *Newton* non va esente da difetto, cercano di sostenere la sua proposizione prendendone altronde la dimostrazione; ma i loro calcoli sono così complicati, che non possiamo pienamente affidarci nelle loro conclusioni; e i posteriori geometri infatti non hanno abbracciata la dottrina del *Newton*; e il la *Grange* dopo profondo esame l' ha trovata fondata in ipopotesi incompatibili fra loro, e che necessariamente

portano al falso (*a*) Tutti questi punti però, la dottrina del *Galileo*, e del *Cartesio* intorno la musica, le sperienze de' fisici, e le teorie de' geometri sopra il suono non erano che piccioli saggi dei moltissimi argomenti che offre questa materia, e delle infinite speculazioni, che restavano a fare. Il bisogno, che hanno avuto i filosofi de teloscopj e microscopj, gli ha obbligati a studiare con estrema applicazione le differenti vie, e gli accidenti diversi della luce, e formare intorno ad essa una scienza, che avendo per oggetto la nostra vista, prende il nome di ottica; ma come non hanno avuto uguale bisogno di conoscere esattamente ciò che appartiene al suono, nè hanno riguardata la musica che pel piacere dell'udito, pel quale non credevano necessario il cercare le regole nel fondo della filosofia, non avevano rivolte da quella parte le loro speculazioni, nè avevano pensato di fare una scienza per l'orecchio, come l'avevano per l'occhio.

306 Sauveur.

Il *Sauveur* volle entrare in questo quasi affatto sconosciuto paese, e a misura che più s'inoltrava, tanto più trovava che esaminare, tanto più credeva necessario di formare una scienza acustica, la quale parevagli dover essere più vasta,

(*a*) *Ac. de Turin* tom. I.

e non meno curiosa ed importante dell'ottica, che tanto occupava gli studj de'matematici. Le sperienze, le osservazioni, i calcoli, le riflessioni lo condussero a mille nuove scoperte e presentarono al filosofico e penetrante suo sguardo molte belle ed interessanti novità. La scoperta del suono fisso, la distinzione del suono fondamentale e dell'armonico, l'osservazione delle *ondulazioni*, o sia delle vibrazioni parziali e separate d'una stessa corda, de' *nodi*, e del *ventre* di tali ondulazioni, e delle curiose diduzioni, che ne derivano, l'invenzione di certe macchine acustiche che sarebbero state sì utili ed eccellenti, come quelle dell'ottica, nuova lingua musicale più distesa e più comoda, nuovi caratteri, nuove regole, nuove divisioni de' suoni, nuovo sistema d'intervalli ed in somma una nuova musica, o, per dir meglio, un'acustica di cui la musica non è che una sola parte, sono i frutti delle sue speculazioni, ch'egli presentò come in abbozzo all'Accademia delle Scienze di Parigi (*a*), e che voleva portare alla sua maturità e perfezione. Egli era in verità un fenomeno strano e maraviglioso, che il *Sauveur*, il quale, come dice il *Fontenelle* (*b*), non aveva

(*a*) Ann. 1700 = 1701 ec.

(*b*) *Élog. de Monsieur Sauveur.*

voce, nè orecchi, non ad altro pensasse che alla musica, e ridotto a prendere in prestito la voce e l'orecchio altrui, ne rendesse in cambio dimostrazioni sconosciute a' musici, che gli prestavano quell' ajuto. Qual vantaggio per l'umanità, se la filosofia giungesse a recare tanti soccorsi all'udito, quanti ne ha dati alla vista? Se il *Sauveur* avesse potuto condurre al bramato termine le divisate teorie, se la morte non l'avesse rapito nel corso delle sue meditazioni, sarebbe egli stato il *Newton* dell' acustica, e noi avremmo questa scienza ridotta alla perfezione dell' ottica. Or nondimeno dobbiamo alla sua diligenza molte scoperte su varj accidenti della propagazione del suono, molte osservazioni su gli stromenti da corda e da fiato, e molte curiose ed utili cognizioni su varie parti della musica, e dell' acustica; e da alcuni punti della sua dottrina sono poi derivati il sistema fisico del suono del *Mairan* (a), e l'armonico del *Rameau*, e dell' *Alembert*. I tentativi del *Sauveur*, e più ancora i brevi cenni del *Newton* su le vibrazioni delle corde sonore indussero i matematici a trattare questo problema col rigore geometrico, e vincere le difficoltà, che presentava la loro complicatezza. Il primo, che ottenesse la gloria di risolverlo felice-

(a) *Accad. des Scien. an.* 1737.

317
Taylor.

mente, fu il *Taylor*, il quale giunse a dimostrare con esattezza le differenti leggi di tali vibrazioni, e sottomettere al calcolo il moto delle corde oscillanti (a). Considera egli la lunghezza e la massa di questa, e poi la lunghezza d'un dato pendolo a secondi, e il rapporto della circonferenza d'un circolo al suo diametro, e dà quindi una formola che esprime il numero delle vibrazioni della corda, durante una vibrazione del pendolo. Cerca la figura, che prende la corda quando forma le vibrazioni, e trova, che non è che una specie di cicloide allungata, ch'ei chiama compagna della cicloide, ed altri geometri dicono curva degli archi. Per determinare questa figura suppone, che tutti i punti della corda arrivino allo stesso tempo alla situazione rettilinea; e sebbene questa supposizione pare mostrata abbastanza dalla sperienza, vuole pur dimostrarla anche senza il soccorso di essa. *Giovanni Bernoulli*, che esaminò il problema *delle corde vibranti* dopo il *Taylor*, ne diede anche la medesima soluzione. Pareva forse a que' geometri, che tale ipotesi fosse bastante per rendere ragione de' principali fenomeni de' tuoni musicali, o forse credevano, che non bastassero le loro forze per risolvere il problema fuori di quell'ipotesi in tutta la sua ge-

(a) *Math. increm. directa et inversa.* 1715.

neralità. Questa soluzione, tuttochè del *Taylor* e del *Bernoulli*, non contentò la scrupolosa dilicatezza dell'*Alembert*, e si prese a provare, che anche in quell' ipotesi può prender la corda infinite altre figure, che ugualmente soddisfanno al problema, e che anche in quell'ipotesi si può determinare in generale la curvità, che ad ogni istante dee avere la corda facendo le sue vibrazioni; e fece in seguito molte ingegnose ricerche su la natura di queste curve, ch'ei chiama *generatrici*, e della maniera come esse possono generarsi, che hanno recati molti lumi a' meccanici, a' geometri, ed agli algebristi, e fu il primo, che risolvesse il problema nella sua generalità (*a*). La soluzione dell'*Alembert* era realmente generale, ma sempre supponendo, che la curva generatrice fosse regolare, e che potesse essere compresa in una equazione continua. L'*Eulero* trattò il problema con un metodo analogo a quello dell'*Alembert*; ma gli diede maggiore generalità; e conchiuse, che qualunque curva *serpeggiante*, continuata dall'una e dall'altra parte alternativamente di sopra e di sotto all'asse, sia regolare od irregolare, sarà propria per la soluzione di quel problema (*b*). Questa soluzione, benchè fatta con un metodo molto analogo a quello dell'*Alem-*

308 lembert.

309 Eulero.

(*a*) *Acad. de Berlin, an.* 1747.

(*b*) *Acad. de Berlin*, 1748.

bert, e simile alla sua in molti punti essenziali, era nondimeno diversa, più diretta, più analitica, più applicabile a tutte le questioni di questa spezie, ed evidentemente più generale. Non potè sofferire quietamente l'*Alembert* il dover partire con altri la gloria d'una sì bella scoperta, nè vide nella soluzione dell'*Eulero* che i tratti di somiglianza colla sua, nè la credè sufficiente per tutti i casi in cui nella curva generatrice non si seguisse la legge della continuità (*a*). Ma non tardò a rispondergli l'*Eulero*, e sostenne avere la sua soluzione tutta la necessaria esattezza, e la conveniente generalità (*b*). Mentre in questa guisa si dibattevano que'due eroi della matematica, venne in campo un altro non meno valente atleta, il profondo e sodo *Daniele Bernoulli*, e volle in qualche modo togliere ad amendue la gloria, che tanto si contrastavano, e darla intiera al *Taylor*, primo risolutore di quel problema. Egli crede di dimostrare, che la soluzione del *Taylor* è capace di soddisfare a tutti i casi possibili, e stabilisce la proposizione generale, che qualunque possa essere il moto d'una corda tesa, essa non formerà mai altro che una, o un complesso di due, o più cicloidi allungate. Quindi vuole che i calcoli dell'*Alembert*, e dell'*Eulero* niente più in-

310
Daniele Bernoulli.

(*a*) Ivi ann. 1750.
(*b*) Ivi ann. 1753.

seguino che que'del *Taylor*, e riduce il merito della soluzione, che dà egli stesso, a quello soltanto d'avere saputo applicare al metodo del *Taylor* un'analisi tutta nuova, che non esisteva al tempo di lui, cioè quella delle differenze parziali. Rispose l'*Eulero* alle obbiezioni del *Bernoulli*, e il calore della disputa fra due sì profondi geometri fece germogliare molte nuove ed interessanti verità su le oscillazioni delle corde e dell'aria, su la formazione del suono, su gli stromenti da corda e da fiato, e su molti altri punti risguardanti questa materia. Era da vedersi con piacere accompagnato da maraviglia e rispetto quella lunga e gloriosa lotta di que' due genj sublimi (*a*): uno spiegava tutte le forze dell'analisi, l'altro per potersi reggere senz'averne di bisogno impiegava tutta l'arte, e tutta la sagacità d'uno spirito inesauribile in risorse; uno profondeva prodigamente sforzi e calcoli, perchè niente costavano al suo genio fecondo ed istancabile; l'altro sempre semplice, elegante, e facile, metteva la sua gloria in fare molto con poche forze, senza dover temere di comparirne mancante; e tutti e due illuminavano e tenevano sospesa di meraviglia del sublime loro sapere tutta la matematica

(*a*) V. *Éloge de Monsieur Daniel Bernoulli*, *Acad. des Scien. de Paris* 1782.

Europa (*a*). Dopo il *Newton*, il *Taylor*, i due *Bernoulli*, il *d'Alembert*, e l'*Eulero*, entrò coraggiosamente nel campo il giovinetto *la Grange*, e toccò a lui il raccorne gli allori. Egli esamina la dottrina del *Newton* su la propagazione del suono, espone l'analisi pura ed esatta del problema secondo i primi principj della meccanica, e fa conoscere l'insufficienza e la falsità del metodo newtoniano, e propone un' altra via per la soluzione fondata su principj sicuri ed incontrastabili. Discute le teorie del *Taylor*, dell' *Alembert*, dell'*Eulero*, e le riforme e le obbiezioni di *Daniele Bernoulli*; e, pesate le ragioni degli uni e degli altri, conchiude, che i loro calcoli non bastano a decidere tali questioni, e propone una soluzione, che sembra avere tutto il merito della sodezza, e della generalità. Passa poi a sviluppare la teoria generale de' suoni armonici, degli stromenti da corda e da fiato, e per una formola semplice determina il suono fisso ed i suoni armonici, che propose il *Sauveur*, con quell' esattezza e facilità, a cui quegli non potè giungere; e dà nuovi e sicuri lumi per la cognizione del suono, applicabili anche alla pratica della costruzione, e del maneggio degli stromenti, alla teoria dell' eco semplice e composto, e ad altri curiosi e difficili punti dell' acustica. Le formole si

311 La Grange.

(*a*) V. *Acad. de Berlin*. 1753 ec.

semplici e generali, l'integrazione di tante equazioni, l'analisi sì fina, chiara ed esatta, la penetrazione del suo ingegno, la sodezza del suo giudizio chiamarono l'attenzione di tutti i geometri: gli stessi atleti di quella nobile lizza l'*Eulero*, il d'*Alembert*, e il *Bernoulli*, i venerati oracoli di questa scienza ascoltarono con rispetto la voce del nascente geometra, nè sdegnarono di metterlo al loro lato nel seggio, ch'essi occupavano nel matematico impero. Tutti e tre scrissero al giovine *la Grange*, abbracciando molti punti della sua dottrina, domandando d'altri maggiori rischiarimenti, e venerandolo in tutti quasi come loro arbitro e giudice; e se l'Accademia di Berlino era stata pochi anni prima il campo di battaglia fra que' tre illustri campioni, l'Accademia di Torino divenne nel suo nascere il teatro d'onore, dove fecero luminosa comparsa l'acustica e l'algebra, e dove concorsero, si può dire, a corteggio del *la Grange*, l'*Eulero*, ed il d'*Alembert*, i sovrani, i principi delle matematiche discipline. Qual gloria per un giovine geometra vedersi alla prima produzione portato su l'ali della fama per tutte le accademie, e le scuole, ricevere gli applausi de' più applauditi geometri, e gl'incensi e le adorazioni di tutti gli altri? Questa singolar gloria, che ottenne allora il *la Grange*, l'ha mantenuta ed accresciuta costantemente perfino a' nostri dì, spargendo o-

gnor nuovi lumi anche su la presente materia, che si copiosamente aveva illustrata (*a*). È pure lode grande del conte *Giordano Riccati* il meritare d'essere nominato anche dopo il *la Grange*, e gli ora celebrati geometri: il terzo suono osservato dal *Tartini*, il suono falso, ed alcuni altri nuovi punti sono stati da lui solo geometricamente trattati; e se egli non ha uguagliati gl'illustri suoi antecessori nella finezza dell'analisi, e nella profondità de'calcoli, gli ha forse superati nelle nuovità d'alcune materie, nell'estensione delle ricerche, e nello studio di conformare alla pratica le sue teorie, ciò ch' è un pregio non molto comune in tali speculazioni (*b*).

312 Giordano Riccati.

Intanto che questi geometri sì attentamente contemplavano la parte meccanica del suono, altri rivolgevano la loro attenzione alla parte fisica, ed altri alla parte armonica del medesimo. Il *Mairan*, trovando alcuna analogia tra i suoni e i colori, volle portarla più oltre, e propose un' ipotesi su la propagazione del suono, che molto s' assomigliava al sistema del *Newton* su la spansione del lume e dei colori. Il suono non è che le vibrazioni delle particelle dell' aria prodotte dal corpo sonoro, e comu-

313 Mairan.

(*a*) V. *Acad. de Turin* t. I, II, III. *Recherches* ec. e *Méchan. anal.* sec. part., sect. IX.

(*b*) *Delle corde elastiche*, 1767; *Suono falso*, artic. del *Prodromo della nuova Enc. ital.*

nicate al nostro orecchio. Voleva dunque il *Mairan*, che le particelle d'aria, fossero di diversa elasticità, e che al muovere la corda sonata tutte le particelle d'aria, che la circondano, in quelle soltanto seguisse la vibrazione, che fossero analoghe alle vibrazioni di quella, e non d'altre corde; come se posti all'unisono due clavicembali vicini, se suona una corda dell' uno, si sente nell'altro un picciolo eco, solo però nella corda unisona, e non nelle altre. Con questa diversa elasticità delle molecole aeree, e con questa analogìa d'alcune colle vibrazioni ch'esige un tuono, e d'altre con quelle d' un altro, spiega assai speditamente molti fenomeni della propagazione dei suoni diversi, che in qualunque altro sistema sono molto imbarazzanti e difficili, e rende assai probabili ragioni di varj accidenti dell'armonìa. Ma nondimeno quest'ipotesi del *Mairan* non è stata abbracciata da molti fisici: la diversa elasticità delle molecole dell' aria troppo contraria al loro equilibrio, e la infinita varietà, che ci vorrebbe di tali molecole, poco conveniente alla semplicità della natura, sono sembrate di maggiore difficoltà di quante ne può sciogliere tale ipotesi. L'*Eulero*, non contento d'avere risoluto analiticamente il problema delle corde sonore, volle anche trattare fisicamente del suono, e formare eziandìo un sistema de' principj dell'armonìa, e una nuova teoria musica (*a*). Il suo principio

314 Eulero.

è, che i tuoni saranno più consonanti o piacevoli all' orecchio, quanto più facilmente la ragione delle loro vibrazioni sonore si lascerà comprendere dalla mente; e forma quindi la scala de' gradi diversi di soavità ne' diversi tuoni, e stabilisce tutto il sistema dell' armonìa musicale. Molti inconvenienti nella teorica, e molti più nella pratica rileva giustamente l' *Eximeno* nel sistema musico dell' *Eulero (a)*, al quale noi rimettiamo i lettori, che bramino di vederli. Maggiore celebrità s' è acquistato il *Rameau*, eccellente musico, ed utile scrittore di musica, non solo nella Francia, ma eziandio nelle altre nazioni; fortunato per aver ottenuto ad illustratore e riformatore della sua dottrina non meno che un *Alembert (b)*. Ed è ben da far maraviglia, che i due più rinomati geometri dell' Europa, mentre si dibattevano su gli aridi calcoli della parte meccanica del suono, si occupassero eziandio quasi contemporaneamente su le dilettevoli amenità dell'armonica; più savio, a mio giudizio, l'*Alembert* per essersi attenuto al sistema d' un musico, senz' impegnarsi a farne di nuovo uno suo, e per avere schivati i difficili calcoli, senz'affastellare, com' egli dice, cifre sopra cifre nel suo scritto. Dal fenomeno osservato già dal *Sauveur*, che al suona-

315
Rameau.

316
Alembert

(a) *Orig. della Musica*, lib. I, c. III.
(b) *Élem. de Musique.*

-re una corda si sente oltre il suono proprio di questa la duodecima e la decimasettima maggiore di quel tuono, ricavano il *Rameau* e l'*Alembert* i principali punti della melodìa e dell'armonìa, e molti utili insegnamenti su tutte le parti della musica. La scoperta del terzo suono, cioè, che quando da due istrumenti simili si fanno due suoni diversi, se ne sente un terzo differente da tutti due, ha dato più nome al *Tartini*, benchè da alcuni vengagli contrastata (*a*), che l'oscurissimo suo *Trattato dell'armonìa*, che fondò su tale scoperta, e che vanamente volle appoggiare ad aritmetiche e geometriche ragioni. Coi soli principj del buon gusto trattò la musica il celebrato *Rousseau*, e benchè non sempre proponga verità da seguirsi, e quelle stesse ch' espone le presenti in articoli soltanto distaccati in un dizionario, dà nondimeno alcuni bei lumi, che risaltano molto più co' tratti dell'energica sua eloquenza. E filosoficamente per la parte del gusto, e matematicamente colle ragioni di numeri e di linee, ed anche praticamente per le regole dell' accompagnamento, per la misura delle corde, e per la divisione del tempo non solo nella musica, ma eziandìo nella poesia, e nel ballo, e per molti altri punti riguardanti la musica, trattò quell'arte il bar-

317
Tartini.

(*a*) Alembert *Elem. de Musique, Disc. prél.*

nabita *Sacchi*, che per le varie sue operette su tali materie, e più pel lungo trattato pubblicato negli atti dell'Accademia di Bologna (*a*) ricevè gli applausi di molti, e le objezioni di alcuni altri, e si mostra, al dire del *Canterzani* segretario di quell'Accademia (*b*), non solo istruito nella materia, che tratta, e nitido ed elegante scrittore, ma anche acuto filosofo, e perito nelle matematiche discipline. Contemporaneamente al *Sacchi*, dopo tanti musici illustri, dopo i valenti filosofi, e si sottili matematici comparve alla luce l'*Eximeno* assai versato nella matematica e nella musica per conoscere intimamente la natura dell'una e dell'altra, e assai sincero filosofo per aver il coraggio di dire senza riguardo ad altri scrittori la sua opinione, e di togliere alla matematica ogni influenza sopra la musica. Espone egli, e rifiuta i sistemi musicali de' matematici e de' musici, che l'avevano preceduto, e non sopra cifre e figure, non sopra matematici ragionamenti, ma su l'osservazione soltanto della natura vuole fondare il suo sistema. I tuoni della musica non sono per lui che gli accenti della favella: e sette sono soltanto i tuoni delle voci e delle corde armoniche, perchè per quante sieno le persone cui si faccia in-

318 Sacchi.

319 Eximeno.

(*a*) *Spec. theor. musicae*. Acad. Bon. tom. VIII.

(*b*) *Ibid. Comment.* p. 62.

tonare la voce, che loro è più facile e naturale, non se ne sentiranno altre che quelle de' sette tuoni; e così pure perfetta è l' armonia di terza, quinta ed ottava, e consonanti sono gl' intervalli che fra quelle corde si trovano, perchè quest' è l' accordo dettato dalla natura, e quello che senza regole di musica faranno più persone che vogliano formare naturalmente un concerto. Da queste semplicissime osservazioni ricava egli le regole della musica, e fa rientrare quest' arte nella vera filosofia. L'*Eximeno*, ed il *Sacchi*, e più d' essi il *Martini*, e il *Burney*, e prima il *Burette*, e ne' secoli precedenti il *Gaffuri*, il *Zarlino*, il *Doni*, il *Kirchero*, il *Meibomio*, il *Wallis*, ed altri moltissimi trattarono della natura, e della perfezione della musica de' Greci; posteriormente il *Requeno* ha creduto di poterla mettere in miglior lume, e renderla più sensibile, studiandosi di non asserire proposizione, che non fosse appoggiata all' autorità de' Greci armonici, e confermata colle sue sperienze. A questo fine fece costruire l' istromento *canone* usato dagli antichi, e con esso andò verificando ciò ch' ei credeva che avessero insegnato gli antichi, e ci diede due saggi, uno *storico* e l' altro *pratico del ristabilimento dell' arte armonica de' Greci*, promettendone anche degli altri, che le circostanze de' tempi non gli hanno permesso di ridurre a

compimento. Non so quanto saranno gradite dagli eruditi e dai pratici musici le sposizioni della dottrina musicale, dateci da *Requeno*; certo la via da lui presa d' appoggiarsi all' autorità de' greci scrittori, ed alla sperienza al loro modo istituita, sembra l' unica che possa condurre a scoprire la verità. Ma io osservo, che già fino da' tempi di *Porfirio*, e forse d' altri anteriori, non più si conosceva la musica greca, nè sapevansi ben distinguere le dottrine delle sette diverse; e temo non sia per riuscire vana ogni fatica degli eruditi moderni per presentarci nel vero suo aspetto, dopo tanti secoli, e tante vicende dell' arte, la musica greca, e la dottrina della loro armonia. Il *Vallotti*, il *Martini*, il *Laborde*, il *Rousset*, il *Momigny*, il *Barca*, istitutore d' una nuova teoria di musica (*a*), e parecchj altri hanno scritto, ed alcuni di essi tuttora scrivono della musica; ma non possiamo seguire tutti i passi di questa scienza, e forse n' abbiamo parlato più che al nostro istituto non conveniva. La musica è più da riguardarsi come arte dilettevole che come scienza matematica; l' acustica, che dee comprendere tutta la dottrina del suono, si può ancora considerare come nascente, e appena toccata in pochi suoi punti: impieghino in

320 Requeno.

(*a*) *Accad. di Padova* tom. I, II, IV.

essa i loro studj i geometri e i fisici, che certo con isperienze, e con calcoli scopriranno molte utili verità, che vi sono ancora nascoste, e ci formeranno una vera scienza nell' acustica, come l'abbiamo nell' ottica, che ora verremo ad esaminare.

CAPITOLO IX.

Dell' Ottica.

321 Primi scrittori d' ottica.

Dell' ottica degli antichi non abbiamo tanti scritti, nè tante memorie, come della lor musica. Sappiamo, che *Democrito* ed *Anassagora* scrissero della psospettiva (*a*), che un filosofo del tempo di *Filippo* macedone lasciò alcuni libri di cose ottiche (*b*), che *Platone (c)* ed *Aristotele (d)* parlarono della luce, de'colori, e della vista, e che *Aristotele* in oltre compose un libro distintamente dell' ottica (*e*); e tutto questo può provare abbastanza, che assai per tempo cominciarono i greci a fare le loro speculazioni su questa scienza. Ma di tutte queste, e d' altre antiche opere ottiche non ci restano che alcune poche espressioni di *Platone* e d' *Aristotele*, troppo oscure ed equivoche, nè abbastanza fra loro convenienti, per poterci dare qualche idea de' loro progressi nelle ottiche co-

(*a*) V. Vitruvio lib. VII, cap. I.
(*b*) Suida V. *Philosophus.*
(*c*) In *Tim. Theet.* et alibi.
(*d*) *De Anima* probl. al.
(*e*) Laert *in Aristot.*

gnizioni. Più forse proverebbe a loro favore il passo d' *Aristofane*; se appunto non si potesse dire, che proverebbe troppo, e più assai che non si possa prudentemente accordare alle scienze nascenti di quell' età. Noto è che *Aristofane* fa parlare nelle *Nuvole Strepsiade*, dicendo di voler comprare dagli speziali o droghieri una pietra diafana, che è il vetro, col quale si accende il fuoco, e standosi da lontano, applicando al Sole quel vetro, scancellare la scrittura della sua condanna (*a*). Questo pare in realtà una lente ustoria, e suppone la cognizione della rifrazione del lume pel mezzo del vetro necessaria per accendere il fuoco tanto comune, che si faceva un pubblico commercio di vetri preparati a tale effetto, ed era cosa usuale e frequente l'accender con essi il fuoco; anzi *Strepsiade* suppone una cognizione più intima d' una rifrazione capace di produrre anche da lontano un simile effetto, ciò che i nostri ottici stenterebbero ad eseguire. Ma è ella credibile a que' tempi una si recondita cognizione? Avrebbono parlato del lume con tanta incertezza, per non dire con tanti errori, *Platone* ed *Aristotele*, se prima del loro tempo fosse già diventata volgare e pubblica una si sottile diottrica? Osservo all' opposto, che

322 Passo d'Aristofane.

(*a*) Act. II, sc. I.

lo Scoliaste d' *Aristofane* ci dà al detto luogo un' idea di tale effetto col mezzo del vetro troppo differente da quella della rifrazione, dicendo, che que'vetri rotondi e grossi si ungevano coll'olio, e si riscaldavano, vi si applicava un lucignolo, o checchè deggia intendersi per le greche parole προσάγουσι θρυαλλίδα, e così accendevano il fuoco. Non parmi, che deggiasi prestare gran fede al detto dello Scoliaste; ma questo però può provare non didursi assai chiaramente dal passo d' *Aristofane*, che fosse conosciuta a que' tempi la rifrazione del lume nel vetro, per poterne formare da quello un convincente argomento. Del prodigioso effetto dello specchio, o degli specchj ustorj di riflessione di *Archimede* s' è scritto tanto, che sarebbe ora affatto inutile il volerne istituire una nuova disquisizione. Noi, lasciando ad altri il disputare eruditamente su la possibilità e sul fatto, diremo soltanto al nostro proposito, che anteriori al tempo d' *Archimede* si spacciano scritti d' *Euclide* dell' ottica, e della catottrica, onde dovevano aversi su questa materie assai più giuste notizie, che a' tempi d' *Aristòfane* e di *Platone*; cho lo stesso *Archimede* aveva particolarmento trattato degli specchj ustorj, ed egli non sapeva accostarsi ad alcuna materia senza profondarvisi intimamente; che di quel genio sublime e fecondo di portentose invenzioni

323 Specchio ustorio di Archimede.

niente ci dovrà parere incredibile; che se *Proclo* posteriormente potè operare un simile, ed anzi maggiore prodigio, come racconta *Zonara* (a); se *Antemio*, ne' suoi *Paradossi meccanici*, ne fa un problema, e, secondo l' idee comuni sugli spechj ustorj, lo crede impossibile, ma riflettendo alla lode da tutti data ad *Archimede*, ed osservando che gli scrittori di tale fatto non dicono d' essersi eseguito con uno, ma con più specchj, trova che con quattro o cinque o anche sette specchj piani potè realmente prodursi l' incendio (b); se *Tzetze*, affatto alieno da tali materie, pure seppe, benchè imperfettamente, descrivere il fatto in quell' unico modo in cui potè operarlo *Archimede* (c), non dee far maraviglia che *Archimede* la sapesse inventare; nè pare verisimile, che i Greci potessero immaginare tale invenzione, se non l'avessero prima ricevuta da *Archimede*, quando anche, dopo la tradizione di tanti scrittori, riputavasi da' matematici, al dire d' *Antemio*, il fatto impossibile; e conchiuderemo, che ad ogni modo sarà sempre vero, che i Greci ebbero questa cognizione catottrica di produrre con molti specchj piani ad una lunga distanza un forte e gagliardo effetto,

(a) *Annal.* lib. XIV.

(b) Περι παραδοξων μηχαν.

(c) *Chil. Histor.* II, n. 36.

che ha fatto poi onore al *Kircher*, ed al *Buffon*, ai sublimi ingegni de' secoli posteriori. Veramente che gli antichi avessero molte cognizioni de' fenomeni diottrici e catottrici, oltre l' or recate memorie ne abbiamo la pruova in *Seneca* (*a*), il quale non solo parla di varj accidenti, che ne' diversi specchj, e ne' vetri vedevansi, ma fa l' osservazione generale, che le cose vedute pel mezzo dell' acqua e del vetro compariscono molto maggiori, e lo prova con diverse sperienze (*b*); ma che avessero giuste teorie delle cagioni di tali fenomeni, questo nè in *Seneca*, nè in verun altro antico si conosce assai chiaramente. *Seneca* si riporta talor a' geometri come più esatti e precisi, e convincenti nel loro ragionare: ma appunto de' geometri non ci rimangono in questa materia che pochi opuscoli sotto i nomi d' *Euclide* e d' *Archimede*; e questi stessi al giudizio di buoni critici non sono di tali autori, e certamente non ne sembrano molto degni. Più sarebbono da desiderarsi i libri d'ottica di *Tolemmeo*, che sono tutti periti, ma che possiamo credere contenessero utile e soda dottrina. Perciocchè da quel poco che vediamo in *Alhazen*, *Vitellione* e *Ruggiero Bacone*, conosceva egli chiaramente la rifrazione della luce, e qualche ca-

324 Seneca.

325 Tolemmeo.

(*a*) *Nat. quaest.* lib. I.
(*b*) Ibid. c. VI.

gione di essa, la rifrazione astronomica, e l'illusione dell'occhio sul vero luogo delle stelle verso l'orizzonte, come pure la ragione della maggiore grandezza apparente degli astri all'orizzonte che al zenit.

Qualunque però sia stata la dottrina ottica di *Tolemmeo* e de' Greci, a che ci avrebbe servito, se gli arabi, e i latini loro discepoli non ce l'avessere trasmessa? Smarriti sono i lor libri, nè altro rimane dell'ottica greca che i libri non assai fondatamente onorati co' rispettabili nomi d' *Euclide*, e d' *Archimede*, un frammento de' paradossi meccanici d' *Antemio* sopraccitato, che quattro problemi contiene risguardanti gli specchj ustorj, ed un picciolo opuscolo de' *Capi d' ottica* d'altro greco col nome di *Damiano* o d' *Eliodoro* larisseo, che poco o niente c'insegnano; e possiamo dire, che la scienza ottica, tuttochè coltivata da' Greci, non incomincia per noi che dall'epoca degli Arabi. Questi, seguaci sempre de' greci, spesso copisti, talor corruttori, e talor anche correttori ed ampliatori, scrissero parecchie opere su l'ottica; e i libri di prospettiva e sugli specchj ustorj d' *Alhassan*, libri ottici d' *Alkindi*, problemi ottici di *Zarkalli*, e scritti, e trattati ottici e cattotrici di varj arabi si vedono citati nelle biblioteche orientali; ma solo *Alhazen* si è fatto conoscere pubblica-

326 Arabi scrittori d'ottica.

327 Alhazen.

mente dalla dotta posterità, e le sue opere sono state la scorta, che presero a seguire gli altri scrittori. La rifrazione astronomica conosciuta da' greci è stata da lui spiegata più chiaramente; anzi ha egli anche proposto un metodo di osservarla e determinarla assai giustamente col mezzo dello stromento astronomico delle armille (*a*). Dalla dottrina di *Tolemmeo*, e d'*Alhazen* formò la sua ottica *Vitellione*, più profondo geometra, che non fosse da sperarsi in quell'età, e la medesima diresse nei suoi ottici paradossi il famoso *Ruggero Bacone*, genio superiore al suo secolo, che fra i pregiudizj e gli errori allor dominanti seppe travedere molte utili verità. La teoria della rifrazione della luce da lui conosciuta per le opere di *Tolemmeo* e d'*Alhazen*, la notizia de' varj fenomeni sì della rifrazione, che della riflessione, e de' maravigliosi effetti pel loro mezzo prodotti già dagli antichi, il vivace suo ingegno, e la calda immaginazione gli paravano innanzi mille nuovi portenti degli specchj e de' vetri, alcuni possibili, ed altri no, ed egli poi gli spacciava con franchezza, e senza riserva, e prorompeva in espressioni e promesse (*b*), che lo hanno fatto riconoscere da alcuni per l' inventore degli occhiali, e de' telescopj. Veramente ciò che

328 Vitellione

329 Ruggiero Bacone.

(*a*) Lib. VII, t. IV.

(*b*) *Per spect.* part. III, dist. II ec., et alibi.

egli dice su'vetri convessi e concavi, e su l'aggrandimento degli oggetti prodotto per essi nella vista, tuttochè fondato su una dottrina non sempre vera, poteva nondimeno bastare per fabbricare gli occhiali; ma dalla stessa sua dottrina si ricava assai chiaramente, ch' egli non conosceva per esperienza tali effetti de'vetri, e parlava solo per pura teoria, e talor anche per vana immaginazione. Pe'telescopj poi sono sì false alcune sue asserzioni, ed altre, quantunque vere, sì vaghe, ed inesatte, che mostrano evidentemente quanto fosse egli ancora lontano non solo dall'esecuzione, ma dalla vera idea di tali stromenti, e della loro costruzione. Lasciamo dunque al *Bacone* la gloria d' un alto ingegno, e di una vastità di cognizioni molto superiore al suo secolo, ma non vogliamo profondergli troppo largamente l'onore d'autore, e padre di queste invenzioni. Gli occhiali in verità furono a que' tempi scoperti, cioè verso la fine del secolo decimoterzo tra 1280 e 1300; poichè fra *Giordano* di Rivalto in una predica nel 1305 diceva « Non è ancor vent'anni, che si trovò l'arte di far » gli occhiali »; ed il *Redi* cita un codice della sua biblioteca, dove nel 1299 scrivevasi « Mi trovo si » gravoso d'anni, che non avrei valenza di leggere » e scrivere senza vetri chiamati occhiali, trovati » novellamente »; e un altro codice della biblio-

330 [I]nvenzione degli [o]cchiali.

teca di santa *Catarina* di Pisa, dove leggevasi di frate *Alessandro di Spina* morto nel 1313: *Ocularia ab aliquo primo facta, et communicare nolente, ipse fecit, et communicavit*: e benchè non ci sia incontrastabilmente palese chi ne fosse il primo inventore, è però molto probabile, che sia stato un *Salvino d'Armato degli Armati di Firenze*, il quale veniva lodato in una sepolcrale iscrizione, che or più non esiste, come *inventor degli occhiali*, o almeno qualche altro toscano *(a)*. Ma questa invenzione, benchè molto utile alla società, e degna della nostra riconoscenza, non era che una meccanica applicazione della teoria, allora già assai conosciuta e comune, della rifrazione della luce per mezzo al cristallo; niente però accresceva i lumi della diottrica, nè produsse all'ottica scienza alcun riguardevole avanzamento. Alla fine soltanto del secolo decimosesto s'incominciò a recarle qualche miglioramento, e poi nel seguente si vide sorgere per essa una nuova epoca, o, per dir meglio, nel secolo XVII si formò l'ottica, quale non era ancora una vera ed esatta scienza.

Per quanto studio si fosse fatto da' Greci, dagli Arabi e da' Latini su la maniera di formarsi nei nostri occhi la visione, non si avevano ancora che

(a) V. Manni *De Florent. inventis* c. XXV; Smith *Cours d' opt.* l. I, c. III, not. 42.

331 Maurolico 532 Porta.

storte ed erronee idee; il *Maurolico* diretto dalle sue geometriche speculazioni (*a*), ed il *Porta* colla invenzione della sua camera oscura, e col suo vivace ingegno (*b*) furono i primi a darle assai vere e giuste, benchè non le conducessero neppur essi alla dovuta esattezza e perfezione, e seppero spiegare alcuni fenomeni ottici, ch' erano stati inintelligibili agli anteriori geometri e fisici. L' arcobaleno aveva occupato per molti secoli lo studio de' fisici e de' geometri; ma come tutti volevano derivarlo unicamente dalla riflessione, non potevano darne che spiegazioni lontane dalla verità. Un fisico tedesco *Fletcher* cercò di aggiungere alla riflessione la doppia rifrazione, ma non seppe farne la giusta applicazione; e toccò la gloria di questa ad *Antonio de' Dominis*, che ad essa soltanto dee la celebrità, che conserva nella storia delle scienze, benchè la sua spiegazione abbia abbisognato di nuovi lumi recati posteriormente dal *Cartesio* e dal *Newton*. La prospettiva era stata trattata dagli antichi fino da *Democrito*, e da *Anassagora*, e da' moderni *Pietro della Francesca*, e *Alberto Durer*, *Peruzzi*, *Barocci*, ed altri, e sopra tutti singolarmente dall' erudito *Daniele Barbaro*: ma questi non la trattarono che per la

(*a*) *Photismi de lumine et umbra* ec.

(*b*) *Magiae natur.* lib. XVII.

pratica; e il ridurla a principj certi, a rigorose dimostrazioni, ed a geometriche teorie, e formarne una scienza esatta, fu merito unicamente del dotto geometra *Guidobaldo*. Dopo questi ed altri scrittori di ottica, comparve a suo illustramento il *Keplero*, trattolla da genio vasto e profondo, quale egli era, e colla piena ed esatta spiegazione della vera maniera onde formasi la visione, e de' fenomeni fisici ed astronomici non intesi dagli altri, e d'altri nuovamente da lui osservati, co' tentativi ingegnosi per dare una giusta legge della rifrazione della luce, e con altre utili scoperte le recò egli solo maggiore vantaggio, che tutti insieme i precedenti scrittori (a). Pure con tutte le scoperte, e con tutti i lumi del *Keplero*, e degli altri geometri e fisici, riceveva bensì l'ottica maggiore lustro e splendore, ma restava nell' antico suo stato, non prendeva ancora un nuovo essere, non trasformavasi in una scienza, che si potesse dir nuova. Questo sì notabile cambiamento, questa gloriosa trasformazione non venne all' ottica che coll' invenzione de' telescopj.

333 Guidobaldo.

334 Keplero.

Egli è realmente obbrobrioso alla storia e alle scienze, che gl' inventori delle più utili ed interessanti scoperte restino comunemente sconosciu-

335 Invenzione de' telescopj.

(a) *Paralip. in Vitellionem* ec.

ugualmente convessi, ed applicò a'concavi la stessa misura, ma dall' opposto lato. Quindi ritrovò senza difficoltà il cambiamento, che un vetro convesso opera nella direzione de'raggi, che vengono da punti diversi, e mostrò in quale caso dovranno divenire convergenti, in quale divergenti. Esaminò l' immagine degli oggetti, che si forma per mezzo de' vetri convessi, e ne spiegò il necessario rovesciamento; stabilì la grandezza dell' immagine, che alla diversa distanza del vetro dal luogo dell' oggetto, e da quel dell' immagine sarà conveniente; e diede geometricamente tutta la teorìa de' telescopj. Questo profondo esame gli fece vedere, che due vetri convessi darebbero ancora maggiore ingrandimento degli oggetti, che uno convesso, e l'altro concavo, ma che presenterebbero l' immagine rovesciata. Questa scoperta rimase sterile nelle mani del *Keplero*, nè allor si conobbe altro telescopio che il *batavico*, o *galileano* d'un obbiettivo convesso, ed un oculare concavo; ma poco di poi lo *Scheinero* mise in opera felicemente questa cognizione, e fece telescopj, che or chiamansi *astronomici* di due lenti convesse, che davano molto maggiore ingrandimento e chiarezza; e perchè in essi gli oggetti presentansi rovesciati, osserva egli, che tale rovesciamento niente pregiudica alla visuale configurazione delle stelle, essendo queste rotonde; e per gli og-

338 Scheinero.

getti terrestri trovò la maniera di farli con un pezzo di carta vedere raddrizzati; e dice, che in quella guisa era egli solito di far vedere a molti le macchie e le facule del Sole, e in quella stessa più di tredici anni prima aveva fatto vedere varj oggetti all' arciduca d' Austria *Massimiliano*. Colla stessa arte, soggiunge, è nato il microscopio, il quale maravigliosamente ingrandisce gli oggetti, che per la loro picciolezza sfuggono la nostra vista, e conchiude, che con tre lenti convesse si presenterà l'oggetto ingrandito, ed anche diritto. Tutto questo dice lo *Scheinero* nella sua *Rosa Ursina* (a); ed essendosi incominciata la stampa di quel libro nel 1626, benchè finita soltanto nel 1630, prova, che almeno fino dall'anno 1613, cioè quando ne fece uso coll'arciduca *Massimiliano*, adoperava già lo *Scheinero* i telescopj detti *astronomici* di due lenti convesse, e che non molto di poi si conobbero anche que' di tre vetri convessi, e che è privo di fondamento il volerne attribuire al cappuccino *Reita* l'invenzione, al quale forse saranno dovuti i telescopj di un obbiettivo, e di tre oculari tutti convessi, ch' egli prima d' ogni altro descrive (b), quando non vogliano attribuirsi al *Campani*, ed i binocoli, ne' quali per due tubi diversi si guarda

(a) Lib. II, cap. XXX.

(b) V. *Oculus Enoch. et Eliae* ec.

co' due occhi lo stesso oggetto, quando anche di questi non vogliasi riconoscere l'origine dal celatone inventato dal *Galileo* per osservare in mare le stelle. L'invenzione de' microscopj composti di due vetri convessi si vede anche dal citato passo dello *Scheinero* essere nata a que' tempi; e non ebbe questo presente il *Montucla* (a), quando asserì non avere noi vestigio di microscopio composto di due vetri convessi che solo nel 1646 in un' opera del *Fontana*, il quale volle attribuirsene l' invenzione (b). Il *Viviani* (c) dà al *Galileo* la lode dell' invenzione del microscopio di una, e di due lenti, e dice, che fino dal 1612 ne inviò uno in dono al re di Polonia. Bisogna dir nondimeno, che quell'invenzione fosse allora molto imperfetta, perchè ancora nel 1624 mandandone uno il *Galileo* al principe *Cesi*, gli scrive « ho tardato a mandarlo, perchè non » l'ho prima ridotto a perfezione, avendo avuto diffi» coltà in trovare il modo di lavorare i cristalli per» fettamente ». Questo microscopio da quel poco ch' ei ne descrive, non fu che semplice, formato soltanto d' una picciola sfera, o lente di vetro, e prese sbaglio il per altro accurato *Montucla* quando disse non essersi fatti questi di picciolissime lenti,

339 Invenzione de' microscopj.

(a) Part. IV, lib. IV, §. III.

(b) *Novae terr. et coelest. obs. Neapoli* 1646.

(c) *De locis solidis Aristei* ec. *Inscriptiones* ec.

che verso la metà del passato secolo (*a*). Il *Viviani* (*b*) dice, che il *Galileo* inventò, ed anche lavorò microscopj di una, e di due lenti; ma non per questo si dovrà credere, che inventasse il microscopio composto di due vetri convessi, perchè egli non conobbe altra combinazione di vetri per ingrandire otticamente gli oggetti che d'uno convesso, e l'altro concavo, com'egli stesso lo dice nel *Saggiatore*, e come gli rimprovera lo *Scheinero* (*c*). Forse l'invenzione di questi microscopj di due vetri convessi sarà stata opera del *Drebbel*, al quale si dà comunemente, non so il perchè, la lode d'inventore de' microscopj: ma prima del 1621, in cui vuole l'*Ugenio* (*d*), seguito dallo *Smith* (*e*), che fabricasse egli in Londra tali stromenti, cita già il *Viviani* quelli del *Galileo*, ed osserva altronde il *Montucla*, che dalla stessa lettera del *Borel*, onde si prende questa notizia del microscopio del *Drebbel*, si rileva altresì, che il microscopio usato da questo in Londra non era fatto che da *Zaccaria Jans* (*f*). Diamo dunque al *Galileo* la gloria della prima in-

(*a*) L. C.
(*b*) *Ubi supra.*
(*c*) L. C.
(*d*) *Dioptr.* ec.
(*e*) *Cours d'Opt. remar.* l. I, c. IV.
(*f*) *Hist. des Math.* l. C.

venzione de' microscopj; o lasciamo quest'invenzione ugualmente sconosciuta ed oscura che quella de' telescopj. Ma è ben da far maraviglia, che mentre in tante guise si lavorava da molti al miglioramento de' cannocchiali, scrivesse ancora il *Cartesio*, che quanti se n'avevano al suo tempo, tutti erano soltanto sul modello dell'olandese. Con più verità potè dire il medesimo *Cartesio*, che di quanti avevano trattate quelle materie, nessuno aveva bastantemente dimostrato quale figura esigessero tali vetri (a); e a questa curiosa ed utile sua ricerca dobbiamo la dotta ed interessantissima opera, che ce ne diede alla luce, e il nuovo aspetto, che prese allor questa scienza.

340 Cartesio. Quante nuove e belle dottrine non ci presenta nella sua diottrica quel sublime e fecondo ingegno! La natura del lume esposta se non con tutta l'esattezza della verità, con chiarezza almeno, e giustezza di filosofici ragionamenti, la costruzione dell'organo della vista, e tutto il meccanismo della visione illustrata con quella pienezza e perfezione, che non le aveva potuto dare il *Keplero*; la legge della rifrazione della luce data da questo soltanto per approssimazione, fissata poi con precisione dallo *Snellio*, trovata per una via diversa ampliata con

(a) *Dioptr.* c. I.

maggior distinzione, e da lui prima di ogni altro assai chiaramente spiegata la figura de' vetri più propria per unire in un punto più raggi paralleli all' asse creduta per congettura dal *Keplero* una sezione conica, dimostrata da lui realmente un' ellisse ed un' iperbole; la geometria arricchita di una nuova speculazione di curve da noi sopra accennate, dette *ovali di Cartesio*; spiegate varie condizioni dell' arco-baleno non toccate dal primo suo spiegatore *Antonio de Dominis*; e molte altre utilissime cognizioni furono il frutto della *diottrica* del *Cartesio*, uno de' libri più pieni e più ricchi di scoperte, e di verità, che siano usciti dalle dotte sue mani. La spiegazione della rifrazione eccitò a *Cartesio* molti oppositori, fra' quali il celebre *Fermat* l' attaccò con maggior ardore, e non solo con lui vivente, ma ancor dopo la sua morte ebbe a contendere co' suoi partigiani. La spiegazione del *Cartesio* era assai vera nel fondo, ma sposta in guisa da soggiacere a molte difficoltà; e le opposizioni, che gli mossero contro que' grand'uomini, e le risposte date da lui e da' suoi seguaci servirono grandemente ad illustrare la diottrica, e rischiarare alquanto quella materia che ancora dopo le spiegazioni del *Gregory*, dell' *Ugenio*, dello stesso *Newton*, e di molti altri non lascia abbastanza paga e contenta la mente critica de' filosofi. La dottrina

diottrica di *Cartesio* recò molto lum e alla teorica; ma non produsse alla pratica quel notabile miglioramento, ch' egli con qualche ragione si era lusingato di dovervi operare. Per unire in un punto più raggi e schivare quel difetto che chiamasi l' *aberrazione di sfericità*, pensò giustamente il *Cartesio* di sostituire alle lenti sferiche l' ellittiche o l' iperboliche: ma la difficoltà di lavorare i vetri in tali figure, più che alcune ragioni contrarie a queste figure, non lasciò ridurre a pratica gli ammaestramenti del *Cartesio*, e i vetri seguitarono a lavorarsi come prima in porzioni di sfera senza cercare altre figure. Non fu più fortunato nel suo tentativo il *Gregory*; ma giovò nondimeno assai più alla pratica di quell' arte per l' eccitamento, che diede ad una nuova sorte di telescopj. Sono degne della riconoscenza degli ottici, e de' geometri le nuove verità non osservate da altri, che scoprì egli per dare a' vetri lavorati maggiore chiarezza, distinzione ed ingrandimento; ma il principale suo merito fu l' invenzione de' teloscopj di riflessione, benchè non glie ne riuscisse l'esecuzione con troppa felicità (*a*). Oltre l' imperfezione de' cannocchiali di lenti sferiche, che, pretese di correggere il *Cartesio*, osservò il *Gregory* un' incurvazione del-

341 Gregory.

342 Telescopj Gregoriani.

(*a*) *Optica promota.*

l' immagine, che cercò di levare. Trovò in oltre, che i vetri iperbolici riceverebbero bensì molto lume, onde ingrandire di più gli oggetti, ma sarebbero troppo spessi e non l' avrebbon trasmesso tutto. Per ovviare a tutti questi inconvenienti pensò prima a' vetri ellittici e parabolici; ma la difficoltà di lavorare tali vetri lo fece rivolgere agli specchj di riflessione. Propose pertanto d' applicare due specchj concavi, parabolico l' uno, e l' altro ellittico, che credeva sarebbero stati più facili a lavorarsi che i vetri, e che avrebbono tolta l' *incurvazione* dell' immagine, e gli altri difetti dei vetri sferici. Ma vane furono le sue lusinghe: gli specchi non si mostrarono più docili de' vetri nell' arendersi a prendere quelle figure, nè i telescopj di riflessione ebbero dalle mani del *Gregory* il desiderato riuscimento. Questa lode, come molte altre, era riservata al gran *Newton*; e l' ottica, come quasi tutte le scienze sublimi, attendeva da lui la sua perfezione. I vantaggi, che ognor più si trovavano de' teloscopj e de' microscopj, impegnavano l' attenzione de' fisici, e de' geometri per cercare all' ottica maggiori lumi, sì pratici, che teorici. Il miglioramento de' vetri pel cambiamento della figura in ellittica, od iperbolica, non era sperabile di ottenersi; la lunghezza pel foco de' medesimi poteva arrecare altri vantaggi, doveva dare più

lume, soffriva oculari più forti, ed ingrandiva di più gli oggetti. Studiavansi pertanto gli ottici di accrescere sempre più la lunghezza del foco, e di lavorare lunghissimi telescopj. Il primo a distinguersi in questa parte fu il *Divini*, il quale però restò vinto in breve dal *Campani*, i cui lunghissimi cannocchiali ottennero l'onore di servire al *Cassini* nelle sue grandi scoperte, ed hanno conservato anche posteriormente maggiore riputazione presso gli astronomi. Altri ajuti, e maggiori vantaggi ricevè l'ottica dal dottissimo geometra, e sublime meccanico *Ugenio*. Le profonde speculazioni, che fece questo grand' uomo su la natura, e su la rifrazione della luce, su l'organo della vista, su la formazione della visione, su la politura de' vetri, su la costruzione de' cannocchiali produssero le diverse opere, ch' egli lasciò su queste materie, e che hanno molto servito per accrescere i lumi di tutta l'ottica, e particolarmente della diottrica (*a*). Ma forse più che colle opere, e più che colle teorie, giovò egli a questa scienza colla sua pratica, e collo stromento, che regalò all'astronomìa, quale non ancora l'aveva avuto, d'un nuovo e particolar telescopio, e d'un mezzo di maneggiarlo con sicurezza e facilità. I telesco-

343 [Div]ini, e [Ca]mpani.

344 [U]genio.

(*a*) *De lum. Dioptr. Var. de Opt.*

pj diottrici dopo l' introduzione de' catottrici sono molto caduti di prezzo: amasi la picciolezza, e la comodità di questi, e si rende quasi insopportabile la lunghezza e la difficoltà degl'immensi tubi diottrici. Pur come questi hanno sopra i cattotrici il vantaggio di ricevere il micrometro, e dare così maggiore esattezza alle osservazioni, seguitarono ancora gli astronomi ad usarli, e gli ottici a procurare il loro ingrandimento e miglioramento; ed *Auzout*, *Hook*, *Hartzoecker*, e parecchj altri ne diedero altri, o maggiori, o più facili a maneggiarsi, o che compensassero la mancanza di maggiore ingrandimento co' pregi di maggiore chiarezza e distinzione. L'*Hook* in oltre si fece un merito particolare in quest' arte col pensiero di unire al vetro un liquido meno rifrattivo (*a*), il quale se restò allora inutile pel suo intento, ha poi felicemente servito ad altre invenzioni ottiche. I microscopj seguirono anch' essi quasi gl' istessi passi de' telescopj. Noi abbiamo detto di sopra, che dopo il principio del secolo XVII, il *Galileo*, il *Drebbel*, ed altri usarono de' microscopj semplici e composti; ma realmente la finezza e perfezione del lavoro degli uni e degli altri non fu conosciuta che posteriormente. Alle picciole lenti di cortissimo foco difficilissime a lavorare

345 Hook.

346 Miglioramenti de' microscopj.

(*a*) *Transact. philos.* 1666.

si sostituirono piccioli globetti fusi alla fiamma; e *Butterfield*, *Hook*, *Gray*, e parecchj altri ne lavorarono in guise diverse. Il *Gray* in oltre introdusse una sottilissima goccia d'acqua a fare le veci di vetro finissimo, e formò due sorti diverse di microscopj d'acqua. Altra maniera di microscopj inventò il *Wilson*, altra il *Marsham*, e così molti altri, che possono vedersi descritte nell' opera dello *Smith (a)*. Celebri sono i portenti de' picciolissimi animaluzzi osservati con essi dal *Leeuwenhoek*, dall'*Hartzoecker*, dal *Gray* e da altri, che noi non possiamo qui riferire, ma che provano abbastanza quanto si fosse avanzata a que' tempi la costruzione de' microscopj. Nè minori progressi faceva l'ottica nella parte teorica, e nell' acquisto di nuove ed utili cognizioni. Gli ottici non conoscevano nella luce che due deviazioni, o cambiamenti di direzione, cioè la riflessione al giungere a' corpi opachi, e la rifrazione al passar pe' diafani, o per mezzi di spezie diversa. Due altre ne scoprì il *Grimaldi*: la dispersione de' fili luminosi d'un raggio solare, e la detta da lui *distrazione*, e dal *Newton* poi *inflessione*, quando la luce passando liberamente per l'aria s'accosta vicinissima ad un corpo senz' arrivare a toccarlo, e declina dal diritto suo corso pie-

347 Grimaldi.

(a) *Cours d' Opt.* lib. III, c. XVIII.

gandosi verso quel corpo. E queste scoperte aprirono agli ottici la via di molte nuove ed utili speculazioni (*a*). Il *Cavalieri* esaminando gli specchj ustorj trovò varie proprietà delle diverse figure coniche applicabili a tali specchj: e definì in oltre il foco de' vetri disugualmente convessi, che il *Keplero* non seppe determinare (*b*). Il *Barrow*, più profondo geometra, portò più avanti la teoria dei fochi de' vetri diversi, e della combinazione diversa di convessità e concavità differenti; diede nuovi principj per determinare il luogo apparente degli oggetti veduti per riflessione, o per rifrazione, ed illustrò con nuove teorie, e con nuovi lumi molti punti dell' ottica curiosi ed interessanti (*c*).

348 Cavalieri.

349 Barrow.

Così i più dotti geometri impiegavano le loro meditazioni nella cultura dell' ottica; così i più valenti artefici si studiavano di recarle qualche miglioramento; così in varie guise illustravasi quella scienza, e preparavasi a ricevere la nuova forma, che le doveva apportare il *Newton*. La luce presentasi agli occhi di tutti, e da nessuno veduta, si lasciò non solo vedere, ma toccare e maneggiare dal *Newton*: a lui svelò volentieri la sua natura, e par-

350 Newton.

(*a*) *De lumine, coloribus, et iride.*
(*b*) *Exercitat.* ec.
(*c*) *Lect. opt.*

ve, che si compiacesse di vedersi contemplare nelle più minute sue parti da' fissi sguardi di quel genio sovrano. Non dirò le sagaci sperienze, le attente osservazioni, le finissime diligenze usate dal *Newton* per penetrare ne' più intimi suoi seni, e vederla ne' suoi impercettibili atteggiamenti. Allor finalmente si scoprì la luce un corpo come gli altri, agilissimo bensì, e quasi d'infinita velocità, ma che impiega pur qualche tempo nel suo moto: si vide come si slancia dal corpo luminoso; trapassa i corpi diafani, e sente l'attrazione delle lor particelle, declinando più, o meno dalla sua direzione secondo la varia densità di que' mezzi; passa vicina ad altri corpi, e si difrange, o si piega attratta verso di loro; urta ne' corpi opachi, e mostra la sua elasticità nella pronta e regolare riflessione; e s'assoggetta in somma alle leggi tutte del moto de' corpi. Allora parimenti comparve la luce sottilissima sì, ma pur composta di particelle eterogenee, e sottomesse nelle mani del *Newton* ad una rigorosissima dissezione, mostrò i suoi raggi composti di sette raggetti primigenj ed inalterabili, tutti fra lor differenti, di massa o densità diversa, diverso colore, e diversa rifrangibilità, e fece così vedere i germi stessi de' colori, i fenomeni diversi de' corpi colorati, la cagione producitrice dell'arco-baleno, gli accidenti delle immagini degli oggetti presentateci per mezzo

de' vetri, e mille oscurissimi arcani della natura, e dell' arte (a). Meccanica della luce, anatomia della luce, fenomeni grandi, dettagli insensibili agli altri occhi, vaste osservazioni, minute sperienze, tutto ciò che è verità, tutto è fatto pel *Newton*, il dio della luce, il vero Apollo della Filosofia. La decomposizione della luce, l' osservazione della costante e perpetua diversità di rifrazione ne' raggi diversi, l' esame dell'inalterabile loro rifrangibilità gli fecero riflettere, che il maggiore difetto de' teloscopj diottrici consisteva nell' iride, che formano i vetri, derivata dalla diversa rifrazione; diverse sperienze riuscite con poca felicità l'indussero a credere, che non vi fosse rimedio per questo male; e il suo genio fecondo di opportune risorse gli suggerì il mezzo d'ottenere gli stessi effetti di moltiplicazione de' raggi di luce, e d'ingrandimento degli oggetti senza esporsi agl' inconvenienti della rifrazione dei vetri. A' teloscopj diottrici sostituì i cattotrici; in vece de' vetri, che rifrangono il lume, che rompono i suoi raggi, e separano i suoi colori, adoperò specchj, che lo riflettono, e rimandano i raggi senza scomporli, senza presentare distintamente colori diversi, senza produrre confusione. Chiuse una estremità del tubo, e vi collocò uno specchio conca-

351
Telescopj newtoniani.

(a) *Newtoni Opt.*, *Lect. opt.*

vo, che riceveva gli oggetti per l' altra estremità aperta, e ne mandava l' immagine ad uno specchietto piano e inclinato posto avanti il punto del foco, che la rimandava ad un picciolo foro nel lato del tubo, dove l' occhio la riceveva per mezzo d' una oculare. Non più iride, non più colori, non più confusione; in picciolo tubo, e facile a maneggiarsi, s' ingrandisce l' oggetto quanto negl' immensi ed intrattabili tubi diottrici. Furono pertanto i teloscopj newtoniani ricevuti dagli astronomi con curiosa avidità, e con piena soddisfazione. La dottrina del *Newton* dell' emissione della luce, e dell' immutabilità de' sette colori ha avuto, ed ha anche presentemente di tanto in tanto i suoi oppositori; ma ha sempre parimenti trovati più e maggiori difensori ed illustratori; e si può dire, che ha sempre trionfato de' suoi avversarj, e regna tranquilla e gloriosa nella filosofia. L' invenzione de' teloscopj catottrici gli è stata contrastata da molti: alcuni italiani ne hanno voluto dare la gloria ad un P. *Zucchi*, autore d' una ottica, e d' altre opere matematiche or poco conosciute; molti francesi al *Mersenno*, il quale ne propose uno al *Cartesio*, e questi lo rifiutò (a). L' inglese *Gregory* ha realmente più diritto di tutti gli altri alla gloria dell' invenzione. Fu suo il pensiero

352 Pretensioni di varj all' invenzione de' telescopj catottrici.

(a) Cart. epist. XXIX e XXXII, part. II.

di applicare a' cannocchiali gli specchj in vece dei vetri, credendoli più facili da lavorarsi in figura ellitica e parabolica, che avrebbe corretti i difetti de' vetri sferici, ed anche della troppo grossezza degl'iperbolici, se mai si fosse riuscito nel lavorarli. Ma a che servono i pensieri quando non possono ridursi ad esecuzione? Le idee del *Gregory* rimasero senza effetto. Solo il *Newton* ebbe l'accortezza di riflettere, che i difetti d'aberrazione o d'incurvazione restavano quasi insensibili in picciole porzioni di sfera, quali sono i vetri de'teloscopj, e che il difetto principale di questi non è che la rifrazione diversa de'raggi della luce, la quale sarebbesi ugualmente tolta cogli specchj sferici, che con que'di qualunque altra figura conica. La semplicità e verità de' pensieri, e la facilità d'eseguirli è l'opera del genio; e se noi abbiamo telescopj di riflessione si utili all'astronomia, e alla fisica, non li dobbiamo che al *Newton*, il quale prese l'idea della loro utilità pel vero suo aspetto, e ne diede l'esecuzione. Al pubblicarsi nell'Inghilterra l'invenzione del *Newton* (*a*) volle tosto il *Cassegrain* nella Francia riclamarne l'anteriorità (*b*), e propose il suo telescopio catottrico, nel quale lo specchio del fondo, che il *Gregory* voleva concavo, doveva essere con-

(*a*) *Transact. phil. an.* 1672.
(*b*) *Journ. des Savans* 1672.

vesso. Varj furono su questi punti i dibattimenti (a); ma il telescopio del *Cassegrain* non fu mai ridotto ad esecuzione, e rimase soltanto stimato e trionfante quello del *Newton*. Questo stesso per lungo tempo non venne adoperato, finchè in questo secolo *Giovanni Hadley* si prese a lavorarne alcuni, e diede loro universale celebrità. Il medesimo giunse poi anche a formarne de' gregoriani. Il *Short* ne lavorò altri ancor più perfetti; il *Molineux* ed altri parecchj cercarono di dare maggiori comodi, e maggior perfezione a' telescopj, ad a' microscopj di riflessione, e venne ognora più la catottrica guadagnando maggiori lumi, ed acquistando miglioramenti.

553 Specchj ustorj.

Per altra via s' arricchiva questa di nuove cognizioni, e si rendeva più utile allo scoprimento della natura, ed a' lavori dell'arti. Gli specchj ustorj adoperati già dagli antichi furono dal *Magini* professore di Bologna portati a gran perfezione; e vuolsi, che questi eccitassero il *Cavalieri* a darci le belle teorie su' fochi delle diverse loro figure, che leggiamo nella sua opera su questa materia (b). Il *Settala* li lavorò ancor più perfetti; e poi il *Villette* superò il *Settala*, e quanti l' avevano preceduto. Ma tutti doverono ceder la mano al celebre

(a) V. Newton *Opusc.* tom. II.
(b) *De speculis ustoriis.*

specchio ustorio dello *Tschirnausen*, del quale si vedevano effetti sì straordinarj, che movevano la maraviglia di tutta l'Europa (*a*). Maggiori eziandio furono i portenti, che operò lo *Tschirnausen* nella diottrica. Le famose sue *caustiche*, delle quali abbiamo altrove parlato, sono frutto delle attente meditazioni, che fece su la riflessione, e su la rifrazione del lume. Queste lo portarono a desiderare vetri convessi più grandi, e più perfetti, i quali esposti al sole fossero nuovi fornelli, che dessero una nuova chimica; ed egli ne lavorò sì grandi, e sì attivi, che il *Fontenelle* li chiamò novità quasi miracolose di diottrica e di fisica, ed enimmi per gli artefici più intendenti (*b*). In questo secolo gli specchj ustorj, e la dottrina della riflessione del lume ha ricevuti ancora nuovi vantaggi. I famosi specchj d'*Archimede*, che avevano un foco sì lontano da poter abbruciare le navi romane, erano stati creduti da tutta l'antichità: ma *Cartesio*, ed altri moderni negarono apertamente il fatto per non saperne concepire la possibilità. Il *Kircher* fu il primo, che riflettendo su la descrizione di tale fatto dataci da *Tzetze*, volle colla prova verificare la possibilità, e gli riuscì di produrre con soli cinque specchj piani ad una distanza di più di cento piedi un

354 Tschirnausen.

(*a*) *Act. Lips.* 1687, 1692.
(*b*) *Éloge de Monsieur Tschirnausen.*

355 Buffon.

calore non sopportabile (a). Ma il *Buffon* portò più oltre la pruova, e rese molto più utili le sue sperienze (b). Egli mostrò quanto sieno più opportuni per la riflessione i vetri stagnati, che gli specchj metallici per quanto sieno puliti; egli fissò quanta sia la forza, che perde il lume riflesso paragonato al diretto; egli immaginò una combinazione di specchj piani, che porta il foco all'alto, al basso, dove si vuole, ciò che riesce molto comodo e vantaggioso per parecchie fisiche e chimiche sperienze. Quest' artifiziosa collocazione di diversi specchj piani gli diede anche il bramato intento di portare il foco di tutti ad una lunga distanza, ed abbruciare un corpo 150 piedi lontano, e di far vedere praticamente, che potea realmente *Archimede* operare dalla città nel porto di Siracusa il descritto effetto dell'incendio delle navi. Altre scoperte fece il *Buffon*, altre il *Cassini*, altre il *Courtivron*, ed altre parecchj altri (c): ma noi non possiamo seguire minutamente ogni cosa, e veniamo al più interessante ritrovato diottrico di questo secolo, che è quello de' telescopj acromatici tanto famosi.

356 Telescopj acromatici.

Dall' *Eulero* prende l' origine quest' utile e gloriosa scoperta. L' *Eulero* può in qualche modo

(a) *Ars magna lucis et umbrae.*
(b) *Acad. des Sc.* 1747.
(c) *Acad. des Sc.* 1748, ec.

chiamarsi il secondo *Newton*, che ha formata una nuova epoca in ogni classe delle matematiche. Alcune sperienze indussero il *Newton* ad asserire, che solo « se i raggi emergenti saranno paralleli » agl' incidenti, potrà aversi il lume bianco, e che » se gli emergenti saranno obbliqui agl' incidenti, il » lume vi prenderà sempre varj colori (*a*) »; e quindi, sebbene ebbe qualche pensiero, che oggettivi composti di due vetri, il cui spazio intermezzo fosse pieno d'acqua, potessero correggere l'aberrazione della sfericità, non pensò mai nondimeno, che potesse servire questo mezzo per levare, o diminuire la dispersione de'raggi, o l'aberrazione, che dicesi della rifrangibilità. L'*Eulero* colse opportunamente tale idea; parvegli molto probabile « che una certa com» binazione di differenti corpi trasparenti potesse » essere capace di rimediare a questo difetto, e che » ne' nostri occhi si trovino i differenti umori dispo» sti in modo, che ne risulti alcuna diffusione nel » foco ». Diretto da queste riflessioni cominciò a cercare le dimensioni degli oggettivi formati di vetro e d'acqua da poter imitare la combinazione, che si fa nell'occhio naturalmente (*b*). S'oppose il *Dollond* a' calcoli dell' *Eulero*, ed appoggiato alle leggi della rifrazione e della dispersione del *Newton*, con-

357 Eulero.

358 Dolloud.

(*a*) *Opt:* part. II, lib. I, prop. 3.
(*b*) *Acad. de Berlin.* 1747.

chiuse, che nel caso dell'*Eulero* là riunione de' raggi di differenti colori non poteva formarsi, che ad una distanza infinita (*a*). Cadde adunque il progetto dell'*Eulero*, e il nome del *Newton*, tanto benemerito dell'ottica, fu questa volta pregiudiziale al suo maggiore avanzamento. Allora il *Klingenstierna* si fece coraggio, senza lasciarsi sgomentare dalla contraria autorità del rispettabile *Newton*; ardì attaccare la sua sperienza, a cui si appoggiava il *Dollond*; e provò, che la legge newtoniana s'accosterebbe assai più alla verità nelle piccole rifrazioni, che nelle grandi. Le ragioni del *Klingenstierna* obbligarono il *Dollond* a replicare le dette sperienze, e l'esito corrispose alle teorie dell'oppositore. Non ebbe il *Dollond* difficoltà di darsi vinto, e confessò ingenuamente, che il progetto dell'*Eulero* era realmente eseguibile, e che con mezzi diafani di diversa densità potevasi correggere l'aberrazione de' raggi. Adoperò egli prima i mezzi del vetro e dell'acqua proposti dall'*Eulero*; ma essendo troppo picciola la differenza delle rifrazioni fra que' due mezzi, bisognava dare a' vetri troppa curvità, onde cresceva l'aberrazione della sfericità, o lasciarli con troppo poco apertura, e privarsi de' principali vantaggi, che erano da sperarsi da tali telescopj. Si rivolse pertanto

159
Klingenstierna.

(*a*) *Transact. philosoph.* 1753.

a due sorta di vetro, che davano maggiore differenza nelle rifrazioni, uno molto bianco e trasparente, chiamato *flintglass*, e l'altro verdastro simile al nostro comune, detto *crownglass*, le rifrazioni, de' quali sono come 3 e 2; e col mezzo di questi corresse la dispersione de' raggi, fece sparire l'importuna iride, ed ottenne il bramato intento (*a*). Quest' interessante scoperta diottrica mise in agitazione tutti i geometri: i tre più distinti, il *Clairaut*, l'*Eulero*, e l' *Alembert* vi applicarono tutta la forza de' loro calcoli per determinare la differente rifrangenza de' due vetri, le curvità più opportune per distruggere l' aberrazione della rifrangibilità, e quella della sfericità; le dimensioni più giuste per ottenere tutto l' effetto, ed altri punti complicati e difficili, che abbisognavano di tutte le risorse della tanto allor avanzata analisi, e che sembravano aver atteso il tempo del suo splendore per presentarsi alle speculazioni de' geometri. La più fina geometria venne in soccorso de' nostri occhi, e volle contribuire alla nostra curiosità: dimensioni esattissime, sottilissimi calcoli, ragionamenti ingegnosi presero per oggetto la rifrazione, la dispersione, e la riunione de' raggi della luce per mezzo de' vetri, e

(*a*) *Philosoph. Transact.* 1758. *Acad. des Sc. de Paris* 1756. Pezenas *Addit. au Cours d' Opt. de Smith.*

la perfezione de' telescopj acromatici, e sparsero nuovi lumi non solo su l' ottica, ma su l' algebra, su la geometria, e su le altre parti delle matematiche. Le dissertazioni su questi punti del *Cailraut* piene di giuste formole e d' invenzioni giovevoli; gli opuscoli del d'*Alembert* (a), ricchi di fine e sottili viste, e di giuste formole pel foco delle lenti di più maniere, e per l' aberrazione nata sì dalla rifrangibilità, che dalla sfericità de' vetri, come per quella che nasce nell' occhio stesso pel paragone de' microscopj diottrici e de' catottrici, per la rifrazione nelle materie diverse, e la maniera di combinarle insieme, e generalmente pel miglioramento delle lenti e della loro costruzione, e si può dire, per quasi tutti i punti importanti dell' ottica, e sopra tutto i tre tomi della *Diottrica* dell'*Eulero*, che il *la Grange* non dubita di chiamare trattato completo su questa materia (b), si possono dire i corsi dell' ottica raffinata e sublime, come lo è della piana ed elementare l'opera dello *Smith*. Senza tanta elevatezza e complicazione di calcoli, con una più semplice geometria, ma con gran forza d' immaginazione e d' ingegno, e con lunga e oculata pratica giunse il *Boscovich* a determinazioni non men sottili, e più utili, e ad invenzio-

360 Boscovich.

(a) Tom. III, IV, al.
(b) *Acad. de Berlin*. 1778.

ni pratiche molto ingegnose, e di vantaggio assai maggiore che le analitiche speculazioni de' raffinati geometri. L'errore della sfericità, trascurato dal *Newton* come troppo piccolo, o quasi infinitesimo in confronto di quello della rifrangibilità, contemplato da' nuovi diottrici ne' telescopj acromatici, dove la differenza dall' uno all' altro è molto minore, dal solo *Boscovich* fu riguardato nel pieno e vero suo aspetto, investigatane la quantità in vetri di varia qualità, e di varie aperture, paragonato con quello delle rifrangibilità non solo ne' diametri, o nell'estensione o quantità dell' uno e dell' altro, ma nella direzione de' raggi, e nella progressione della densità della luce in ciascuno de' differenti lor punti, ricavatene molte teoriche novità, scoperti nella pratica difetti non osservati da altri, ritrovati nuovi rimedj ed inventati stromenti per correggerli con maggiore facilità. Lo studio degli ottici si era rivolto a perfezionare gli oggettivi, e a levarne i colori, poco s'era pensato agli oculari, o almeno pochissimo s'era fatto, che servisse all' uso comune. Il *Boscovich* prese questi particolarmente di mira; e mentre l' *Eulero* si rampicava su formole e teorie, che non potevano ridursi utilmente alla pratica, egli si occupava in dar soluzioni semplici ed eleganti, alla cui dimostrazione bastano i primi elementi, e le già conosciute verità, e in cer-

car regole spedite e facili all' esecuzione. Prese dal Clairaut le formole per la rifrazione delle lenti, ma le fece sue per la semplicità delle dimostrazioni, e per la generalità de' principj. Coll' osservazione del lume riflesso dalla superficie posteriore d' una lente, e delle due rifrazioni, che soffre l'una all'entrare, l' altra all' uscire volle spiegare un certo lume erratico, che ha cagionato degli sbagli in alcuni astronomi. Fece nuove osservazioni su l'inversione dello spettro diretta ed obbliqua, e ne ricavò utili ammaestramenti. Trovò nella diversa rifrangibilità un errore comune a tutti i raggi, ed altro particolare de' raggi situati fuori dell'asse, e propose il modo di correggere l' uno e l' altro. Diede metodi per servirsi utilmente del vetro comune; applicò l' acqua a nuovi usi diottrici, ed immaginò un telescopio ripieno d' essa per derminare la celerità della luce, come venne poi esposto, ma non con tanta pienezza di viste, da un' inglese (a); dimostrò, che per mezzo di due sostanze non possono unirsi che due colori e fece vedere quanto siamo ancora lontani da un perfetto acromatismo ne' telescopj; e si distese a molte nuove e curiose ricerche, ed unì in tutte a fine ed esatte speculazioni teoriche nuove regole, ed utilissi-

(a) *Philosoph. Transact.* 1782.

simi metodi per la pratica. Le dotte dissertazioni in varj tempi da lui pubblicate (*b*); gli stromenti o da lui originalmente inventati, o ridotti a nuova esattezza, o a più universale utilità, tante sottili osservazioni, tante interessanti invenzioni, tante scoperte ingegnose mostrano nel *Boscovich* l'uomo di genio, che avezzo alle geometriche speculazioni, occupato per cinquanta e più anni in maneggiar teloscopj, ed in osservar notte e dì pel loro mezzo le stelle, trasportato dall' amore dell'astronomia, persuaso per pratica della necessità di migliorare il lavoro de'telescopj come unico mezzo dell'avanzamento della diletta sua scienza, a tutto pensa tutto riflette cerca il profitto dell' arte, non la propria sua gloria, nè curasi d' innalzarsi a sublimi calcoli, e ad analitiche teorie, spesso difficili d' intendere, e rare volte riducibili ad uso; ma si dà tutto a' progressi della pratica, alla perfezione del lavoro al vantaggio dell' ottica, e dell' astronomia. La necessità di miglioramenti ne' telescopj acromatici ha impegnata l' universale curiosità; la geometria, la meccanica, e la chimica sono invitate a contribuire con nuovi lumi a questo comune benefizio dell' umanità. Il *Jeaurat* con un' ar-

361
Jeaurat

(*b*) *Acad. Institut. Bonon* tom. V. tum *Dissert. quinque ad Dioptricam pertinentes. Vindobonae* 1767, tum *Opera pertinentia ad Opticam et Astron.* tom. I, et II. *Bassan.* ec.

tifizio meccanico ha fatto un lavoro utile agli artisti; ha trovate le curvature, che fa d'uopo dare ai diversi vetri, e ne ha distese le tavole, che possono servire loro di guida. Egli inoltre propose certi telescopj, che chiamava *diplatidiani (a)*, e che il *Selva* dotto artefice veneziano, che ne fece altri simili, distingue col nome d' *iconantidittici (b)*, i quali davano due immagini dello stesso oggetto, una diritta, l'altra inversa con due opposti movimenti, e cercò di perfezionare gli obbiettivi, e gli oculari degli acromatici. Il *Rochon* si fece nome per varj servigj prestati all'ottica, per nuove formole che egli stesso verificava colla sperienza, per nuovi stromenti da lui inventati, per nuove maniere di costruzioni, e pel miglioramento, che colla doppia rifrazione del cristallo recò al *micrometro obbiettivo*, che fu cagione di amarezze e contrasti col celebre *Boscovich (c)*. Il *Fuss (d)*, l' *Oriani (e)*, e qualche altro hanno fatto de' tentativi per migliorare nella figura della curvatura i cannocchiali acromatici. L'Accademia delle Scienze di Parigi si appli-

362 Rochon.

363 Studio sul

(a) *Acad. des Scien.* an. 1779.

(b) *Dial. ottic.* ec. dial. IV.

(c) *Acad. des Scien.* an. 1776 ec. *Opuscules Recueil.* ec.

(d) *Instruction détaillée pour porter les lunettes .... au plus haut degré de perfection*, etc. *Saint-Petersbourg* 1774.

(e) *Mem. di Mat. e Fis. della società Ital.* tom. III.

miglioramento del *flintglass*.

cò ad un mezzo più utile, e propose premio, offerto da un privato zelante de' progressi dell'arte, a chi sapesse levare i difetti del *flintglass*, e renderlo di una trasparenza perfetta, ed affatto uguale. Il *Macquer* fece molte sperienze per iscoprire la cagione de' difetti, a' quali è soggetto questo cristallo, e le espose all' Accademia (*a*); e fu coronata da questa una delle dissertazioni presentate al concorso. Cominciava a mancare, o almeno a divenire troppo caro il *flintglass* inglese; onde bisognò studiar molto per rintracciare, altre materie con cui potervi supplire. Il tedesco *Zeiler*, scortato dall' *Eulero* presentò all' Accademia di Pietroburgo, nel 1763, una composizione del vetro comune con una porzione di minio, che diventava più perfetta quanto più abbondava il minio (*b*). Non pare che tale composizione fosse di piena soddisfazione de' fisici e de' matematici, e l' Accademia delle scienze di Parigi, nel 1773, propose per un premio straordinario la costruzione d' un cristallo perfetto, quale per tali telescopj conviene; e un certo *Libarde*, impiegato nelle vetraje di Francia, lo riportò. Ma in tutte queste composizioni si ritrovavano inconvenienti, che le facevano abbandonare dagli ottici:

364
Macquer.

(*a*) *Acad. des Sc. an.* 1777.

(*b*) *Trattato delle specie di vetro dotate d'una [illegible] differente per separare i colori ec.*

Il *Rochon*, a cui felicissimo riuscì l'uso della platina per lo specchio de' telescopj, volle servirsi della medesima per farne un crogiuolo cilindrico, ove fondere il vetro, e poi maneggiarlo, e tagliarlo secondo le peculiari sue vedute; ma le vicende sopraggiunte non gli permisero di compirlo. Attualmente, in Monaco, il valente macchinista *Reinchembach*, che pareggia almeno, se non forse anche supera nella finezza degli stromenti i migliori artefici inglesi, forma eccellenti telescopj acromatici, e questi con un *flintglass* di propria invenzione. Ed è sperabile, che, applicandosi a queste ricerche gli artefici e i chimici, i naturalisti e i geometri, si troverà qualche materia più conveniente a tal'uso, e qualche ulteriore miglioramento. I telescopj acromatici occuparono l'attenzione di tutti i geometri: col loro ajuto si promettevano di conquistar nuovi cieli; mille lusinghiere speranze si presentavano agli avidi occhi degli astronomi: l'*Eulero*, il *Clairaut*, il d' *Alembert*, il *Boscovich*, il *la Grange*, ed infiniti altri scrissero replicate volte su questa materia: i telescopj catottrici appena riportarono qualche leggera considerazione di que' geometri: tutti gli sguardi, e tutte le premure erano rivolte agli acromatici. Pure con questi non si sono ancor fatte riguardevoli scoperte, e solo s' è ottenuta qualche maggiore comodità per gli astronomi

nel fare le osservazioni. Mentre con tanto impegno questi sommi geometri faticavano pel miglioramento degli acromatici senza ottenere per mezzo d' essi nuove scoperte, un musico e militare tedesco ritirato nell' Inghilterra con un telescopio di riflessione scopriva un nuovo pianeta, nuovi satelliti, e nuove stelle, e faceva prendere a' cieli un nuovo aspetto. Il famoso *Herschel* nel fondo del suo ritiro con istancabile ed industriosa pazienza, e con diligente destrezza, senza formole, senza calcoli, senza chimiche dissoluzioni, senz' ajuti accademici ha saputo dare a' suoi telescopj catottrici una forza ed attività, che nè mille geometri, nè mille chimici co' più sublimi calcoli, e colle più esatte formole, e colle sperienze più raffinate con tante dissertazioni, e con tanti libri non hanno potuto procacciare a' loro applauditi acromatici. Nel 1772 incominciò a lavorare telescopj diottrici, ma presto lasciò questi da parte per attendere ai catottrici, e vi riuscì sì felicemente, che quando prima il maggiore ingrandimento che avevano saputo produrre gli artefici, non era stato che di quattrocento, egli subito ne procurò di mille, e di più e più, sicchè nel 1782 ne aveva annunciato nella R. Società di Londra uno di sei mila (*a*). E poi sempre più è en-

365
Herschel.

(*a*) *Transact. philos.* 1782.

dato migliorandoli, finchè produsse quel portentoso telescopio, ch'egli lungamente descrive nelle transazioni filosofiche del 1795, che forma la maraviglia degli astronomi e degli ottici, e di quanti sanno stimare il vero pregio in tali materie. Benemerito delle scienze, non solo migliorò gli stromenti della vista, ma insegnò eziandio il modo di migliorare la vista stessa, o di regolare gli occhi per vedere di più nelle astronomiche osservazioni. Ed anzi, dalla pratica ottica venendo alla teorica, ha saputo dottamente esaminare ne' telescopj la luce e chiarezza, l' ingrandimento, e ciò ch' egli chiama facoltà o potenza di penetrare, ossia la forza di far percepire o sentire piccioli oggetti, che non parevano posti nella sfera de' nostri sensi.

366
otometria.

I calcoli, le meditazioni, e gli studj de' geometri, degli ottici, e di tutti gli applicati a queste materie, tendevano a meglio conoscere la rifrazione e la riflessione della luce, al miglioramento de' cannocchiali, all' avanzamento della diottrica e della catottrica; s' incominciò a pensare altresì ad esaminare la forza e l' intensità della medesima luce, e a misurare i suoi gradi, e a formare una scienza della *fotometria*, conosciuta soltanto a' nostri dì. Non poca lode merita il cappuccino P. *Francesco Maria*, che tentò d' aprire la strada a tale scienza, tutto che il suo *lucimetro* non possa dirsene che un saggio

molto imperfetto. Il titolo di creatore di quella dee darsi al *Bouquer*. Egli con ingegnose sperienze, e con giusti calcoli misurò i gradi diversi d'intensità de'lumi diversi, d'una e di più candele, d'una torcia e d'una candela, del sole e della luna, de' pianeti e delle stelle fisse, e la differenza di tali gradi nelle diverse situazioni delle lor orbite; egli esaminò quanta luce assorbisca un corpo che la riflette, e qual differenza passi fra' corpi diversi nella maggiore o minore porzione che n'esauriscono, quale nelle superficie liscie e polite, quale nelle ruvide e scabre; egli determinò quanta luce si perda nel traversare i corpi diafani di densità differenti, e quanta per le inclinazioni differenti de'raggi incidenti su la superficie di tali corpi; egli descrisse la linea che forma la successiva degradazione del lume, passando i mezzi diafani di diverse profondità, o di nature diverse, e seguì in somma da acuto fisico, e da sodo geometra l'andamento del lume, e la deperdizione della sua intenzione e vivacità, e gettò i fondamenti, e incominciò la gran fabbrica d'una scienza, che ardisce non meno che prendere le misure d'un corpo sì poco maneggiabile com'è la luce. La sua opera non fu che prima un *Saggio*, e poi cogli aggiunti accrescimenti un più completo *Trattato d'ottica su la gradazione della luce*; e questa, al solito delle ope-

367 Bouquer.

re originali ne fece nascere delle altre. Mentre il *Bouquer* sì utilmente s' impiegava in tali ricerche, l' *Eulero*, a cui niente sfuggiva di quanto può assoggettarsi al calcolo, rivolse anch'esso le sue meditazioni alla misura della luce, e dopo alcuni teoremi su l' illuminazione de' corpi, particolarmente degli sferici, entrò a misurare i lumi diversi dei corpi celesti, discendendo distintamente a ciascun pianeta ed alle stelle fisse, e fece in questa come in tutte l' altre materie, risplendere la sua sublime geometria. Ma il gran maestro della fotometria altro non è che il *Lambert*. Con una lunga serie di squisite sperienze ha egli per tutti i versi maneggiata la luce, e mossala in varie guise, e condottala su varj corpi, e diretta su varie ordinazioni, esaminata direttamente in sè stessa, riguardata nella chiarezza de' corpi illuminati, paragonata la chiarezza delle immagini ne' fochi de' vetri con quella degli oggetti stessi, e la chiarezza degli oggetti stessi con quella che ci si presenta negli occhi, e contemplata la quantità della luce che i corpi diversi e gli stessi di differenti colori riflettono, e passato a calcolare l' illuminazione della terra e de' pianeti, e di questi stessi nelle diverse lor fasi, ha contemplati i diversi gradi di luce de' crepuscoli, dell' ombre e delle tenebre, e in tutto ha fatte nuove e curiose scoperte, e le ha incontrastabil-

68
ibert.

mente dimostrate con esatti calcoli, e con evidenti sperienze, ed è rimasto pienamente padrone di questo campo, dottore universale della fotometria (*a*). Entrati i filosofi in famigliare ed intima conoscenza della luce, si sono avanzati a sminuzzarla sempre più, ed hanno saputo distinguere e separare ne' raggi luminosi il calore e la luce. Qualche differenza del calore e della luce s' era già scoperta e provata da' fisici, e il *Rochon* osservò e dimostrò con varie sperienze diversità di calori ne' raggi solari di calori diversi. Ma il *Lambert* o il *Newton* in questa parte della cognizione della luce è stato il celebre *Herschel*. Non contento d' avere da lontano scoperta la luce in molti corpi dove per tanti secoli non era stata da nessun altro veduta, ha voluto assoggettarla da vicino alle rigorose sue osservazioni. Co' prismi e co' termometri, co' microscopj e co' telescopj ha messi a tortura i raggi solari, e obbligatigli a palesare i gradi di calore e di chiarezza o di luce che ciascun d' essi contiene, ed ha scoperto che diversissimi sono in essi i gradi dell' uno e dell' altra, che il maggior grado di calore è nei rossi, il maggiore di chiarore o di luce nel verde basso o nel giallo alto, il minore sì di calore che

369 Herschel.

(*a*) *Photometria sive de mensura et gradibus luminis colorum et umbrae.*

di luce ne' violetti, misurando in ciascuno d' essi i gradi che contengono dell' uno e dell' altra. E tanto ha trovato differenti queste due proprietà, che egli è riuscito in alcuni raggi di ottenere il calore senza percepirvi alcuna chiarezza, e così è giunto a molte curiose e novissime scoperte fisiche della luce e del calore, delle quali non era venuto a nessun altro neppure il pensiero. E venendo alla diletta sua ottica, alla disposizione dei vetri, alla composizione de' cannocchiali, ha trovato che la rifrangibilità ne' raggi che producono il calore, è diversa da quella dei raggi che recano la chiarezza; e che in un vetro o specchio il foco della luce è diverso da quello del calore, più vicino quello, e quest' altro più lontano; che alcuni raggi danno maggior chiarezza, ma forse troppa, che abbaglia la vista, che la stracca e la guasta; e siccome negli apparecchj ottici si cerca la maggior chiarezza e nettezza negli oggetti, la maggiore dolcezza ed agevolezza nella vista, va egli determinando quali vetri colorati, in qual maniera disposti, quale apertura ne' telescopj, e quali misure in queste parti debbano prendersi, per dare agli apparecchj ottici maggior perfezione, e recare alla scienza ottica nuovi miglioramenti (a).

(a) *Transact. philos.* 1800.

In questo stato ritrovansi le teorie ottiche, e la costruzione degli ottici stromenti, recato il tutto ad una perfezione a cui non mai si sarebbe ne' passati secoli immaginato che potessero giungere, ed ora nondimeno si spera di potervi vedere eziandio ulteriori avanzamenti. *Newton* non credeva possibile levare l' iride da' cannocchiali diottrici; *Eulero* e *Klingenstierna* ne mostrarono co' loro calcoli la possibilità, e *Dollond* riuscì a metterlo in esecuzione. I geometri hanno rintracciate ne' vetri e negli specchj vantaggiosissime forme che forse potranno eziandio condurre a maggior perfezione; ma non hanno poi potuto gli artefici ridurle a compimento : ulteriori speculazioni de' geometri e degli artefici otterranno forse stromenti e metodi di perfezionare; l' arte di lavorare e polire i vetri e gli specchi e ridursi a quella curvatura e figura, metterli in quella posizione, e recarli a quella perfezione che loro prescrivono le ottiche teorie. Un tedesco, soldato e musico, lavorando per suo trastullo stromenti ottici, ha dato un telescopio, che ha fatto lo stupore de' geometri e degli ottici, ed ha messo in nuovo aspetto l' ottica e l' astronomia; speriamo che sorga altro *Herschel*, che n' inventi qualche altro non ancora immaginato, e arrechi nuovi miglioramenti alle scienze. Il *flintglass* in mano del *Dollond* ha prodotti

i cannocchiali acromatici: non potremo altresì sperare che si ritrovino altre materie, che sieno di vantaggio anche maggiore alla diottrica! Il *Rochon* ha fatto colla platina un telescopio che riuscì molto più perfetto degli altri d'altre materie; forse i naturalisti ed i chimici, forse gli artefici stessi, forse il mero caso scopriranno qualche altra materia più facile ad aversi che la platina, e più conveniente al miglioramento della catottrica. I desiderj non solo degli ottici e degli astronomi, ma di tutti i filosofi, anzi di tutta l'umanità tendono al miglioramento degli ottici stromenti: la materia è molto importante, e merita l'attenzione e lo studio di tutti i dotti, e i lumi e gli ajuti di tutte le scienze e di tutte le arti; nè v'è diligenza e riguardo che non debba impiegarsi pel maggior suo avanzamento. Non si tratta di meno che d'accrescere quasi a volontà la sfera d'uno de' nostri sensi, e di stendere il nostro impero su la natura; di far comparire a' nostri occhi cose e fenomeni sconosciuti fin dal principio del mondo; e di cercare in qualche modo per noi nuovi cieli, farci comparir in gran parte nuovi i goduti finora, e contribuire con Dio a farci vedere e godere le infinite maraviglie da lui offerte da tanti secoli alla nostra contemplazione.

FINE DEL TOMO IV, PARTE II.

DELL' ORIGINE, PROGRESSI

E STATO ATTUALE

DI OGNI LETTERATURA

IV.

DELL'

ORIGINE, PROGRESSI

E STATO ATTUALE

DI OGNI LETTERATURA

DELL' ABATE

GIOVANNI ANDRES

NUOVA EDIZIONE

TOMO IV. P. III.

VENEZIA
GIUSEPPE ANTONELLI EDITORE
Tipografo premiato della Medaglia d' oro.
1832.

DELL' ORIGINE, DE' PROGRESSI

E DELLO STATO ATTUALE

DELLE SCIENZE NATURALI

CAPITOLO X.

Dell' Astronomia.

370 Antichità dell'astronomia.

L'astronomia è la scienza più vasta e più sublime, il principale oggetto di tutte le scienze matematiche, la prima scienza, che siasi con particolare studio coltivata dagli uomini. Le più antiche memorie, che sieno rimaste per la storia delle scienze, sono quelle, che riporta *Giuseppe* ebreo degli antidiluviani, e queste risguardano l' astronomia. Le pietre e i mattoni, le colonne de' figliuoli di *Seth*, i primi libri del genere umano non contenevano che le scoperte astronomiche, le uniche cognizioni, che gli uomini conservassero con gelosia, e che cercassero ardentemente di tramandare alla studiosa posterità (*a*): e se Iddio diede agli

(*a*) *Antiqu. Jud.* lib. I, c. IV.

antichi patriarchi la consolazione d'una vita lunghissima, quale non solo da *Mosè*, ma da *Manetone*, da *Beroso*, da *Moco*, e da molti altri egiziani, fenici, e greci viene descritta, questo non fu che per meglio coltivare la geometria e l'astronomia, per avanzare nelle scoperte, e nelle gloriose speculazioni su queste scienze, e per formare particolarmente nell'astronomia utili ed esatti periodi, quale è quello de' 600 anni (*a*). Non mi farò garante della verità di queste notizie lasciateci da *Giuseppe* ebreo, nè crederò col *Bailly*, che il periodo de' 600 anni venga dallo stesso *Giuseppe* confermato col testimonio degli or nominati scrittori, i quali non mi sembrano ad altro da lui citati, che ad attestare la lunga vita de'primi uomini (*b*); ma dirò nondimeno, che la sola tradizione di esse, vera o falsa che sia, suppone, che vi fosse stato da lunghi secoli amore e studio dell'astronomia, e che si fosse giunto a formare un periodo astronomico lungo e difficile, superiore a' lumi degli stessi astronomi posteriori. Poteva egli *Giuseppe*, ignorante com'era dell'astronomia, fingere un tal periodo, se non fosse stato ideato da altri da sì lungo tempo, che più non sapevasene l'autore, e conservato soltanto presso gli ebrei come ope-

(*a*) Ivi. c. VIII.

(*b*) *Astr. anc.* lib. III. *Eclairciss.* § V.

ra de' primi patriarchi? Ma che che sia dello studio astronomico di que' tempi remoti, noi altro non ne sappiamo che questo poco che ci racconta *Giuseppe*, ed anche su questo poco lasciamo a' critici il disputare della verità del suo racconto.

371 Astronomia indiana.

Nè molto più dir potremo dell' astronomia delle nazioni asiatiche, donde sono a noi derivati i principj di quella scienza. Il *Bailly* vuol dare particolarmente all' indiana una remotissima antichità, perciocchè se gl'Indiani fino dall'anno 3102 avanti la nostra era fissarono già un' epoca, ch' era astronomica e civile, od un periodo di 4383 anni, come si ricava dalle loro tavole astronomiche; segno è, che già fin d' allora s' erano fatte molte osservazioni, s' erano combinati parecchj risultati di tali osservazioni, s' era coltivata con lungo ed attento studio l' astronomia. La copia delle materie non ci permette di seguire minutamente i molti artifizj retorici ed eruditi, che sa usare l' ingegnoso autore per istabilire l' autenticità di quell' epoca, e l' antichità dell' astronomia indiana; ma diremo soltanto, che tali epoche, e tali periodi non deono servire a provare l'antichità, che sembrano di supporre. Il periodo giuliano suppone un principio anteriore d' alcuni secoli a quanto stabiliscono i cronologi sul principio del mondo; e pure sappiamo, che la sua istituzione non è che dello *Scalige-*

ro, nè sorpassa ancor due secoli. E se il *Cassini* avesse stabilito e messo in voga presso gli astronomi il suo periodo *lunisolare pasquale*, noi avremmo un' epoca civile ed astronomica con un periodo di 11600 anni, senza potere per questo accordare alla nostra astronomia una maggiore antichità di quella, che gli storici monumenti ci danno. Gli antichi, che parlano degli studj degl' Indiani, niente dicono in particolare della loro astronomia. *Laerzio* (*a*) dice soltanto de' ginnosofisti, che filosofarono oscuramente sul culto degli Dei, e su l'esercizio delle virtù, e che furono disprezzatori della morte; e *Plinio* fra le varie classi degl'Indiani contando i lor letterati, altro non dice di questi, se non che finiscono la lor vita col gettarsi spontaneamente nel fuoco (*b*). Ciò non pertanto abbiano pur gl' Indiani coltivata fino da' tempi antichissimi l'astronomia, come la coltivarono i Cinesi ed altri orientali, ma non pretendiamo noi vanamente in sì remota lontananza di luoghi e di tempi fissare l' origine della loro scienza, nè vogliamo fermarci a segnare distintamente i primi loro progressi, che non più possiamo conoscere: que' popoli sconosciuti e discosti non hanno avuta alcuna influenza su' nostri studj, nè gli antichi ci hanno lasciati mo-

(*a*) *Proem.*
(*b*) Lib. VI, c. XIX.

numenti bastevoli per poterne parlare con qualche accertatezza; quale profitto spereremo di ricavare da semplici congetture, per quanto sieno ingegnose, ed appoggiate a recondite erudizioni? Noi abbandoniamo volentieri ad altri scrittori non sol gl' Indiani, ma gli Urani, gli Atlanti, i Prometei, gli Endimioni, i Tauti, i Mercurj, i Beli, i Fohi e tutti gli antichi eroi storici, o favolosi creduti benemeriti dell' astronomia; c' è troppo prezioso il tempo per impiegarlo in tali ricerche.

372 Astronomia antica.

Ciò che possiamo generalmente dire degli antichi è, che noi ad essi dobbiamo un benefizio assai maggiore, che non si crede comunemente. I primi principj dell' astronomia, che abbiamo da loro ricevuti, sono i fondamenti di tutta la scienza; e benchè ora ci sembrino facili e piani, abbisognarono nondimeno di replicate osservazioni, e di lungo ed attento studio, onde meritare a' loro inventori la lode di veri astronomi. La divisione del tempo in giorni, mesi ed anni; la costituzione dello zodiaco, la formazione de' segni e delle costellazioni, la distinzione de' pianeti e delle stelle fisse, lo stabilimento de' poli, e de' punti solstiziali ed equinoziali, ed altre simili cognizioni, che or neppur guardansi come astronomiche, abbisognavano allora di molte osservazioni, e di attente e replicate speculazioni, nè meritavano minor lode

che le scoperte dell' aberrazione delle fisse, la nutazione dell' asse terrestre nell'astronom nostri di. Chiunque sia stato il popolo inv dell' astronomia, noi non possiamo derivare stra che da' Greci, i primi, o gli unici, ch biamo riconoscere per maestri. Ma i Greci, *Platone (a)* ed altri antichi confessano, pr loro principj dalle nazioni straniere; e quel tanto dovranno interessare la nostra curiosit le quali vediamo recarsi vantaggio alla gr stronomia. I Caldei e gli Egiziani possono darsi come i maestri de' Greci. *Callistene*, al *Porfirio*, citato da *Simplicio (b)*, riportò c dei osservazioni astronomiche di 1903 ann da 2227 avanti l' era cristiana. *Epigene* ne altre antichissime (*c*). *Ipparco*, e *Tolem* cero uso nelle loro teorie dell' ecclissi d' osservazioni de' medesimi (*d*). *Apollonio* n no, peritissimo nelle naturali osservazioni, dice *Seneca*, si portò da' Caldei per im l' astronomìa, ed apprese nelle loro scuole, comete non sono esalazioni, e fuochi tra ma corpi costanti, e durevoli come i pianeti,

373
Caldea.

(*a*) *Epinom.*

(*b*) *Com. in Arist.* lib. *De Coelo.*

(*c*) V. Plin. lib. VIII, c. LVI.

(*d*) *Almagest.* lib. IV.

si sapevano i loro corsi (*a*). *Gemino* (*b*), e *Suida* (*c*) ci descrivono alcuni periodi lunisolari, che fanno onore all' astronomia de' Caldei. *Erodoto* (*d*) deriva da questi ne' Greci l' uso del gnomone. E generalmente vediamo molti progressi dell' astronomia caldaica, e molta influenza della medesima nella greca. Gli Egiziani ebbero ancora maggior parte nell' istruzione de' Greci nell' astronomia. L' Egitto fu la scuola di tutti i Greci. *Talete*, *Pitagora*, *Eudosso*, *Platone*, i primi astronomi della Grecia corsero ad attingere gli elementi di quella scienza da' fonti degli Egiziani; nè giunse la greca astronomia a fare notabili avenzamenti, se non quando fu stabilita nell' Egitto nella scuola d' Alessandria. *Platone* (*e*), *Diodoro* siculo (*f*), e molti altri attribuiscono agli Egiziani il principio dell' astronomia. *Seneca* li mostra intelligenti e pratici nelle osservazioni dell' eclissi solari (*g*). Le osservazioni rimasteci de' Caldei versavano su le eclissi lunari; ma gli Egiziani notavano le lunari e le solari: e dal

374
Egiziana.

(*a*) Sen. *Quaest. natur.* lib. XII, c. III.
(*b*) *Elem. astr.* c. XV.
(*c*) V. Saros.
(*d*) Lib. IV.
(*e*) *Epinom.*
(*f*) Lib. I.
(*g*) Lib. VII, c. III.

tempo di *Vulcano* figliuolo di *Nilo* fino ad *Alessandro*, osservarono, secondo *Laerzio* (*a*), 373 eclissi del Sole, ed 832 della luna, ciò che combina assai giustamente co' periodi dell' une e delle altre. Le varie divisioni de' loro anni, l' osservazione del levare *eliaco*, come dicono gli astronomi, del sirio, o della canicola, il periodo di 1461 anni, l' anno canicolare, che istituirono sul ritardo d'un giorno ogni quattro anni dell' apparizione di quella stella, la collocazione delle piramidi esattamente affacciate verso i quattro punti cardinali del mondo, i metodi di calcolare le eclissi e varj altri monumenti d' astronomiche cognizioni provano che gli Egiziani osservavano con attenzione le stelle, che ne formavano ingegnosi risultati, che meritavano la venerazione de' Greci coetanei, e che avevano qualche diritto al titolo, che s' arrogavano, di padri e maestri dell'astronomia.

375 Greca. Ma il maggior merito degli Egiziani è l' avere formati i Greci, e l' essersi questi riservato soltanto a lor propria lode il migliorare la dottrina de' loro maestri (*b*). Infatti i Greci si confessarono per discepoli degli Egiziani, ma non tardarono molto a superarli. 376 Talete. *Talete* fu il primo astronomo della Gre-

(*a*) *Proem.*

(*b*) Plato in *Epinom.*

cia. Ritornato dall' Egitto, insegnò a' Greci la teorìa delle eclissi, e fu il primo a predirne una; determinò in qualche modo il diametro del sole, e trovò il suo corso da un tropico all' altro; divise il cielo in cinque circoli o zone; formò la costellazione dell' orsa minore, e scrisse molto su l' astronomìa (*a*). La setta jonica, o la scuola di *Talete* seguitò a coltivare gli studj astronomici. E *Anassimandro* lavorò una sfera, nella quale rese visibili i circoli ideati dal suo maestro; fabbricò un gnomone e se ne servì per osservare i solstizj, e se vero è ciò, che lasciò scritto *Eudemo*, secondo il racconto di *Anatolio* (*b*), ma che non ci pare fondato abbastanza, conobbe, benchè imperfettamente, un qualche moto della terra. *Anassimene*, *Anassagora*, e gli altri filosofi di quella scuola coltivarono anche con particolare studio l' astronomìa (*c*). Ma forse ha ricevuti questa scienza ancor maggiori vantaggi dalla scuola di *Pitagora*. L' obbliquità dell' ecclittica, l' esistenza degli antipodi, e la figura e costituzione della terra, la cognizione di Venere come fosforo ed espero, o come la stessa stella, che precede il sole nel suo nascere, e lo segue nel tramontare, sono scoperte di *Pitagora*; e da lui parimen-

377 Anassimandro.

378 Pitagora.

(*a*) Laert. in *Thalete*, Plat. *De placit. philos.* lib. II.

(*b*) V. Fabr. *Bibl. gr.* tom. II, p. 277.

(*c*) Plut., Laerz. ed al.

te derivasi l'opinione dell'esistenza di molti mondi, o d'avere ogni stella il suo sistema planetario, o, per così dire, il suo mondo, e la scoperta, allora non molto curata, ed ora abbracciata da' più dotti astronomi, del moto della terra, che poi spiegò più distintamente *Filolao*, e ne fu creduto da alcuni lo scopritore, come da altri dicevasi esserlo stato *Hiceta* siracusano (*a*). Anzi come *Pitagora* volle applicare al moto de' pianeti le leggi dell'armonia musicale, il *Gregory* (*b*), il *Maclaurin* (*c*), ed altri moderni hanno creduto di vedervi, benchè a mio giudizio senza bastevole fondamento, le leggi dell' attrazione, e il vero sistema dell' universo. Dalla scuola di *Pitagora* uscirono i più rinomati astronomi dell'antichità. *Filolao*, sì chiaro illustratore del moto della terra, che viene stimato da' moderni come il *Copernico* dell'antichità, e chiamato da molti filolaico il sistema, che ora diciamo comunemente copernicano. *Empedocle*, *Oenipode*, *Timeo*, e varj altri rispettati dagli antichi per alcune profonde loro cognioni. *Democrito*, particolarmente celebrato da' posteri per la penetrante sua sagacità di travedere fin da quel tempo nella *via lattea*

379 Pitagorici.

380 Democrito.

(*a*) Laert. in *Philolao*.

(*b*) *Astr. phys. et geom.* Praef.

(*c*) *Expos. phil. Newton*, lib. I, c. II.

un ammasso di picciole e di lontanissime stelle (a), che molti anche nella moderna astronomia gli hanno voluto contrastare, e che or a gloria del gran *Democrito* ha mostrato agli occhi di tutti co' portentosi suoi telescopj l'*Herschel*. Potsiamo forse anche sperare, che questo medesimo *Herschel* ci scopra parimente quegli animali cinquanta volte più grandi e più belli de' nostri che i pitagorici stabilivano nella luna; ma ad ogni modo dovremo sempre lodare l'accortezza di que' filosofi, che riconobbero la luna per un corpo simile alla nostra terra, ma con alcuna diversità prodotta dalla differenza della lunghezza de' giorni (b). Ad alcuni pitagorici attribuisce altresì *Plutarco* la cognizione della vera natura delle comete (c). I cicli di *Cleostrato*, di *Metone*, di *Calippo* e d'altri, e gl'ingegnosi loro pensieri per la riforma del greco calendario provano non poco avanzata l'astronomia di quell'età. Il *Gregory* raccogliendo eruditamente i passi degli antichi favorevoli all'astronomia de' pitagorici, ce la presenta in aspetto sì vantaggioso, che per poco non la fa comparire superiore alla moderna (d). A dire il vero, esaminando attentamente varie opinio-

381 Altri astronomi greci.

382 Merito della gre-

(a) Plut. lib. III, c. II, Macrob. *Somn. Scip.* lib. I. c. XV, al.
(b) Plut. lib. II, c. XXX.
(c) Ivi lib. II, c. II.
(d) Praef.

astronomia ...tica.

ni de' pitagorici, ed anche d'alcuni altri astronomi antichi, sembra non potersi negare, che fossero giunti ad acquistare in varj punti cognizioni più profonde e più giuste, che non convenissero a' principj d'una imperfetta e nascente scienza, nè combinassero colle assurdità, che ad essi parimenti s'attribuiscono: il genio teorico e sistematico, e la passione, che li dominava, di volere spiegare ogni cosa, e rendere ragione di tutto, li avrà fatti urtare in molte verità, ed in molte giuste opinioni, che sponevano con eloquente entusiasmo, e che poi non sapevano sostenere per mancanza di fondamenti; l'arcano e il mistero de' loro insegnamenti, e le espressioni metaforiche, e le immagini poetiche, con cui amavano d'abbellire i filosofici lor sentimenti, avranno molto contribuito a deformarli, e far comparire errori ed assurdità di que' filosofi ciò che non era che varia interpretazione de' loro comentatori. E credo potersi prudentemente decidere dell'antica astronomia, che nè era sì rozza ed incolta, come si crede comunemente, nè sì raffinata e sublime, come vorrebbono alcuni moderni, e come pretendevano molti antichi; che fece molte osservazioni, e le fece con qualche diligenza, e talor anche con giuste mire; ma ch'esse non erano sufficienti per poterne ricavare i bei risultati, e stabilire le profonde teorie, che annun-

ziano i testimonj de'greci scrittori, e che deono risguardarsi come ingegnose immaginazioni, anzichè come ben fondate opinioni, e meditate scoperte; e che era troppo avanzata per poter cadere negli errori, che le si vogliono appiccare, ma non abbastanza per potersi innalzare alle sublimi verità, di cui si crede padrona. *Seneca* ci fa sapere quanto fossero ancora recenti al suo tempo le scoperte astronomiche. Dice, che poco prima soltanto s'erano incominciati a conoscere i moti de' pianeti, quando sieno progressivi, quando stazionarj, perchè divengano retrogradi. Ma egli stesso ci accenna esservi alcuni filosofi, che avevano più giuste idee di que'moti che non indicavano le parole, e che li credevano sempre progressivi, ancorchè talora paressero stazionarj e retrogradi (*a*); ciocchè suppone un' assai intima cognizione di tali moti, e forse eziandio del moto stesso della terra. *Platone*, che nell'*Epinomide* non dà un'idea troppo vantaggiosa della greca astronomìa, propone pur nel *Timeo* un pensiero per ispiegare il moto circolare de'pianeti colla diversa loro velocità, cui il *Galileo* dà maggiore illustrazione ed ampliazione senza saper mai lodarlo abbastanza (*b*), e che viene ora riguardato da alcu-

(*a*) *Quaest. nat.* lib. VII, c. XXV.

(*b*) Dial. I. *De' sist. del Mondo*.

ni come un leggiero abbozzo della teorìa delle forze centrali applicate al moto delle stelle.

383 Eudosso. Ma appunto dopo *Platone* si può dire, che incomincia a prender vigore, e formar corpo la greca astronomìa. *Eudosso* è il primo, cui venga dato distintamente il titolo d' astronomo, il quale anche posteriormente era chiamato il principe degli astronomi (a); e ciò che è per lui più glorioso, viene citato con onore da *Ipparco* (b), e le sue opere fureno per molto tempo il corso astronomico dei Greci. 384 Pitea. E quanta fama non ha ottenuta *Pitea* presso gli antichi pel viaggio, che fece al circolo polare, e per le osservazioni ivi prese della lunghezza de' giorni estivi, e della scarsezza di stelle vicino al polo, e forse ancora più presso i moderni, dopo la teorìa della diminuzione dell' obbliquità dell' ecclittica, per l'osservazione fatta a Marsiglia dell'altezza meridiana del Sole nel giorno del solstizio di state? Non parlo d'*Aristotele*, tuttochè alcune sottili osservazioni più che le implicate teorìe gli dieno qualche titolo da riporsi fra gli astronomi. Non 385 Aristillo e Timocari. d'*Aristillo*, nè di *Timocari*, tuttochè le diligenti e replicate loro osservazioni sieno state molto giovevoli agli astronomi posteriori, e di grand' uso allo 386 Aristarco. stesso *Ipparco*, ed a *Tolommeo*. *Aristarco* di Sa-

(a) Cic. *De Divin.* lib. II.
(b) In Arati *Phaenom.*

mo è quell' astronomo, che chiama la nostra attenzione, il primo, di cui ci sia rimaste qualche scritto, e in cui cominci a vedersi finezza nelle osservazioni, e sottigliezza e penetrazione ne'risultati, e nelle teorie. Il solo suo metodo per determinare la distanza del Sole per la *dicotomia* della luce, cioè osservando la Luna in quella posizione, in cui la parte illuminata è terminata in linea retta, e tirando un triangolo dall'occhio dell'osservatore al centro della Luna, e da questo a quello del Sole; e la giustezza della sua determinazione ottenuta con questo metodo, lontana bensì dalla perfezione, ma maggiore di quanto sino allora s'era trovato, bastano per accertarci dell'acutezza del suo ingegno, e della sodezza del suo giudizio (a). Degna è parimenti di lode, e d'ammirazione l'esattezza della misura del diametro della Luna, ch'egli seppe ritrovare di poco meno d'un terzo di quello della terra. Più maraviglia reca eziandio la delicata osservazione, ed assai giusta determinazione del diametro del Sole, che fissò da $\frac{1}{720}$ della sua orbita. Ma ciò che gli acquistò maggior applauso e maggiore venerazione, fu il suo impegno in promovere il sistema del moto della terra, e la sua abilità e maestria in fissarlo con giusti e sodi principj e in difenderlo vigoro-

(a) *De magnit. et distant. Solis et Lunae.*

samente da tutti i contrarj assalti. I pitagorici, e particolarmente *Filolao*, l'avevano già proposto, ed appoggiato ad alcune ragioni ma non avevano preso in vista gli accidenti ed i fenomeni diversi, che negli altri pianeti, e nelle stelle fisse dovevano risultare. *Aristarco*, più avvezzo a contemplare le stelle, più familiare e domestico co' loro moti e co' loro fenomeni, ebbe ad ogni cosa riguardo. La principale opposizione, che a quel sistema movevasi, era la diversità d'aspetti, che sembrava dovessero prendere le stelle fisse qualor la terra vi s'accostasse o discostasse, nel lungo suo giro. *Aristarco* ebbe tanti lumi astronomici, e tanta forza d'immaginazione, che non dubitò d'asserire, ciò che anche a molti moderni è sembrato incredibile, che tutta l'orbita della terra non è che un punto paragonato colla distanza delle stelle fisse, nè può mai rendersi sensibile il suo avvicinamento (*a*). La scuola d'Alessandria fu il teatro della vera gloria della greca astronomìa. *Aristillo*, *Timocari*, ed *Aristarco* appartengono a quella scuola, e nella medesima fiorì pure l'enciclopedico *Eratostene*, il quale più ancor d'altre scienze, in cui si fece chiaro nome, trasse dall'astronomia la sua maggiore celebrità. Conservavansi nel portico di Alessandria

387 Eratostene.

(*a*) V. Archimed. in *Arenar.*

a perpetua gloria del sapere astronomico d' *Eratostene* le *armille*, famoso stromento, che di tanto uso fu nelle astronomiche osservazioni, da lui inventate, e sommamente migliorate, e adoperate in finissime operazioni. La posizione dello zodiaco, la via del corso del Sole attraverso le stelle, la distanza de' punti solstiziali, e l'obbliquità dell' ecclittica era stata l'oggetto della ricerca di molti astronomi, che solo per congetture, e per approssimazione la poterono fissare. *Pitea* fece a questo fine l'osservazione, che abbiamo di sopra mentovata: *Aristarco* fra gli altri fenomeni celesti osservò anche un solstizio: ma *Eratostene* colla diligenza ed esattezza, che esigeva la scuola d'Alessandria, e l'importanza dell'operazione, fece replicate osservazioni ne' solstizj estivi, e negl' invernali, e determinò la distanza ne' tropici fra 47° 40', e 47° 45'; *Plutarco* attribuisce ad *Eratostene* la misura delle distanze del Sole e della Luna, dando a questa 780000 stadj, ed a quella del Sole 804000000 (*a*); e se recò maraviglia la misura d' *Aristarco*, che ampliò tanto gli spazj dell' universo, quanto stupore non deve produrre la misura d' *Eratostene*, che slontanò ancor tanto più l'orbita del Sole, e s' accostò si prossimamente alle più fine ed esatte

(*a*) *De plac. phil.* lib. II, c. XXXII.

determinazioni degli astronomi de' nostri dì? Pur quest'operazione di *Eratostene* ci viene solo accennata da *Plutarco*, nè sappiamo con quale metodo l'abbia eseguita, nè vediamo, che abbia riportati gli elogj, nè meritata l'approvazione degli astronomi posteriori, e tutto ciò ci fa mettere qualche dubbio su la sua autenticità. Ma la grand' opera d'*Eratostene*, quella che gli riscosse la maraviglia di tutti gli antichi, che non cessano d'ammirare e d'applaudire i moderni, e che rende il nome d'*Eratostene* immortale ne' fasti dell'astronomia, è la sua intrapresa della misura della terra. *Aristarco*, ed altri astronomi prendevano per misura delle lunghissime distanze celesti il diametro della terra; ma questo non poteva assolutamente determinarsi in sè stesso, e d'uopo era didurlo dalla grandezza della circonferenza. I matematici, al dire d'*Aristotele* (*a*), avevano per mere congetture stimata la circonferenza terrestre di stadj 400000. Un greco *Dionisiodoro* con una greca finzione raccontata da *Plinio* (*b*) fissò il semidiametro della terra di 42000 stadj, donde i geometri calcolavano la circonferenza di 255000. *Eratostene* con un metodo astronomico, confrontando l'altezza del polo d'Alessandria e di Siena, la determinò di stadj 250000, benchè

(*a*) *De Coelo* II.
(*b*) Lib. II, c. XIX.

Plinio (*a*), *Vitruvio*, (*b*), *Macrobio* (*c*) ed altri, la dicano di 252000; perchè, come osserva il *Riccioli* (*d*), presero nel numero tondo di 700 gli stadj compresi in un grado, che *Eratostene* solamente contava 694 $\frac{4}{9}$. Noi abbiamo altrove (*e*) parlato assai lungamente di quest' operazione d' *Eratostene*, nè vogliamo ora entrare a difendere, come si potrebbe con qualche ragione, la sua esattezza: chi sa quanto penino i moderni astronomi, provveduti di sì fini stromenti, ajutati da' lumi di tanti secoli, diretti da metodi sì studiati, per ottenere qualche esattezza nelle loro determinazioni, non pretenderà di trovarla molto perfetta in quella degli astronomi antichi: il merito d' *Eratostene* è d'avere immaginata ed eseguita una misura astronomica e geometrica della terra; e la vera sua gloria è, che i moderni niente hanno saputo aggiungere al suo metodo, nè si sono più avvicinati alla verità che pe' progressi delle arti, che hanno loro somministrati mezzi di maggior precisione; e viverà eternamente ad onor delle matematiche il nome d'*Eratostene*, e la memoria della sua grande intrapresa.

(*a*) Lib. II, c. CVIII.
(*b*) Lib. I, c. VI.
(*c*) *Somn. Scip.* lib. I, c. XX.
(*d*) *Almag.* lib. III, c. XXVII.
(*e*) Tom. III, part. II.

Dopo *Eratostene* ed *Aristarco* non parleremo di *Conone*, tuttochè lodato da *Virgilio* (a), e da *Seneca* (b); nè d'altri astronomi di minor nome. *Ipparco*, *Ipparco* è l'astronomo, dietro cui corrono i nostri sguardi.

388 Ipparco.

Qual nuovo aspetto non prende nelle mani d' *Ipparco* l' astronomia? Generalità di mire, giustezza di metodi, diligenza e costanza d' osservazioni, sagacità di combinazioni, ordine e forma di scienza esatta. *Aristarco*, ed *Eratostene* inventarono alcuni ingegnosi metodi, fecero alcune regolate osservazioni, diedero alcune fondate determinazioni; ma non legarono le osservazioni fatte e le scoperte verità, non fecero una scienza dell'astronomia. *Ipparco* fu il genio vasto e profondo, che riguardandole tutte sotto una vista generale, ne formò un piano, vi mise in ordine le scoperte verità, collegò le une coll' altre, ed abbracciò in tutta la sua estensione la scienza astronomica. Sole e Luna, stelle fisse e pianeti, i cieli tutti volle sottomettere alla sua dotta curiosità. Fece una rivista di tutte le operazioni degli antichi astronomi, e trovò poche lor ipotesi appoggiate a qualche osservazione, e delle stesse osservazioni poche gli parvero fatte colla richiesta diligenza, e pochissime replica-

(a) Eclog. II.
(b) *Quaest. nat.* lib. VII, c. III.

te, e legate insieme per fondare qualche opinione, nè credè, che le loro determinazioni dovessero appagare la giudiziosa sua esattezza, ma le richiamò tutte ad un rigoroso esame. Uno sguardo generale su tutto il cielo gli fece correggere quasi tutte le posizioni delle stelle proposte da *Arato* dietro alle tracce d'*Eudosso (a)*, e gl' ispirò il progetto di riportarle tutte a'due poli, ed a'circoli dell' equatore, e dell' ecclittica, onde potere colle nuove osservazioni conoscere ciò che nel cielo è stabile e fisso, e ciò all' opposto che è mobile; e determinare col tempo i fenomeni, e le leggi di tali modi, e di tale stabilità. Esaminò l' obbliquità dell' ecclittica, o la distanza de' tropici fissata da *Eratostene*, e la trovò conforme all' astronomica verità. Se lodevole fu il coraggio d'*Eratostene* di misurare la terra, maggior maraviglia dovrà recare l' ardire d' *Ipparco* di esaminare le distanze de' corpi celesti, e misurare l' universo. Noi non vediamo i pianeti nel vero lor sito, ma solo nell'apparente. Due osservatori diversi osservandoli da luoghi fra loro alquanto lontani, vedranno lo stesso pianeta in due siti diversi, ed amendue vedrebbonlo in un terzo e vero suo sito, se potessero osservarlo dal centro della terra. L' angolo formato

(a) *In Arati et Eudoxi phaenom.*

da' raggi visuali de' due osservatori, la distanza dei punti celesti, ove essi riferiscono il pianeta, è ciò che dicesi *parallasse*; la quale, come da sè è chiaro, sarà minore quanto più lontano sarà il pianeta osservato; e perciò dalla maggiore, o minore parallasse si potrà calcolare la distanza de' pianeti, e misurarsi la grandezza di quello spazio; e la scoperta della parallasse, l'invenzione di questo metodo per conoscere le distanze de' corpi celesti, e misurar l' universo, è un nuovo dono fatto da *Ipparco* all' astronomia. Non contento egli di misurar le distanze dei pianeti, passò anche a contare il numero delle stelle, e rendercele in qualche modo dimestiche e famigliari. Oltre la gloria di superare le difficoltà, e di riuscire in sì ardua impresa, ottenne anche in premio dalla sua fatica un' importante e gloriosa scoperta. Col confrontare le sue osservazioni con quelle d' *Aristillo* e di *Timocari* fatte un secolo e mezzo prima, e fatte con sufficiente esattezza, trovò, che tutte le stelle s' erano avanzate due gradi nell' ordine de' segni, o che i punti cardinali sembravano d' essere retroceduti, e scoprì così il famoso fenomeno della precessione degli equinozj, o, com' ei diceva, della *retrogradazione dei punti solstiziali ed equinoziali*. Nè sole le stelle fisse, ma il Sole e la Luna, e i pianeti gli devono nuovi lumi. Volle fissare con

precisione il vero tempo dell' annuo giro del Sole, ed osservò per molti anni il suo ritorno a' solstizj ed agli equinozj; nè bastandogli le osservazioni fatte nell'intervallo di que' pochi anni, le confrontò con una d'*Aristarco*, anteriore di 145; e riflettendo che se l'annuo corso del Sole fosse di giorni 365 e 6 ore, avrebbe dovuto il Sole arrivare al solstizio dodici ore più tardi; levando da 145 anni 12 ore, raccorciò l'anno di poco più di 5 minuti. Queste operazioni e questi confronti d'osservazioni fatte in un lungo intervallo d'anni diedero agli astronomi l'ingegnoso metodo di paragonare simili osservazioni per rendere sensibili alcuni errori, che altrimenti non si lascerebbero sentire, che è stato loro, ed è anche presentemente di grandissima utilità. Gl' intervalli degli equinozj e de' solstizj, che dovrebbono essere uniformi nel moto circolare del Sole, non compariscono tali. Giorni 94 $\frac{1}{2}$ trovò *Ipparco*, che impiegava il Sole dall'equinozio di primavera al solstizio di state, e 92 $\frac{1}{2}$ da questo all' equinozio d' autunno; 187 per correre la metà boreale dell'ecclittica, 178 e quasi $\frac{1}{4}$ per correre l'australe. Per ispiegare questo fenomeno pensò *Ipparco* all' eccentricità, e col fare eccentrico il circolo, che corre il Sole, potè rendere ragione di questa creduta irregolarità, ed aprire in qualche modo la via a' giri ellittici dati poi da *Keplero* a tutti i pianeti, e porre la

base delle moderne teorie. Esaminò il giro diurno del Sole; e per fissarlo più esattamente, l'incominciò a contare dal suo passaggio pel meridiano, ed istituì il giorno astronomico. Si rivolse a contemplare la Luna, e misurò il tempo del suo giro; determinò l' eccentricità della sua orbita, e la sua inclinazione all' ecclittica, il moto de' suoi *apsidi*, e de' suoi *nodi*; e calcolò le prime tavole de' moti del Sole e della Luna, di cui resti memoria nell' astronomia. Dal Sole e dalla Luna passò anche ai pianeti; ma non avendo osservazioni abbastanza a cui potersi affidare, nè potendone egli far molte nel lento corso di quelle stelle, sgomentato dalla difficoltà delle disuguaglianze de' loro moti, e trattenuto dalla stessa sua esattezza, si contentò di radunare le poche osservazioni antiche, che gli parvero assai giuste, di farne egli altre migliori per istruire la posterità, e di mostrare, che le supposizioni dei matematici del suo tempo non soddisfacevano ai fenomeni, nè mai ardì di presentarvi alcuna sua ipotesi, nè di stabilirvi alcuna teoria. Dalla contemplazione de' cieli volle anche discendere all' ispezione della terra, o per dir meglio innalzò alle stelle la posizione de' luoghi terrestri, e determinò le distanze di questi col riferirle a' punti celesti: innamorato com'egli era dell'astronomia, volle renderle tributaria la geografia, e coll' estendere il

dominio dell' astronomia ridusse la geografia in scienza positiva, e fondata in principj certi, e la lasciò men soggetta alle semplici congetture dei geografi, o a' falsi racconti de' viaggiatori. Da un trattato d' *Ipparco* citato da *Teone* gli attribuisce il *Montucla* (a) l' invenzione della trigonometria, si rettilinea, che sferica, ed accresce sempre più i suoi meriti nelle scienze. Non finiremmo questo discorso, se volessimo riferire tutti i vantaggi recati da *Ipparco* all' astronomia; e forse sembrerà a molti, che n'abbiamo già troppo lungamente parlato nella ristrettezza della nostra opera; ma lo sbanditore delle vane ipotesi, e libere immaginazioni, l' introduttore della precisione, e della severità, il creatore d' una scienza esatta, il padre della vera astronomia, il maestro della studiosa posterità, lo svelatore de' cieli, il grand' *Ipparco* meritava nella storia dell' astronomia una più lunga e più distinta menzione.

589 Altri astronomi greci.

Ipparco fu fecondo d' astronomiche invenzioni, ma non produsse verun astronomo, nè lasciò verun successore degno di lui. *Gemino*, *Teodosio*, e *Menelao* si conoscono per alcune loro osservazioni, e molto più per alcuni scritti, che sono stati per lungo tempo classici nell' astronomia; *Posi-*

(a) Part. I, lib. IV, §. IX

donio per la costruzione d' una ingegnosa sfera, pe la sua misura della terra, e per l' opera astronomica, che ancor si conserva; *Sosigene*, e *Giulio Cesare* per l'utilissima impresa della riforma del calendario, ed alcuni altri greci e romani per qualche lor merito nell'astronomia. Ma solo *Tolemmeo* merita dopo d' *Ipparco* particolare rimembranza. *Tolemmeo* fiorì sotto *Adriano* ed *Antonino* prima della metà del secondo secolo, quasi tre secoli dopo *Ipparco*; e *Tolemmeo* ed *Ipparco* formano, per così dire, tutta l' antica astronomia. *Ipparco*, genio sublime, e fecondo d' ingegnose invenzioni, giovò più all' astronomia pe' suoi metodi, per le sue opinioni, pe' suoi progetti, per le sue scoperte; *Tolemmeo*, genio vasto, laborioso, ed ardito, ajutato da' lumi dello stesso *Ipparco*, e de' molti suoi successori, abbracciò un piano più completo, e potè ridurre a qualche perfezione ciò che *Ipparco* non aveva fatto che immaginare, o abbozzare. *Ipparco* formò i piani, acquistò i materiali, pose i fondamenti, e cominciò a levare la gran fabbrica della composizione dell' universo. *Tolemmeo* seguì l' opera d' *Ipparco*, compì l'edifizio, e diede a godere agli uomini sì grandioso spettacolo; raccolse le cognizioni degli anteriori astronomi, vi aggiunse le sue, e presentò un corso compiuto d' astronomia. *Ipparco* produsse più avanzamenti alla scienza a-

390 Tolemmeo.

stronomica: *Tolemmeo* è stato più utile agli astronomi, ed ha più giovato a'moderni progressi dell'astronomia. *Ipparco* fece la scoperta della parallasse, e cominciò a farne uso: *Tolemmeo* studiò più attentamente questo punto; inventò uno stromento per osservare le parallassi, diede regole per calcolare le quantità, che riguardano la longitudine, e la latitudine, formò le tavole, e ne ricavò molti più usi astronomici, che *Ipparco* non conosceva. Gli antichi osservarono molte ecclissi del Sole, e molte più della Luna, e ne istituirono qualche teorìa, onde poterle predire; *Ipparco* in oltre si servì delle lunari per alcune determinazioni astronomiche, a cui senza tale mezzo non sarebbe mai giunto; ma solo *Tolemmeo* diede la prima dottrina di que' fenomeni, e spiegò i moti, e le distanze, e i diametri del Sole, della Luna, della terra, e delle ombre di queste, a cui tutta la cognizione delle ecclissi si appoggia, e fece vedere i molti usi astronomici, che dalle ecclissi lunari possono derivare, non conoscendosi ancor abbastanza que'delle solari. *Ipparco* osservò una disuguaglianza nel moto della Luna, come abbiam detto, nata dal moto delle *apsidi* della medesima, ch' egli rappresentò con un epiciclo, o con un eccentrico; *Tolemmeo* ne trovò un'altra prodotta dal moto de' *nodi*, che combinò con quella delle *apsidi*, movendo la Luna in un epiciclo

per un eccentrico. L' epiciclo fu ideato dal geometra *Apollonio*, e fu almeno da lui dimostrata la proporzione necessaria fra l' epiciclo e il deferente per produrre i fenomeni delle stazioni e retrogradazioni de' corpi celesti; *Ipparco*, più filosofo e più astronomo, pensò a sostituire un circolo eccentrico in vece del concentrico, che si credeva generalmente; e con questo eccentrico senza bisogno dell' epiciclo non solo spiegò più felicemente e con maggiore verità i detti fenomeni, ma varj altri eziandio del Sole e della Luna non conosciuti dagli altri astronomi, che pur credeva potersi anche spiegare coll' epiciclo; *Tolemmeo* unendo l' epiciclo coll' eccentrico, e immaginando un epiciclo, che abbia per deferente un eccentrico, non solo spiegò la soppraddetta disuguaglianza della Luna, ma diede anche ragione di due disuguaglianze, che s' osservano ne' pianeti tanto riguardo al Sole, che riguardo allo zodiaco. La teoria de' pianeti, delle loro distanze, de' loro moti, delle dimensioni delle lor orbite fu tutta opera di *Tolemmeo*; *Ipparco* fece varie osservazioni, scoprì alcuni fenomeni non osservati dagli altri, ma non ardì ancora di darne le determinazioni, nè di renderne la ragione; *Tolemmeo*, più coraggioso, ed anche dopo le osservazioni di tre secoli più illuminato, intraprese di spiegar tutto, e di tutti i celesti fenomeni volle stabilire una completa teoria. Colla cogni-

zione delle stelle fisse, del Sole, della Luna, e de'pianetti si credè padrone dell'universo, e volle regolarlo tutto a suo modo, dargli le leggi, e fissare un pieno sistema. Quindi il famoso sistema tolemmaico, il quale, benchè fondato sopra uno schieramento dei corpi celesti da'Caldei, o da altri astronomi prima di lui immaginato, ebbe nondimeno il nome di *Tolemmeo*, perchè da lui appoggiato ad osservazioni, ed a ragioni, e ridotto ad astronomica regolarità. Il sistema di *Tolemmeo* si presenta troppo ingombro d'epicicli, e di circoli, d'eccentrici, e di concentrici, ed è insostenibile per la stessa sua complicazione poco conveniente alle operazioni della natura; ma dee sempre riguardarsi come un portento d'arditezza di genio, di fecondità d'immaginazione, di sottigliezza d'ingegno, di varietà di risorse dell'astronomico sapere del suo autore. La geografia, la cronologia, e l'ottica, come appartenenti all'astronomia, goderono anche della giovevole beneficenza degli studj di *Tolemmeo*. E tante sono le nuove osservazioni, e le interessanti scoperte, con cui illustrò *Tolemmeo* l'astronomia, che troppo lungo, e troppo arduo impegno sarebbe il volerle riferir tutte; ma egli è stato ancora più benemerito della sua scienza, e più utile alla posterità colle dotte sue opere, che colle stesse scoperte. L'*Almagesto* di *Tolemmeo*, come opportunamente dice il

Bailly (a), mantenne la comunicazione fra l'astronomia antica e la moderna, e fu il fedele magazzino, dove per lunghi secoli si tennero in deposito i metodi, le osservazioni, e le cognizioni di tutti gli antichi astronomi, per trasmettersi a' moderni, che ne hanno saputo profittare. Se lo studio astronomico non si estinse in Alessandria, se si accese negli Arabi, se si conservò ne' secoli rozzi, se si rianimò nel ristoramento de' buoni studj, e si portò a quella perfezione, in cui lo vediamo presentemente, tutto si dee all'*Almagesto* di *Tolemmeo*.

391 Astronomia arabica.

Lo studio dell'astronomìa seguitò ancor a coltivarsi in Alessandria; ma dopo *Tolemmeo* non sorse alcun vero astronomo. Noi tralasciamo di riferire i nomi degli scrittori, e de' maestri, degli astronomi, e de' cronologi, che si contano di quei tempi fra' Greci e fra' Latini per empiere la storia dell'astronomìa, e veniamo brevemente agli Arabi, che sono gli unici, che da *Tolemmeo* fino a *Copernico* le abbiano saputo produrre qualche reale vantaggio. Gli ossevatorj astronomici, gli estremamente grandi ed esatti stromenti, l'operazione della misura della terra, le molte tavole astronomiche, la storia celeste d'*Ibn Jonis*, ove si riportano moltissime loro osservazioni, ed infinite opere non

(a) *Astr. moderne* lib. V.

solo conservateci nell'arabico originale, ma tradotte in latino, o in volgare, che hanno un tempo servito alle scuole astronomiche, e che ancor vediamo o manoscritte o stampate nelle biblioteche; e le lunghe liste d'astronomi, e di principi protettori dell'astronomìa, che gli scrittori della storia astronomica, e que'delle cose arabiche ci presentano, tutto prova, che ardentemente fu coltivato, e promosso dagli Arabi lo studio dell'astronomìa; e tanti nomi arabici divenuti tecnici e proprj di questa scienza fanno vedere quanto essa sia debitrice a quella nazione, da cui ha dovuto prender la lingua. Infatti gli elementi di *Alfragano* sono stati il libro classico dell'astronomìa, non solo presso gli Arabi, ma eziandio in tutta l' Europa. Una determinazione più giusta della lunghezza dell'anno, un'osservazione della declinazione dell' ecclittica, e più di tutto la *trepidazione delle fisse*, o un moto libratorio, per cui queste or avanzino, or retroccedano, falsamente immaginato da *Thebit*, hanno data molta celebrità al suo nome. Fu famoso *Arzachel* per le tavole *toledane*; ma si rese più utile all'astronomìa per le continue sue osservazioni, e pel metodo, che adoperò, più perfetto di quello d'*Ipparco*, e di *Tolemmeo*, per determinare l' apogeo del Sole, la sua eccentricità, e gli elementi della sua teorìa. *Alhazen*, di cui abbiamo parlato nel tratta-

392 Alfragano.

393 Thebit.

394 Arzachel.

to dell'ottica, è il primo astronomo, da cui po
mo imparare la dottrina de'crepuscoli dell'at
sfera, e delle astronomiche rifrazioni, tanto ne
saria a tutta l'astronomia. La sostituzione imm
395 Alpetragio. nata da *Alpetragio* delle orbite spirali in vece d
circolari, se non servì a dare una migliore spi
zione de'fenomeni de' moti celesti, affievolì alm
il pregiudizio, che dominava in tutti gli astron
di non potersi questi eseguire che per orbite ci
lari: il primo passo verso la verità è il discos
dall'errore, nè si sarebbe forse mai giunto a st
lire le orbite ellittiche, se *Alpetragio* non avess
vuto il coraggio d'abbandonare le circolari, e i
trodurre, benchè poco avvedutamente, le spi
Questi, e molti altri Arabi nell'Asia, nell'Afric
nell'Europa, tennero in credito e vigore l'astro
mia, e le fecero fare alcuni progressi; ma il v
astronomo degli Arabi, l'*Ipparco*, e il *Tolem*
396 Albatenio. di quella nazione, altri non fu che *Albatenio*:
giustezza delle sue vedute, e le molte sue scop
gli danno tutto il diritto a quest'astronomico pr
cipato. Egli assai più che gli antichi s'accostò a
verità nel determinare il movimento, che osser
nelle fisse, riducendolo ad un grado per 70 anni
circa, non già per 100. Egli toccò si dappre
l'eccentricità dell'orbita solare, che i moderni n
le hanno saputo dare maggiore esattezza. Egli fe

nuove tavole astronomiche, assai più giuste di quelle di *Tolemmeo.* Ma ciò che gli meritò particolarmente la venerazione degli astronomi, fu la sottile scoperta d'un movimento dell'apogeo del Sole distinto da quello delle fisse, e alquanto più rapido, pel quale l'apogeo del Sole s'avanza uniformemente lungo l'ecclittica: e la scoperta di quest'avanzamento l'eccitò per l'analogia a sospettarne uno simile negli apogei degli altri pianeti, come le osservazioni moderne sembrano dimostrare. Questa scoperta è stata un nuovo passo dell'astronomìa verso la sua perfezione; questa può dirsi l'unico vero avanzamento, che abbia ottenuto quella scienza nel lungo corso di tanti secoli; questa mette *Albatenio* al fianco d'*Ipparco* e di *Tolemmeo* fra' padri e creatori dell'astronomìa. Il solo *Albatenio* basta ad onore dell'arabica astronomia, e noi lasceremo da parte tanti altri Arabi, che si fecero nome distinto, e che ancor sono rinomati nella storia di quella scienza. Nè ci tratterremo di più nel descrivere le gloriose fatiche d'*Alfonso* X re di Castiglia, e l'opere di *Giovanni* di Siviglia, di *Gherardo*, di *Giovanni di Sacrobosco*, e di que'pochi, che profittando del magistero degli Arabi, cominciarono a spargere per l'Europa qualche amore delle astronomiche cognizioni. L'astronomìa di que'tempi non era che arabica: traduzioni, comenti, e

397 Astronomi europei discepoli degli Arabi.

spiegazioni de' libri arabici erano tutti i lavori degli studj degli europei, come tante volte abbiam detto; nè per quanto vogliamo esaminarli minutamente, potremo sperare di ritrovarvi il più picciolo avanzamento, nè cognizione alcuna, che non sia intieramente dovuta agli Arabi loro maestri. Noi ci affrettiamo ad entrare nella moderna astronomìa, dove tanti sì rapidi, e sì grandiosi avanzamenti s'incontrano, che per quanto cerchiamo di trascorrerli leggiermente, dovranno fermare per lunga pezza tutta la nostra attenzione.

398 Ristoramento dell'astronomia.

Il secolo decimoquinto, troppo ingiustamente accusato di rozzo e d'incolto, è l'epoca del risorgimento della maggior parte delle scienze, e segnatamente dell'astronomìa. Il primo passo per fare una nuova astronomìa era impadronirsi bene dell'antica; e questa non poteva allora ottenersi, non conoscendosi che nell'almagesto di *Tolemmeo*, nè avendosi questo che troppo liberamente tradotto, ed alterato dagli Arabi, e quindi reso latino da rozzi scrittori poco intelligenti dell'arabo e dell'astronomìa, e mal pratici del latino. Nel secolo decimoquinto si diseppellirono i libri greci, venne in moda lo studio della lingua greca, si conobbero, per così dire, personalmente gli autori greci, e le scienze greche si resero agli europei domestiche e famigliari. Il *Purbach*, e il suo discepolo *Regiomontano*

399 Purbach, e Regiomontano.

produssero nell'astronomia questo ristoramento. Poco contenti dell'astronomia, che allor sapevasi, ed offesi delle moltissime assurdità, che nelle traduzioni dell'almagesto incontravansi, presero a fare da sè molte osservazioni, riformare le allor correnti opinioni, e correggere gli errori delle traduzioni dell'almagesto; e singolarmente il *Regiomontano*, proveduto de' lumi della geometria, e della lingua greca, ed ajutato dagli stromenti che la generosità del *Walter* gli prestava, potè combattere le fallaci teorie di *Gherardo*, e d'altri astronomi di que' tempi oscuri, tradurre dal greco originale non solo *Tolemmeo*, e il suo comentatore *Teone*, ma *Menelao*, e *Teodosio*, e rimettere alla comune cognizione la greca astronomia, spiegare gli stromenti astronomici col loro uso, tanto que' che avevano adoperati gli antichi, come altri più recentemente inventati, formare tavole, distendere effemeridi, e rinnovare in somma l'antica astronomia, e cominciar a dare eccitamento per formarne una nuova. Questa ebbe la felice sua nascita dal *Copernico*. Non pochi furono alla fine di questo secolo gli astronomi di qualche grido: il *Bianchini*, *Domenico Maria*, il *Ricci*, il *Walter*, il *Werner*, l'*Appiano*, ed altri parecchi; ma noi in tanta copia d'astronomi più rinomati, e più degni della nostra attenzione, li passiamo tutti in silenzio, e veniamo a *Copernico*, vero padre del-

400
Altri astronomi.

la moderna astronomia. Il collocamento, e la d
sposizione di tutti i corpi celesti, e il pieno sisten
dell' universo è il fondamento, ed il fine di tut
l'astronomia. *Copernico*, pratico del cielo e del
stelle, non potendo combinare i fenomeni, che o
servava, col sistema di *Tolemmeo*, si diede a rice
care in qual altro sistema si potrebbero tutti spieg
re naturalmente (*a*). Trovò, che *Hiceta*, *Filol*
ed altri greci fecero movere la terra, alcuni into
no al suo asse soltanto, altri nell'annua sua orbi
e abbracciò detto moto nell'uno e nell'altro sen
Lesse in *Marciano Capella*, che alcuni filosofi fac
vano girare intorno al Sole Mercurio e Venere,
trovò, che questa teoria era molto conforme a'fe
meni di tali pianeti, ed all'astronomica verità. I
flettè, che anche Marte, Giove, e Saturno avev
tali disuguaglianze nelle congiunzioni, e nelle op
sizioni, che non potevano intendersi facendoli m
vere intorno alla terra; ma che si spiegherebb
chiaramente se si movessero intorno al Sole. La I
na sola restò per lui nell'antico suo posto; ed e
realmente faceva il suo giro intorno alla terra. Res
va dunque da contemplare, se fosse più verisimi
che il Sole con tutti i pianeti girasse intorno
terra, ovvero che la terra, portando seco la Lu

(*a*) *De revol. orb. caelest*, Praef. ad Paulum III.

come un suo satellite, si movesse come tutti gli altri pianeti intorno al Sole. I sopraddetti antichi filosofi abbracciarono il moto della terra; ma ciò fecero senza i necessarj fondamenti per uno sforzo soltanto d'immaginazione e d'ingegno, o forse più tosto per discostarsi dalla comune opinione, e rendersi singolari. *Copernico* non ardì fare un tal passo, e proporre agli astronomi un tale moto, se non quando dopo quaranta e più anni d'osservazioni e di meditazioni restò convinto di potersi con questo solo rendere piena ragione di quanti moti e fenomeni si osservano ne'cieli, e di combinarsi in tale sistema naturalmente, e senza la menoma violenza tutti i diversi accidenti del cielo e della terra, che non erano stati fin allora ben intesi. Così l'opinione degli antichi fu abbandonata come un sogno, o come una delle molte assurdità, che amavano di spacciare i filosofi; il sistema di *Copernico* viene anche oggidì rispettato come una grande scoperta, ed una astronomica verità. Egli dunque fissò nel centro il Sole, intorno al quale girano Mercurio e Venere, la terra colla Luna, che la corteggia, e poi Marte, Giove e Saturno. Le varietà delle stagioni, e tutti i fenomeni, che vediamo nella terra, nella Luna, nel Sole, e in tutti i pianeti, si spiegano in questa disposizione de' corpi celesti colla maggiore naturalezza e facilità. Anche il piccolo lentissimo moto, che comparisce nelle stelle fisse,

che i Greci e gli Arabi avevano attentamente osservato, senza però poterne conoscere la cagione, si vede derivare naturalmente da una piccola irregolarità nel parallelismo della terra, ricevuto che sia il doppio moto di questa sul proprio asse, e nella sua orbita. Tutti i movimenti regolari ed irregolari, che osservansi nel Sole, nella Luna, ne' pianeti, nelle stelle fisse, ed in tutti i cieli, tutti si presentavano spontaneamente alla vista degli astronomi nella supposizione del moto della terra, e tutti quei fenomeni de'corpi celesti, che nell'altre ipotesi parevano, e si chiamavano irregolarità, comparivano regolarissimi e necessarj nel sistema copernicano (a). E *Copernico* collo stabilimento del suo ben discusso e maturato sistema piantò la base della moderna e vera astronomìa, e della giusta e distinta idea della costituzione dell'Universo. Questo sistema, pubblicato nel 1546, e riconosciuto utilissimo da molti astronomi, e dallo stesso cardinale *Schonberg*, che sollecitarono l'autore per la sua pubblicazione, restò nondimeno oscuro, e quasi dimenticato, o riguardato soltanto come un ingegnoso paradosso, nè eccitò nel mondo astronomico quello strepito, che la sua importanza doveva esigere, nè ottenne per tutto quel secolo particolare celebrità. Il *Retico*, il *Reinold*,

(a) *De revolut.* ec. cap. X, e al.

il *Moestlin*, e pochi altri furono i suoi dichiarati partigiani; ma soli il *Keplero* ed il *Galileo* gli diedero dopo un secolo fama universale, e lo fecero abbracciare da tutti gli astronomi come una vera scoperta. Dopo il *Copernico* non ebbe l'astronomia seguaci, che le recassero molto splendore: il *Reinold* si fece nome colle sue tavole, dette *Pruteniche* in onore del prussiano *Copernico*, secondo il cui sistema le aveva composte. Il *Nugnez*, o *Nonio*, fu benemerito dell'astronomia, non tanto per avere sciolto il problema del giorno del menomo crepuscolo, che ha occupato anche i matematici de' nostri dì, e per averci dato un assai pieno trattato intorno ai crepuscoli, e varj scritti astronomici, quanto per aver inventato l'utilissimo stromento di divisione ben conosciuto col nome di *Nonio*. Celebre è nella storia dell' astronomia *Guglielmo* IV landgravio di Hassia-Cassel, il quale, ajutato dal *Rotman* e dal *Birge*, arricchì quella scienza di molte ed esatte osservazioni, conosciute col titolo d'*Osservazioni assiane*. Il *Moestlin* sparse i semi di varie scoperte, che poi *Ticone*, il il *Galileo*, e il *Keplero* fecero germogliare. L'*Appiano*, il *Mugnoz*, e molti altri si facevano a que' tempi nominare con lode in quella scienza; ma tutti rimasero oscurati dallo splendore del gran *Ticone*, secondo, e più vero padre della moderna astronomia.

402 Reinold.

403 Nugnez.

404 Guglielmo landgravio di Hassia-Cassel.

405 Moestlin, ed altri.

Nelle scienze generalmente la pratica è la serva e ministra della teorica, pel cui ajuto è istituita; ma nell'astronomìa forma una parte sì nobile e interessante, che quasi diventa principale e padrona, ed ha sotto di sè la teorica. Vasti pensieri, ed ingegnose teorìe non mancavano agli antichi greci; ma destituti degli strumenti, e de' metodi d'osservare, de' mezzi ed ajuti di conoscere la verità, spacciarono le loro immaginazioni, non fecero vere scoperte, nè poterono produrre alla scienza astronomica notabili avanzamenti. *Ticone* fu il riformatore dell'astronomia pratica, come *Copernico* della teorica. Sentì il bisogno di più perfetti stromenti, ingrandì e migliorò gli usati allor dagli astronomi, e ne inventò, e ne fece lavorar altri molto più esatti, ed immaginò metodi più opportuni, e più giusti, onde poter dare alle sue osservazioni maggior perfezione, correggere l'inesattezza di quelle degli altri, accrescere la precisione e giustezza, e scoprir nuove verità; e divenne maestro universale dell'arte d'osservare, lasciandoci un'istruttiva descrizione di tutti gli stromenti, della loro costruzione, e de' loro usi, ed una meccanica dell'astronomìa (a). Il primo frutto delle sue osservazioni fu l'esatta notizia della nuova stella comparsa nella costellazione di

406 Ticone.

(a) *Astron. instaur. Mechanica.*

Cassiopea, e dopo più d'un anno di nuovo sparita, di cui egli descrisse la grandezza, il lume, il colore, la posizione, ed in qualche modo la distanza, dimostrando incontrastabilmente la sua mancanza di parallasse: ed è bene strana combinazione, che a' soli *Ipparco* e *Ticone*, ai due che sono stati i primi veramente astronomi fra gli antichi e fra' moderni, sia toccata la medesima sorte di scoprire, e d' osservare comodamente una nuova stella. Questa scoperta indusse *Ipparco* ad intraprendere la grand' opera di numerare le stelle, e di formarne un catalogo: la medesima istigò *Ticone* a rivedere per sè stesso tutte le stelle, fissarne la giusta posizione, distenderne un più esatto catalogo, e riformare l' astronomìa. Una cometa dappoi comparsa fu anch'essa feconda di nuove osservazioni, e di nuove scoperte a *Ticone*. Egli la osservò di pochissima, o di quasi nessuna sensibile parallasse, e trovò che le comete sono superiori all' orbita della Luna; e benchè le credè come meteore, esaminò il loro corso, e pensò nondimeno, che si potessero muovere in una curva regolare intorno al Sole; onde distrusse l' errore troppo dominante nelle scuole della sodezza ed impenetrabilità delle sfere celesti; ed il distruggere un troppo radicato errore è spesso più vantaggioso alle scienze, che lo scoprire una verità. La vera dottrina delle rifrazioni, e la dimostrazio-

ne, e la calcolata determinazione de' loro effetti, e delle correzioni, che ne dovevano derivare nelle osservazioni, si può dire tutta di *Ticone*, benchè vi abbia egli preso ancor qualche sbaglio. Le scoperte d'una terza disuguaglianza nella Luna, oltre le due già prima riconosciute da *Ipparco* e da *Tolemmeo*, e d'una variabilità nell'inclinazione della sua orbita, ed una più vera e giusta cognizione dei movimenti della Luna accrescono di molto i meriti di *Ticone* nell'astronomìa *(a)*. Non parlerò del famoso suo sistema, che fa muovere tutti i pianeti intorno al Sole, e la Luna, ed il Sole con tutti i pianeti intorno alla terra: il rispetto ad alcune espressioni della Scrittura l'indusse a tenere la terra ferma ed immobile, e le sue astronomiche cognizioni l'obbligarono a far muovere i pianeti intorno al Sole; onde formò un sistema, che appoggiò in gran parte il copernicano; ma nè piacque a'copernicani, nè a' tolemmaici. La sua specola, e la sua città del cielo, od *Uraniburgo* nell'isola di Huena, la sua passione per l'astronomia, e la generosa liberalità del re di Danimarca *Federigo* II nel secondarlo sono troppo note in tutte le storie, perchè ne dobbiamo fare lungo discorso. Noi ci vantiamo ne' nostri tempi e nelle nostre contrade d'amore e di prote-

(a) *Progymnasm.*

zione delle scienze: ma dove trovarne un sì luminoso esempio, come cel danno nella Danimarca nel secolo decimosesto *Ticone* e *Federigo?* Tutti i monarchi di quel tempo pareva che gareggiassero nel fare onori a *Ticone*, che onorava l'astronomìa: nè solo il re di Danimarca, ma quello altresì d' Inghilterra, il landgravio d'Hassia-Cassel, l' imperadore *Rodolfo* si resero cari alla posterità col tributare onorificenze, e compartire favori al nuovo padre e creatore dall'astronomìa. Non sono però questi i monumenti, che rendono immortale ne' fasti delle scienze il nome di *Ticone*: una nuova astronomìa pratica da lui creata, un nuovo catalogo delle stelle fisse, colla giusta loro posizione, una più vera cognizione delle comete, una più perfetta teorìa delle rifrazioni, nuove scoperte nella Luna, nuove osservazioni su tutti i pianeti, correzioni d'errori, invenzioni di stromenti, di metodi, e di verità, universale riforma di tutta l' astronomìa, sono i veri titoli di *Ticone* per l' immortalità del suo nome.

Colla scorta di sì illustre maestro fece a quei tempi l' astronomìa rapidissimi avanzamenti. Non parlerò della correzione gregoriana del calendario, che s' eseguì allora coll' opera principalmente del *Lilio*, e del *Clavio*, della quale abbiamo già parlato trattando della cronologia. I grandi astronomi, le utili invenzioni, gli strepitosi progressi si succedo-

ne in questi due secoli con tale continuità, che a-
pena ci rimarrà il tempo d' accennarli soltanto,
senza poterli mettere in qualche lume. Infatti, di
vasto campo non ci aprono di lunghi ragionamenti
al principio del passato secolo il *Keplero*, ed il
Galileo, i quali entrano a parte con *Copernico*, e
con *Ticone* nell' onore della riforma, o della
creazione d' una nuova astronomìa, e li superano
nella grandezza ed utilità delle loro scoperte! Se
Copernico mise in ordine i corpi celesti, e piantò
il sistema dell' universo, *Keplero* regolò i loro
moti, e fu il loro legislatore. Le orbite ellittiche
de' pianeti, e le leggi de' loro movimenti, famose
sotto il nome di leggi di *Keplero*, sono la soda e
vera base di tutta la moderna astronomia. Le or-
bite circolari, gli eccentrici, e gli epicicli sono i
caratteri dell' antica; mentre *Copernico*, e *Tico-
ne* li lasciano sussistere, non si può ancora dire
riformata la scienza astronomica; al fissare *Keple-
ro* l' ellissi, e condurre per essi i pianeti, sparisce
la complicatezza dell' antiche immaginazioni, e si
presenta la semplicità e chiarezza della verità. Le
osservazioni di Marte incominciate da *Ticone*,
portate da *Keplero* più oltre, gli fecero vedere
tali irregolarità nel suo moto, che non potevano
adattarsi a verun circolo eccentrico, ed addiman-
davano un' ovale. Ne immmaginò egli una, colla

407
Keplero.

quale credè di tenere soggetto quel pianeta; ma vide, che gli sfuggiva, e che girava liberamente fuori di quella nuova ovale da lui ideata. Pensò allora all' ellisse ordinaria; e trovò che il suo pianeta si contentava realmente di contenersi entro quella curva, o, com' egli diceva poeticamente, il suo prigioniere non tentava più di scappare. Fissò dunque il corso di Marte in un' orbita ellittica; ed applicando questa al giro degli altri pianeti, trovò che tutti vi si arrendevano facilmente, e stabilì la grande scoperta astronomica, che i pianeti si muovono in orbite ellittiche, non come fino allora s' era creduto, in circolari. Quindi osservando, che nell' afelio, o apogeo, avevano un moto più lento che nel perielio, o perigeo, si studiò di trovare qualche proporzione fra un luogo e l' altro, e scoprì, che prendendo un triangolo dal Sole o dal foco dell' ellisse fino a due punti dell'orbita percorsi in un dato tempo dal pianeta, non saranno certo in tempi uguali gli archi dell'orbita compresi fra que' due punti, ma saranno bensì uguali sempre le aree in tempi uguali; e questa è la prima legge che impose agli astri il *Keplero*. L'altra riguarda le differenti velocità de' pianeti reciproche delle distanze, e ne stabilisce la proporzione, cioè, che i quadrati de' tempi periodici sono come i cubi delle distanze. Queste due leggi, trovate vere da

Keplero in tutti i pianeti riguardo al Sole, e nella Luna riguardo alla terra, sono state poi felicemente applicate a' sattelliti ed alle comete, ed in tutti i corpi celesti si sono sempre più confermate. *Keplero* ebbe come *Ipparco* e *Ticone* la sorte di vedere una stella nuova nel piede di Serpentario, di cui fece un'accuratissima descrizione. Queste nuove stelle col miglioramento dell' astronomia, e colla maggior attenzione degli astronomi, divennero assai comuni, e perderono in gran parte il pregio della rarità. Anzi se ne scoprirono di specie diversa, e s' osservarono in esse notabili differenze, comparendo alcune all' improvviso, e poi affatto svanendo, altre seguendo certi periodi, in cui prodursi ed occultarsi, senzachè si sia finora scoperta, per quanto il *Maupertuis*, e posteriormente *Goodricke*, ed altri ne abbiano scritto, la vera cagione di tali accidenti. Ma ritornando al *Keplero*, egli ebbe il merito di arricchire l' astronomia delle famose tavole dette *Ridolfine*, le prime che sieno state degne di comparire nella luce della moderna scienza: egli inventò metodi d'osservare, e di calcolare, che sono anche seguiti fino ai nostri dì; egli ci lasciò molte interessanti osservazioni; egli trattò con maestria e novità delle rifrazioni astronomiche e delle parallassi; egli in somma è stato per molti titoli benemerito della scien-

za astronomica. Ma in *Keplero* non sono da considerarsi queste particolari vedute, e particolari scoperte: le leggi generali, che dirigono tutti gli astri; il piano universale, che collega mutuamente le scienze l' une coll' altre, che vede le reciproche relazioni di tutti i corpi, ch'entra intimamente nel maneggio delle secrete molle della natura, che regola e governa tutto il mondo, sono le opere degne della superior mente del gran *Keplero*. A lui dobbiamo l' unione dell' ottica coll' astronomia, e l' accorgimento de' vantaggj, che può questa ricavare dalle ottiche cognizioni. Ma il maggiore ed il principalissimo suo merito nell'astronomia è l'unione, che tentò di fare di questa colla fisica, e l' avere cercato di ridurre alle leggi comuni della natura i moti tutti delle stelle, e tutte le operazioni de' cieli. Gli astronomi antichi e i moderni si erano contentati di vedere, e d' intendere in qualche modo i fenomeni, senza prendersi cura d' indagarne le cagioni; contenti di contemplare l' esterno di questa gran macchina, non cercavano di esaminarne l' interna costruzione; immaginavano cicli, epicicli, e centri meramente ideali e fittizj, e purchè questi si convenissero cogli osservati fenomeni, poco loro caleva di verificarne la realtà. *Keplero* da savio filosofo non si appagò di queste immaginazioni, nè credè verisimile che i

moti celesti si facessero intorno a centri fittizj, che nessuna influenza, o relazione potevano avere con essi, nè che la natura li producesse senza una qualche cagione fisica, che li esigesse e li regolasse, e si diede a studiare questa cagione, ed a carpire questo secreto della natura. Frutti di tali ricerche furono alcune scoperte astronomiche, ed alcune felicissime congetture, forse più utili che le stesse scoperte, e più feconde di nuove e sublimi verità. L' attrazione universale di tutti i punti della materia, il mutuo collegamento di tutti i corpi, l'influenza del Sole su l'irregolarità del moto della Luna, e della Luna su le maree, e varie altre scoperte della moderna fisica e dell' astronomia, furono conosciute e indicate da *Keplero*, benchè non abbastanza seguite, ma abbandonate da lui alla più illuminata posterità. Forse alle congetture del *Keplero* è dovuta la grandiosa teoria del *Newton*; e certo le sue congetture, e le sue scoperte sono il fondamento di tutta la parte teoretica della moderna astronomia; e il *Keplero* dovrà sempre venerarsi come il più vero padre, e il più fecondo creatore di questa novella scienza, come il più valente eroe, che avesse fino allora dominato ne' cieli, come uno de'più gran genj, che sieno venuti alla luce del mondo.

403
Galileo.

Contemporaneo ed amico del *Keplero* fu *Ga-*

lileo, l' unico, che potesse aspirare a superarlo, e che potesse riguardarlo con qualche rivalità. *Keplero* fu il legislatore de' cieli, *Galileo* ne divenne conquistatore; ma bisogna pur confessare, che le scoperte del *Galileo* si deono in parte al caso, quelle del *Keplero* sono tutte opera del suo genio, e nobili sforzi del suo ingegno, e della sua immaginazione. Qualunque sia stato l' inventore del telescopio, fu pensiero felice del *Galileo*, d' immortale gloria alla sublime sua mente, e d' infinito vantaggio all' astronomia l' applicarlo ad esaminare le stelle, ed a inoltrarsi ne' cieli. Gli stromenti sono le ali, con cui gli astronomi s'innalzano a penetrare nelle regioni celesti. Luna, Sole pianeti, e stelle fisse, tutto comparve in un nuovo aspetto; nè vi fu parte alcuna in tutto il cielo, che non ricevesse dal telescopio del *Galileo* qualche riguardevole novità. Contemplò le stelle fisse; e al suo sguardo nacquero in ciascuna costellazione infinite stelle sepolte per tanti secoli in un' impenetrabile oscurità: ma tolse loro all' opposto quell'irradiazione avventizia, che mostrano agli occhi nudi, e le spogliò di quella parte del loro splendore, che tutti fin allora avevano creduto essere propria de' loro corpi. Esaminò Saturno; e secondo l' espressione del *Keplero* *(a)* vinse quel

(*a*) *Dioptr.*, Praef.

Gerione di tre corpi, e lo trasse da' secreti aditi della natura, presentandolo agli occhi di tutti. Trovò questo pianeta accompagnato da due piccole stelle a' suoi fianchi, ch' erano parte dell' anello, che poi gli scoprì dintorno l' *Ugenio*. L' esaminò di nuovo dopo qualche tempo, e lo trovò solitario senza la compagnia di quelle stelle; ma meditandovi sopra predisse, che dentro cinque o sei mesi si sarebbe di nuovo veduto accompagnato come prima; e tale infatti essendo stato veduto dal *Castelli*, il *Galileo*, che più non poteva osservarlo, conobbe, che questi cambiamennti doveano avere i loro periodi, che sarebbe toccato alla posterità lo scoprirli. Questi infatti sono l' apparizione e la disparizione dell' anello, che si sono realmente scoperte, e si predicono senza difficoltà dagli astronomi, come abbiamo veduto a' nostri dì (*a*). La scoperta prediletta del *Galileo* fu intorno a Giove de' quattro suoi satelliti, di cui egli calcolò i periodi, e ne formò le tavole, e pel cui mezzo promise di trovare in mare, e in qualunque luogo la tanto desiderata longitudine. L' astronomia, la geografia, la nautica, l'ottica, e tutta la filosofia deono infiniti lumi a questa scoperta; ed è somma lode del *Galileo* non solo l' averla fatta, ma averne su-

(*a*) V. de la Lande *Astron.* tomo III, §. 3a3o ec.

alto riconosciuti i vantaggi, e immaginati i mezzi, e proposti i metodi di ricavarli. Che se è stato posteriormente riguardato il *Cassini* come un portento d'accortezza e di forza d'ingegno per avere costruite le tavole di que' satelliti dopo tanti anni d'osservazioni, quanto non ci dovrà comparire maraviglioso e divino il *Galileo*, che fino dal primo, per così dire, lor nascere, seppe formare tavole da soddisfare in qualche modo al suo sublime ingegno, che non si contentava di qualunque esattezza? Discese a Marte, e gli parve, *quando era perigeo, assai più splendido che Giove* (a), e ciò ch'è più notabile, vi osservò una tale disuguaglianza nell'apparenza, *che all'opposizione si mostra 60 volte maggiore che alla congiunzione* (b). Lo vide anche all'oriente alquanto scemo, onde venivano scoperte le sue fasi; ma la sua esattezza non potè fermamente accertarsi di sì importante fenomeno. Se n'accertò bensì pienamente in Venere, e la seguì con tanta diligenza dal suo apogeo, o quando era, diciamo così, Venere piena, fino al suo perigeo, o quando era Venere nuova; e ne spose con tanta distinzione tutto l'andamento delle sue fasi, che lasciò poco da aggiungere al *Bianchini*, il quale dopo tanti anni ha voluto ripi-

(a) *Contin. del Nunzio sidereo.*
(b) Dial. III.

gliare queste osservazioni, e n' è riuscito con molto onore (*a*). Credeva egli parimente, che avesse Mercurio, come Venere le sue fasi; ma la troppa di lui vicinanza del Sole non gli permetteva di scoprirle; e se non poteva parlarne dietro alle astronomiche osservazioni, ne discorreva con filosofici e giusti ragionamenti, che sono stati in qualche modo confermati recentemente colle osservazioni di *Vidali* e di *Schraeter*. La Luna fu il primo e l' ultimo oggetto degli astronomici suoi sguardi. La scabrosità della superficie, e il metodo di misurare i suoi monti, furono i primi ritrovati, ed argomenti di moltissime opposizioni, che diedero maggiore celebrità alle scoperte de' telescopj, e l' osservazione dell' apparizione e disparizione di alcune macchie della Luna, la scoperta della sua *librazione*, l' esame della cagione di questo fenomeno occuparono gli ultimi pensieri astronomici del *Galileo*. Il Sole eziandio fu per lui un campo fertilissimo di scoperte. Le macchie solari, la loro natura, ed il loro corso, il moto del Sole sul proprio asse congetturato per fisiche ragioni dal *Keplero*, ed avverato dal *Galileo* con astronomiche osservazioni, sono sempre più nuovi titoli alla immortalità del suo nome ne' fasti dell' astronomia.

(*a*) V. *Hesperi et Phosphori phaen.* etc. *Romae.*

Con queste osservazioni, con queste scoperte, con questi lumi non poteva dubitare il *Galileo*, che non si movessero intorno al Sole tutti i pianeti, e la Luna intorno alla terra: esaminò quindi i fenomeni, che dovevano derivare dal moto diurno ed annuo della terra, e li trovò tutti, sì gli astronomici, che i fisici, tanto conformi alla ragione, ed alle leggi della natura, che non potè tenersi dall'asserire francamente, che muovesi la terra giornalmente sul proprio asse, ed annualmente intorno al Sole, ed abbracciò senza esitazione l' ipotesi di *Copernico*, la spose in tutto il suo lume, la difese da tutte le opposizioni, la confermò e sostenne con validissime ragioni, l' ampliò, ed ingrandì co' nuovi fenomeni, e co' nuovi corpi celesti da lui scoperti, e fece sì che quella, che il *Copernico* propose per sua ipotesi, potesse chiamarsi sistema galileano. Non dirò qui le persecuzioni e molestie sofferte dal *Galileo* per motivo di questo sistema: tutti gli scrittori ne parlano fino alla nausea, come se fosse cosa da eccitar la filosofica lor bile. Pur troppo in tutte le nazioni, e in tutte le età uno zelo mal inteso della religione ha fatto commettere violenze, e cadere in errori. Non è nuova a' filosofi la sorte del *Galileo*; nè è un biasimo particolare di Roma l' avere condannata come contraria alla religione un' opinione filosofica; ma è bensì particolarissima

gloria di tutta l'Italia l'avere prodotto un filosofo dell'acutezza e sodezza, della vastità d'idee e profondità di mente del *Galileo*. *Copernico* propose quel sistema, l'impugnò *Ticone*, *Keplero* lo suppose, il solo *Galileo* l'illustrò, lo confermò, lo difese, e lo munì di tutti i sussidj per reggere ai cambiamenti de' tempi ed alle opposizioni non solo degli ostinati peripatetici, ma di tutti eziandio gl'incostanti e novatori filosofi. Istrumenti, metodi, osservazioni, scoperte, teorie, sistemi, tutta in somma l'astronomia dee al *Galileo* molti preziosi lumi; e il *Galileo* divide col *Keplero* il principato nella moderna astronomia, ed occupa un luogo distinto fra' più gran genj che sieno venuti al mondo, fra' più sublimi e fecondi ingegni, fra' più benemeriti dell'astronomia e dell'altre scienze.

409 Scheinero.

Ma quanto lieti e felici non dovremo riputare que' tempi, quando, oltre *Ticone*, il *Keplero*, ed il *Galileo*, fiorivano altresì lo *Scheinero*, il *Baiero*, e tanti altri valenti astronomi? Dalle macchie del Sole ha ottenuta lo *Scheinero* la principale sua celebrità. La scoperta di quelle macchie è stata pretesa da molti. *Giovanni Fabrizio*, *Simone Mario*, il *Galileo*, e lo *Scheinero*, tutti se ne vantano per primi scopritori; ma la maggiore contesa è stata fra il *Galileo*

e lo *Scheinero*. Veramente conosciuto che fu il telescopio, ed accresciuta con esso la voglia di osservare le stelle, era facile che fossero da molti vedute le macchie solari, le quali in realtà sono molto visibili. E in questo, stando, come pare che dobbiamo starci, al testimonio degli stessi autori, l' anteriorità di tempo sembra doversi accordare al *Galileo*; sebbene lo *Scheinero* fece da sè la stessa scoperta senza saputa della galileana. Ma il metodo d' osservare tali macchie, l'esame della loro posizione, della lor figura, de' lor movimenti, e de' vantaggi, che dalla loro cognizione si possono ricavare, la congettura su la loro natura, e su la loro origine, e tutta in somma la teorìa di tali macchie viene esposta dallo *Scheinero* con tale pienezza ed originalità, ed egli ne racconta con tale ingenuità tutta la storia dell' osservazioni, che non parmi che lasci luogo a contrastargli la gloria dell'invenzione *(a)*. E certo lo *Scheinero* fra molte inutili disquisizioni, e ridicole espressioni riporta tante nuove ed interessanti verità, che merita certamente un onorato posto fra gli astronomi più rinomati. Il *Baiero* è celebrato per la sua *Uranometrìa*, e per averci presentate le regioni celesti, come altri fanno le terrestri, in carte uranografiche, che godono anche presentemente

410
Baiero.

(*a*) *Rosa Ursina* lib. I. ec.

411 Gassendo.

la stima de' dotti astronomi. Il *Gassendo*, erudito filosofo, e diligente osservatore, ebbe molti meriti nell'astronomìa; ma gli è venuta presso i posteri la maggiore celebrità dall'essere stato il primo a vedere Mercurio nel suo passaggio avanti il disco solare (a); perchè sebbene alcuni antichi, ed altri moderni, perfin lo stesso *Keplero*, crederono d'averlo veduto, dimostrò poi il *Galileo* altro non essere stato l'immaginato Mercurio che qualche macchia del Sole; e *Keplero* infatti ne restò persuaso. Un onor simile rispetto ad un altro pianeta ha reso il-

412 Horrox.

lustre nell'astronomìa il nome dell'*Horrox*, degno anche altronde delle lodi degli astronomi, per avere anch'egli prima d'ogni altro avuta la sorte di vedere Venere innanzi al Sole, ed essere il primo, che si possa citare per l'osservazione di tal passaggio. Il *Bullialdo*, il *Lansberg*, il *Morin*, il *Vandelino*, lo *Snelio*, e parecchj altri nella prima metà del passato secolo coltivavano con profitto gli studj astronomici; e da per tutto vedevasi il genio dell'osservazione e delle ricerche, il desiderio delle sco-

413 Cartesio.

perte, l'amore dell'astronomìa. Intanto il *Cartesio*, senza imbarazzarsi in osservazioni ed in calcoli, lasciandosi trasportare dalla sua immaginazione, credè d'avere ritrovata la forza, o il principio fisico,

(a) *Mercurius in Sole visus.*

onde dovessero prodursi tutti i movimenti, e i fenomeni de' corpi celesti. *Keplero* aveva già incominciata una simile ricerca, e n' aveva date parecchie congetture, alcune delle quali toccavano assai di presso alla verità; ma non giunse a formare un piano, ed ordinare un sistema, in cui tutti i fenomeni si vedessero collegati, e derivati tutti da un sol principio secondo le leggi della natura. Questo fece il *Cartesio* co' famosi suoi vortici: formò del nostro sistema planetario un vasto vortice, nel cui mezzo era il Sole, e volle che le differenti sue parti si movessero con disuguali velocità, e facessero variamente girare all' intorno i pianeti, e spiegò così con molta sottigliezza i fenomeni, e formò la sua fisica e meccanica astronomìa. Noi non possiamo seguire le ragioni, con cui *Cartesio*, ed i suoi seguaci, singolarmente il *Bernoulli*, hanno cercato di sostenere questo specioso sistema, nè le obbiezioni all' opposto, con cui i suoi avversarj, o i partigiani della verità l' hanno invincibilmente distrutto: or più non riguardasi quel sistema che come un piacevole sogno d' una brillante immaginazione; ma questo sogno però è stato forse il principio, che ci ha fatto trovare le tracce del vero andamento della natura nella costituzione dell' universo. Se *Cartesio* non avesse proposto un falso principio de' movimenti de' corpi celesti, e del sistema del mondo, non avrebbe forse

trovato *Newton* il vero, o non l'avrebbe neppur ricercato.

Colla produzione di tanti celebri astronomi si animava sempre più quello studio, e cresceva l'ardore d'illustrare con nuove scoperte l'astronomia. Allora l'*Evelio* arricchì la sua scienza colla *Selenografia*, e colla *Cometografia*, due opere sommamente pregevoli ed interessanti. Egli studiò la Luna, e ci diede un'esatta descrizione della sua grandezza e figura, delle sue fasi, e delle sue macchie, colle carte, che le rappresentano, da lui stesso disegnate ed incise in rame, e colla spiegazione dei vantaggi, che se ne possono ricavare: la natura della Luna fu da lui esposta con maggiore chiarezza e verità: il moto libratorio della medesima osservato dal *Galileo* venne da lui illustrato con nuove ragioni; e la Luna, tante volte veduta e riveduta, allora solamente cominciò a laciarsi conoscere in tutti i suoi aspetti. Da fino osservatore, quale egli era, seguì nel loro corso alcune comete, ne fissò la parallasse, e ne calcolò le distanze, ne segnò le posizioni, e determinò la linea del loro moto, e ci diede nella sua cometografia un'opera sì erudita e profonda, che non ostante qualche suo errore è stata sempre riguardata come classica e magistrale. L'*Evelio* osservò il passaggio di Mercurio sul disco solare nel 1661; lo descrisse con esattezza, e ne di-

414 Evelio.

dusse le conseguenze (a). Tentò anche di fissare gli astronomici suoi sguardi in Saturno: ma questo pianeta, che s'era incominciato a far vedere dal *Galileo*, si volle tenere riservato pe' vezzeggiamenti di due altri matematici non meno illustri, l' *Ugenio*, ed il *Cassini*, e poi più distintamente dell'*Herschel*. L' *Ugenio*, benemerito, come abbiamo veduto, delle altre parti delle matematiche, lo volle anche essere dell'astronomia. Oltre i notabili giovamenti che recò all' astronomia pratica coll' invenzione dell'orologio, del suo cannocchiale, e del primo saggio del micrometro, ed alla teorica colla dottrina delle forze centrali, e della figura della terra, s' applicò anche alle osservazioni, e fece alcune scoperte, che gli diedero giusto diritto di essere riposto fra' grandi astronomi. Una banda oscura sul globo di Marte ed una stella nebulosa nell' Orione sono ritrovati delle sue osservazioni. Ma il teatro delle sue glorie astronomiche fu Saturno. Quelle anse, que' dischi, quegli appoggi, che si vedevano in Saturno, ma non potevano intendersi, furono finalmente conosciute dall' *Ugenio* per un anello, che lo circonda; e tutta la teorìa dell' allor conosciuto anello di Saturno, della sua natura, de' periodi della sua apparizione e disparizione, tutta è dovuta alle diligenti osservazioni, ed alle sode spe-

415 Ugenio.

(a) *Mercurius in Sole visus.*

culazioni dell' *Ugenio*. Coll'esaminare sì frequentemente l'anello, e tutto ciò che circonda Saturno, vi scoprì l' *Ugenio* un satellite; e queste scoperte hanno reso il suo nome più glorioso nell' astronomia, che quello di tanti altri più laboriosi astronomi, ma meno attenti, o meno felici osservatori. Non vogliamo confondere nella folla di questi il rinomato *Riccioli;* perchè sebbene è vero, che non ha arricchita l' astronomìa di qualche particolare metodo d' osservare, e di calcolare, o di qualche distinta scoperta, pur somma lode merita l' indefesso suo zelo nel dedicare intieramente a quella scienza tutti i momenti della sua vita, osservare notte e dì, replicare l' altrui osservazioni, e farne altre nuove, legger tutto, conoscer tutto, e colle immense sue fatiche darci unite e ben ordinate le osservazioni, i metodi, lo opinioni, i calcoli di tutti i secoli, e presentarci un pieno e compiuto quadro di tutta l' astronomia. Se noi ameremo negli scrittori l' utilità dell'opere più che lo splendore della novità, dovremo professare grata riconoscenza al *Riccioli*, il quale, se non s' è reso illustre con nuove scoperte, è stato, ed è tanto utile per le sue opere, che hanno formati molti astronomi, ed hanno fatto nascere molte scoperte.

416 Riccioli.

A quel tempo, cioè dopo la metà del passato secolo, mentre l' *Evelio*, e l' *Ugenio* illustravano

417 Miglioramenti

con nuove scoperte l'astronomia, si formava per questa un nuovo ristoramento, e sorgeva una nuova, e più illustre epoca. L'astronomia pratica acquistava maggiore finezza e perfezione. I grandissimi cannocchiali del *Campani* e dell' *Ugenio* aprivano nuovi campi a' curiosi sguardi degli astronomi. Alla maggiore estensione della lor vista si univa la maggiore facilità di determinare il preciso tempo dell' osservato fenomeno coll' ajuto dell'orologio a pendolo dell' *Ugenio*. Il micrometro, che ebbe il primo incominciamento da un piccol saggio dello stesso *Ugenio*, e fu migliorato alquanto dal *Malvasìa*, e poi ridotto a pratica perfezione, e ad uso comune dall'*Auzout* (a), diede alle osservazioni molto maggiore precisione, e fu più fedele e sicura scorta agli astronomi per le loro determinazioni. L' applicazione, allora immaginata dal *Roberval*, dall' *Auzout*, o da chicchessiasi, de' cannocchiali in luogo e delle pinnule, e delle alidade ai quadranti, ed a' grandi stromenti, conduceva lo sguardo degli osservatori con maggiore aggiustatezza al fissato oggetto, e dava più sicurezza alle osservazioni. Gli osservatorj di Parigi, e di Greenwich, allora eretti con una finezza di mire, ed esattezza d'esecuzione superiori di gran lunga ai

dell' stronomia pratica.

(a) V. De la Hire *Ac. des Sc.*, *an.* 1717.

grandiosi osservatorj, non solo degli Arabi, ma de' Danesi, e degli Alemanni, furono un nuovo ajuto per la perfezione della pratica astronomia. Questa nuova giustezza e precisione, questa maggiore esattezza e finezza teneva inquieti i moderni astronomi, nè li lasciava riposare su le osservazioni, misure, e determinazioni de' precedenti, ma gli obbligava a rivederle, rifarle, e verificarle tutte. Quindi la grande ed accuratissima operazione del *Picard* di misurare la terra, non contentandosi nè delle antiche misure d' *Eratostene*, e degli Arabi, nè delle moderne di *Fernel*, *Snellio*, e *Riccioli*. Quindi il viaggio del medesimo *Picard* ad Uraniburgo, per meglio conoscere, e porre nel giusto lor prezzo le operazioni astronomiche di *Ticone*. Quindi tante altre gloriose imprese, alcune delle quali noi ora rammenteremo nel parlare del gran *Cassini*, che le animava, e d'altri, che n' ebbero parte.

418 Cassini. *Cassini* può dirsi il riformatore della moderna astronomia, come lo era stato dell' antica *Ticone*. Non vi fu parte del cielo, dove egli non trovasse da correggere, da aggiungere, da levare, dove non facesse qualche notabile riforma, non si nobilitasse con qualche grandiosa scoperta. Il primo soggetto che si presentò agli astronomici suoi sguardi, fu fortunatamente una cometa, quella sorte di cor-

pi celesti, che più abbisognava dell'illustrazione di un *Cassini*. Le comete hanno sempre eccitata, com' è naturale, la curiosità degli uomini, ma hanno occupato più le speculazioni de' fisici, che le osservazioni degli astronomi. Gli Egiziani, i quali, al dire di *Seneca*, fecero particolare studio de' cieli, niente dissero delle comete. I Caldei sembra ch' esaminassero più attentamente questa materia; perchè, secondo il testimonio d' *Apollonio* miudiano, ponevano le comete nel numero de' pianeti, e ne conoscevano il loro corso. Ma bisogna che questa opinione fosse peculiare d' alcuni pochi o si tenesse molto secreta, ed andasse in dimenticanza; poichè *Epigene*, che si portò a studiare da' Caldei, asseriva niente aver essi di stabilito e certo sulle comete, ma crederle soltanto accese accidentalmente da un turbinoso vento (*a*). Infatti nè *Tolemmeo*, nè *Ipparco*, nè *Eratostene*, nè verun altro astronomo greco parlano di quell' opinione de' Caldei, nè ancor dopo la notizia recatane da *Apollonio*, e dopo i suoi argomenti per appoggiarla, non hanno curato d' esaminare le comete, e le hanno trascurate nelle loro osservazioni come semplici meteore. Il solo *Seneca* di tutta l' antichità abbracciò colla forza ed

(*a*) Seneca *Quaest. nat.* lib. VII, c. III.

energia della sua immaginazione quest' idea astronomica de' Caldei, nè dubitò in questa parte di abbandonare i suoi filosofi, e rispose sodamente a tutte le loro obbiezioni, osservò il corso di due comete, e lo trovò orbiculare e curvo, quale non l' hanno le meteore, ma soli i pianeti, e fissò con asseveranza, propria soltanto d' un' intima e ferma persuasione, che le comete sono come i pianeti, che hanno i loro corsi periodici e regolari; che se allora non conoscevansi tali periodi a motivo delle poche comete che s' erano ancor vedute, anche i corsi dei pianeti, che pur vedonsi tuttodì non erano stati conosciuti che poco prima, e che sarebbe venuto un tempo, in cui sarebbono ugualmente conosciuti que' delle comete, e si sarebbono maravigliati i posteri della cecità degli antichi, che non vedevano cose sì chiare (*a*). Con sì ragionevoli discorsi di *Seneca* sembrava, che dovessero scuotersi gli astronomi, e chiamare nel loro regno le comete come altrettanti corpi celesti. Ma prevalse il comune pregiudizio, e non vi fu astronomo nè greco, nè arabo, nè latino, che si degnasse di contemplarle, ma tutti le abbandonarono a' fisici, come semplici meteore. *Regiomontano* fu il primo, che pensasse seguirle coll' oc-

(*a*) Ivi cap. XXIV e XXV.

chio astronomico nell' incerto lor corso. *Cardano* pel movimento, e per la parallasse le credè assai al di sopra della Luna. *Ticone* le fece correre per una linea circolare in una regione superiore alla Luna; ma le credè ancora meteore. *Galileo* ancor dopo la scoperta di *Ticone* seguitò a sostenere la bassa nascita delle comete. *Evelio* studiò più di tutti questa materia, e fondato sulle osservazioni sue e d'altrui, diede al corso delle comete una curvità che aveva del parabolico, ma sempre credendole meteore prodotte dalle esalazioni de' pianeti. Varie e strane opinioni immaginarono gli astronomi per ispiegare la loro natura, quali vengono sposte eruditamente dal *Pingrè*, a cui noi rimettiamo i lettori (*a*). *Cassini* stesso seguì da principio il comune pregiudizio di riguardarle come corpi fortuiti e destruttibili, che seguono corsi disuguali ed irregolari senz' attenersi ad alcuna stabile legge; ma riflettendo poi che i movimenti delle comete potrebbono essere soltanto in apparenza disuguali, ed avere realmente una regolarità come i pianeti, esaminandoli con maggiore attenzione, e con nuove mire parvegli più conforme alla ragione, ed a tutte le osservazioni de'fenomeni il farli tali, ed ebbe il coraggio di riporre le comete fra

(*a*) *Cometographiae*, tom. I.

corpi celesti, dare loro la stessa antichità e regolarità de' pianeti, ed assoggettarle alle stesse leggi negl' irregolari lor movimenti. Il fino suo occhio, e le profonde meditazioni gli diedero una tale accertatezza nella cognizione del movimento delle comete, che essendone comparsa una in Roma nel 1664, potè dopo due osservazioni descriverne tutto il corso (a), potè predire che le stesse comete dovevano dopo un certo tempo ricomparire di nuovo, e potè darci una più nobile, ed in gran parte assai giusta teoria di que' corpi celesti, sconosciuti, ed anche trascurati per tanti secoli. Quale lode del filosofo *Seneca* avere egli colla forza del suo ingegno afferrata subito una verità, che non ci è voluto meno di sedici secoli, nè meno delle replicate osservazioni e meditazioni di *Regiomontano*, di *Keplero* e d' *Evelio*, e del genio del gran *Cassini* per darla ad intendere, e farla abbracciare agli astronomi? L' opinione del *Cassini* venne poi dimostrata dal *Newton*, ed assicurata incontrastabilmente dall' *Allejo*, e dal *Clairaut*, e il *Cassini* col dare alle comete la natura di corpi celesti arricchì il cielo d' una folla immensa di abitatori, ed aprì all' astronomia un nuovo e vastissimo campo dove spaziarsi con diletto ugualmente che con pro-

(a) V. Fontenelle *Elog. de M. Cassini*.

fitto. La teorìa del Sole fu un nuovo teatro alla gloria astronomica del *Cassini*. La reale disuguaglianza di velocità nel suo moto in diversi tempi dell'anno era un punto molto contrastato fra gli astronomi, nè si sapeva trovare il modo di cercarne la decisione. La trovò il *Cassini* col formare la meridiana di san Petronio di Bologna, ch'egli poeticamente chiamava l' *Oracolo d' Apollo*. Non dirò le attenzioni e riguardi quasi superstiziosi, che il *Riccioli* chiamava *più angelici, che umani*, che adoperò il *Cassini* nella costruzione di quel gnomone; non rammenterò i molti vantaggi, ch' egli ed altri astronomi suoi successori ne hanno saputo riportare; dirò solo al nostro proposito, che la disuguaglianza, non solo apparente, ma altresì reale, di velocità del moto del Sole, minore nella state che nell' inverno, fu decisa senza contrasto; che si conobbe più esattamente la parallasse e la distanza del Sole, e se ne poterono distendere nuove tavole; e che si formò allora una nuova, e più giusta teorìa del Sole. Dalla meridiana di san Petronio imparò anche il *Cassini* una nuova dottrina su le rifrazioni. *Ticone* e gli altri astronomi e fisici le credevano soltanto sensibili fino a' 45 gradi d'altezza, nè si curavano di calcolarle di più; ma il *Cassini* trovò che realmente si estendevano fino allo zenit, e riformò quindi le tavole e la teorìa delle

rifrazioni. Il veritiero suo oracolo non lasciò di rispondere fedelmente a tutti i suoi consulti, e gli scoprì in pochi giorni più verità, che non poterono ricavare in tanti secoli gli antichi da' più celebri lor oracoli: e la meridiana di Bologna è stata più feconda d'interessanti scoperte, che tutte le altre meridiane, che si ritrovano per l'Europa. L'onore de' gnomoni sembra che sia stato proprio dell'Italia; i primi, i più grandi, i più utili, i più rinomati si ritrovano nell'Italia, e si devono agl'Italiani. Prima dell'or nominato del *Cassini* fino dal secolo antecedente n'aveva nello stesso tempio di san Petronio eretto un altro, benchè imperfetto, *Egnazio Dante*, per mostrare quanto si fosse slontanato l'equinozio della primavera dal 21 di marzo, e cooperare così alla grand' opera della correzione del calendario. Ma assai prima anche di quel del *Dante* fin dal precedente secolo, verso il 1468, n'eresse un altro nella chiesa cattedrale di Firenze *Paolo Toscanella*, il più antico, e il più grande che si conosca in tutta l'Europa. Questo pregevolissimo monumento era rimasto per quasi tre secoli sconosciuto ed oscuro, finchè dopo la metà del presente venne scoperto, ristorato, e rimesso ad uso dal dotto matematico *Ximenes;* il quale vi ha fatte molte osservazioni solstiziali, e scoperte interessanti novità riguardo

all'obbliquità dell' ecclittica, e ad altri punti dell'astronomia (a). Ma ritornando al *Cassini*, non contento di rischiarare co' suoi lumi le comete, il Sole, e le rifrazioni, percorse tutti i pianeti, e gl' illustrò con nuove scoperte. In Saturno scoprì l'*Ugenio* un satellite; il *Cassini* gliene trovò altri quattro, ed assegnò a tutti i cinque il loro posto, e la loro orbita; onde il primo scoperto dall' *Ugenio* non era che il quarto nell'ordine della posizione, e diede l'ultima mano al mondo di Saturno, che ancora dopo i lavori del *Galileo* e dell' *Ugenio* era stato molto imperfetto. In Giove scoprì un moto di rotazione di tale velocità, che compisce tutto un giro in meno di dieci ore, ed un appiattamento a' suoi poli, che vi fa un diametro $\frac{1}{15}$ minore che all'equatore. Ma la più grande, e più gloriosa sua scoperta fu quella de' piani, dell'orbite, de' loro angoli, e di tutti gli andamenti, di tutti i periodi, e di tutti i fenomeni de' satelliti di Giove, onde poterne calcolare le tavole, e formarne esatte effemeridi. Venticinque elementi, osserva il *Fontenelle* (b), o venticinque cognizioni, o determinazioni fondamentali entrano nelle tavole di que' nuovi astri. Qual vastità di ge-

(a) *Del gnomone fiorent.*; *Dissertazione intorno alle Osservazioni ec.*; *Osserv. solst. ec.*; *Mem. della Soc. Ital.* tomo II.

(b) *Éloge de Mr. Cassini.*

nio, qual forza, e contenzione di spirito non ci volle a ritrovare tutti quegli elementi, tenerli sempre presenti tutti, unirli, ordinarli, metterli in opera, e formarne un edifizio sì bene architettato, sì fermo e sodo, che possa reggere agli attenti e critici esami de' più diligenti astronomi? Così anche il mondo di Giove ebbe, come quel di Saturno, l'ultima sua mano dal gran *Cassini*, e poco v'è restato che fare di più agli astronomi posteriori. La scoperta della rotazione di Giove gli fece sperare di ritrovarla ugualmente in Marte. E infatti dopo replicate osservazioni e combinazioni la trovò tale, che si compisce in poco più di ventiquattr'ore. La somiglianza del fenomeno in Giove ed in Marte l'invitò anche a cercarlo in Venere; e lo trovò infatti, anzi rivestito di circostanze nel movimento delle macchie, che lo rendono singolare; sebbene non potè appagare la sua esattezza, e lasciò al *Bianchini* la gloria di dare una piena teoria di quel pianeta. Non parlerò della scoperta del lume zodiacale, non della giusta teoria della rotazione e della librazione della Luna, non dell'ingegnoso metodo di determinare per tre osservazioni l'apogeo, l'eccentricità, e la disuguaglianza d'un pianeta; non del modo di calcolare l'ecclissi del Sole per la projezione dell'ombra della Luna sul disco terrestre; non di mille altri suoi metodi, e di altri

utili ritrovati, di cui è debitrice l'astronomia al gran *Cassini:* non basterebbe un intiero tomo solamente per questo astronomo, se volessimo riferire distintamente tutte le sue invenzioni; e noi preghiamo d'indulgenza i nostri lettori, se contrastati dal nome di tanto astronomo, e dalla ristrettezza della nostra opera, ci siamo fermati nelle sue lodi meno del suo merito, e più del dovere del nostro istituto. Non possiamo nondimeno abbandonarlo ancora del tutto, e dovremo spesso richiamare la sua memoria nel riferire le lodi e le imprese degli altri astronomi. Infatti la celebre scoperta del *Roemero* sul moto progressivo del lume, non meno si dee al *Cassini*, che allo stesso *Roemero*. Le continue osservazioni de' satelliti di Giove gli fecero vedere che dall'opposizione fino alla congiunzione di Giove e del Sole il primo satellite ritardava l'emersione dall'ombra del pianeta presso a minuti quattordici; ed egli, come dice il *Montucla (a)*, propose subito in uno scritto che pubblicò, che « questa disuguaglianza sembrava procedere dall'» l'impiegare la luce qualche tempo nel venire dal » satellite fino a noi ». Ma riflettendo poi che questo fenomeno s'osserva soltanto nel primo satellite di Giove, non negli altri, abbandonò l'idea di cer-

419
Roemero.

(a) Part. IV, lib. VIII.

carne la cagione nel moto temporaneo della luce, che dovrebbe essere comune a tutti. Abbracciolla però il *Roemero*, la confermò con più osservazioni, e con più precise determinazioni, la difese dalle contrarie opposizioni, ed ottenne la gloria di passare per inventore della scoperta del moto successivo e temporale della luce, che ha poi prodotte altre fine scoperte astronomiche del *Bradley*. Il viaggio del *Richer* alla Caienna fu opera del *Cassini*, il quale volle con osservazioni fatte alla vicinanza dell'equatore avverare le sue teorie del Sole e delle rifrazioni; quindi ne' celebri risultati di quel viaggio, non solo su questi, ma su altri punti importanti, ebbe la sua, e non picciola parte il *Cassini*. La misura della Francia, ed anche di tutta la terra si dee non meno al *Cassini* che al primo autore, il *Pichard*: nella gran questione della figura della terra ebbe anche molta parte il *Cassini*, benchè non avesse la sorte di coglierne la verità; e in quasi tutte le grandi imprese, e gloriose scoperte dell' astronomia si vede scolpito con molt' onore il nome del gran *Cassini*.

420 Richer.

421 Pichard.

422 Newton.

Mentre il *Cassini* colle sue osservazioni e coi suoi calcoli illustrava tutte le parti dell'astronomia, il *Newton* colle fisiche e meccaniche dimostrazioni dava un nuovo essere a tutto il corpo di quella scienza. *Cartesio* aveva vanamente tentato di spie-

gare co' suoi vortici i moti de' corpi celesti, e la costituzione dell' universo; il *Newton* coll'attrazione, o gravitazione universale la dimostrò chiaramente. Accennò il *Keplero* qua e là l' idea di quest' attrazione; ma non la seguì mai giustamente (*a*): l'*Hock*, astronomo inglese, che promosse l'ottica, come abbiamo detto (*b*), e che si fece nome nell' astronomia per alcune sottili osservazioni, andò assai più oltre nella teorìa dell' attrazione universale. Conobbe la mutua attrazione de' corpi celesti, la conobbe più forte nelle maggiori vicinanze, e capace di produrre moti ellittici, e l'illustrò con alcune ingegnose ed utili sperienze; ma non seppe farne una adequata applicazione a' pianeti, non seppe determinare la ragione della forza dell'attrazione colle distanze, non seppe trovare la legge dell' attrazione che obblighi un corpo a descrivere un' ellissi intorno ad un altro posto all' uno de' suoi fochi; e lasciò ad altro genio più vasto, più sublime, e meglio fornito degli ajuti della geometrìa lo spiegare l'arcano della natura, e mostrarci il secreto ordigno, che tiene in moto la gran macchina dell' universo. Questo genio era il *Newton*, a' cui penetranti sguardi niente v'era di nascosto e secreto nelle operazioni della natura. Dal semplicissimo e vol-

(*a*) *Comment. in stell. Martis.*

(*b*) Cap. IX.

gare fenomeno della caduta in terra de' corpi gravi s'innalzò egli ad immaginare la gravitazione universale di tutti i corpi, a fissarne le leggi, e a stabilire il regolamento di tutto il mondo. Al considerare, che i corpi gravitano non solo nella superficie terrestre, ma eziandio a qualunque altezza dell'atmosfera, pensò che potesse ugualmente la Luna gravitare verso la terra, i pianeti e le comete verso il Sole, e i satelliti verso i loro pianeti. Pieno di quest'idea si mise a calcolare le distanze degli astri, e le rispettive loro velocità, e didusse quindi, che l'attrazione potesse seguire la ragione inversa de'quadrati delle distanze. Applicò questa legge al moto della Luna, e trovò realmente ch' essendo la Luna distante dalla terra 60 semidiametri di essa, il suo moto circolare corrispondeva ad una discesa perpendicolare di 15 piedi $\frac{1}{12}$ in un minuto, quale i corpi terrestri fanno in un secondo, ch'è dire che la forza della sua gravità scema secondo il quadrato della distanza. Onde giustamente conchiuse, che la medesima gravità, che fa cadere i corpi terrestri, muove anche la Luna verso la terra. Fece l'applicazione della stessa legge dell'attrazione alla terra, ed a tutti gli altri pianeti riguardo al Sole, e la trovò in tutti uguale. Esaminò geometricamente quale figura dovrebbe descrivere un corpo mosso ed attratto da un altro, secondo questa legge, e la

determinò per un'ellisse, e provò che in essa in tempi uguali sarebbero le aree uguali. Conchiuse dunque, che quest'è realmente la legge dell'attrazione di tutti i corpi, e che quest'attrazione è la forza, che fa girare tutti i corpi celesti in orbite ellittiche intorno ad un corpo maggiore posto in uno de' fochi dell'ellisse. Come l'attrazione è universale, è mutua fra tutti i corpi, e non solo la terra attrae la Luna, ma è anche attratta da questa; e se il Sole attrae i pianeti, questi mutuamente attraggono il Sole, e da questa universale e mutua attrazione nascono ne' moti de' corpi celesti parecchie disuguaglianze ed irregolarità. Il Sole, ch'è il centro comune di tutto il sistema solare, non è stabile ed immoto, ma attratto da' pianeti, e da ciascuno secondo la direzione, in cui si ritrova, soffre qualche movimento, benchè pochissimo, per la maggiorità della propria sua massa. La Luna gira intorno la terra, la Luna e la terra intorno al Sole; ma la Luna attratta dalla terra è anche attratta dal Sole, ed ella stessa attrae parimente la terra: onde nè la Luna può muoversi in un'orbita perfettamente ellittica, nè è il centro della terra, che dee fare intorno al Sole l'ellissi, ma il centro comune del sistema di terra e Luna, il quale cambia continuamente secondo la diversa posizione della Luna. Quindi spiega il *Newton* le irregolarità e disuguaglianze del

moto della Luna, che tanto avevano dato da studiare inutilmente agli astronomi; quindi il movimento delle apsidi, e de'nodi della Luna e de'pianeti; quindi molti altri oscuri, ed inintelligibili fenomeni, che sembravano prodotti dalla natura per istabilire e confermare la teorìa del *Newton*. Cogli stessi principj dell'attrazione misura questo gran genio la densità delle masse di Saturno, di Giove, e della Terra, che hanno i loro satelliti, e congettura ragionevolmente quella degli altri pianeti. Cogli stessi abbracciò anche le comete, e tutto che cotanto profughe ed erranti, le rinserrò entro al sistema solare, e le ridusse a compiere orbite anch'esse ellittiche, benchè tanto eccentriche ed allungate, che si potessero prendere per paraboliche, e stabilì e fissò la vera teorìa delle comete. Il *Cassini* col dichiarare corpi durevoli le comete, e i loro moti regolari e costanti, gittò i fondamenti della cometografia: ma dando loro orbite circolari, che potevano nelle nostre vicinanze calcolarsi come linee diritte, restò ancor lontano della vera dottrina. Un diligente osservatore, e valente astronomo, *Vincenzo Mut*, frequentemente citato con molta lode dal *Riccioli*, fu il primo, a mia notizia, che in un'opera pubblicata in Majorica nel 1666 desse ad una cometa una trajettoria incurvata in una direzione parabolica (*a*).

(*a*) V. Pingrè *Comet.* part. I, cap. VIII.

L' *Evelio*, avendo in vista il moto de' projetti, diede alle comete un' orbita realmente parabolica, sì prossima alla linea diritta, che appena si discosta da essa uno, o due gradi. La cometa del 1680 apportò agli astronomi più giuste idee. Un tedesco *Doerfell* determinò la sua orbita per una parabola avente il Sole per foco, e attribuì una simile orbita a tutte le comete. Alcuni hanno voluto dare al *Doerfell* la gloria d'avere preceduto il *Newton* nella vera teoria di quegli astri (a): ma qual differenza da una mera congettura, ed anch' essa falsa, alla fondata e vera dottrina del *Newton*? Nè il *Mut*, nè l' *Evelio*, nè il *Doerfell* non giunsero a cogliere il vero: al solo *Newton* siamo debitori della vera cognizione delle comete, e del loro corso. Considerandole il *Newton*, come il *Cassini*, corpi eterni come i pianeti, e mossi con moti regolari e costanti, pensò giustamente, che potessero assoggettarsi alle stesse leggi, e seguire orbite ellittiche molto eccentriche ed allungate. L' eccentricità di Mercurio è notabilmente maggiore di quella di Venere; perchè non potranno le comete avere un' eccentricità più, e più grande di quella di Mercurio? Ed applicando le leggi del moto de' pianeti a quello delle comete, le trovò ugualmente verificate negli

(a) *Acad. de Berlin* tom. I.

uni, e nelle altre. Ma siccome l'ellisse estremamente allungata nella parte vicina ad uno de'fochi non è sensibilmente diversa d' una parte simile della parabola, e il calcolo della parabola è molto più facile di quello dell'ellissi; così il *Newton*, propone di calcolare il moto delle comete, come se fossero l' orbite paraboliche. Infatti, calcolati dall' *Allejo* secondo il metodo del *Newton* i corsi delle comete, si sono trovati conformi alle osservazioni con tale esattezza, che non lascia luogo a dubitare della verità della teoria. Questa non meno che ne' grandi fenomeni trionfa gloriosamente ne'piccoli: l'attrazione, che tiene in moto i pianeti, satelliti, e le comete, e dà la legge ne'loro corsi a tutti i corpi celesti, spiega eziandio la figura sferoidica della terra, la precessione degli equinozj il flusso e riflusso del mare, e i più piccioli ed oscuri accidenti di tutto il sistema del mondo; e la teoria del *Newton* è la voce della natura, con cui ha voluto scoprire finalmente agli uomini tutti i suoi grandi e piccioli arcani finor tenuti nascosti, ed insegnare le profonde verità della secreta sua politica nel governo de' cieli, e in tutto il regolamento dell' universo.

La patria del *Newton* doveva essere la sede dove riposasse a suo agio l' astronomia. Infatti mentre egli penetrava nelle regioni degli astri, e svolgeva le fisiche teorie de' loro moti, e di tutti i loro feno-

meni, e formava un'affatto nuova astronomia, il *Flamsteed*, l'*Allejo*, e molti altri, illustravano con nuove scoperte l'astronomia, per così dire, matematica, mostravano ne' cieli nuovi fenomeni, e cooperavano allo stabilimento ed alla conferma della teoria del *Newton*. Il *Flamsteed* ha fissata la vera dottrina dell'equazione del tempo, su la quale avevano parlato sì variamente gli astronomi anteriori. Le infinite sue osservazioni d'ogni genere, ma singolarmente delle fisse, per rettificare i loro luoghi, e della Luna, per farne un'esatta teoria ad uso della navigazione, esposte nella sua *Storia celeste britannica*, il catalogo delle fisse, che contiene i luoghi di 3000, quasi tutte osservate da lui, e il nuovo *Atlante celeste* formato su le sue osservazioni, che voleva egli pubblicare, e che dopo la sua morte fu pubblicato dall'*Hodgson*, sono veri tesori, di cui il *Flamsteed* ha arricchita l'astronomia. Più grandi, e più varj sono i meriti dell'*Allejo* in questa scienza, il quale fino da'primi suoi anni può dirsi conquistatore d'un nuovo cielo. Gli astronomi non avevano potuto osservare che l'emisfero settentrionale, le stelle del meridionale restavano sconosciute per loro. L'*Allejo*, trasportato dallo zelo astronomico, varcò i mari, e con immense fatiche si portò all'isola di sant'Elena, donde ci diede a conoscere le stelle di quell'emisfero, e pre-

423 Flamsteed.

424 Allejo.

sentò agli occhi degli Europei un nuovo cielo. Quivi gli toccò la sorte altresì d'uno spettacolo, di cui non poterono godere gli astronomi europei. Molti di questi videro nel 1677 Mercurio avanti il Sole; ma osservarlo fin dal principio del suo ingresso, seguirlo in tutto il passaggio, e accompagnarlo fino all' uscita dal disco solare, non è stato accordato che al solo *Allejo*; e questi seppe ricavarne un buon frutto proponendo un metodo di meglio determinare col mezzo di tale passaggio la parallasse del Sole. Il principale studio dell'*Allejo* è stato su la Luna e su le comete, e le sue speculazioni furono una validissima conferma delle teorie del *Newton*. La scoperta della maggiore velocità della Luna nell' afelio che nel perielio della terra gli fece aggiungere al calcolo del luogo della Luna un nuovo elemento, quello cioè della distanza della terra dal Sole. Il celebre suo *Saros*, o per dir meglio il *Saros* de' Caldei, o il periodo, che in 18 anni e pochi giorni rimette la Luna nello stesso punto della sua orbita, e nello stesso aspetto riguardo al Sole e alla terra, gli fece rettificare la teoria della Luna, e gli suggerì tavole del suo corso assai più esatte di quante sin allora erano comparse, e ch'egli credè sufficienti per l' uso della marina, e per la sicurezza della navigazione, e per trovare la tanto ricercata longitudine in mare. Ma

le sue speculazioni su le comete gli hanno data la maggiore celebrità; ed esse sono il vero trionfo del sistema newtoniano. Egli applicò il metodo del *Newton* di calcolare per tre osservazioni date il corso delle comete, e lo trovò pienamente esatto, e propose tavole pe' luoghi delle comete, come facevano gli astronomi per quelli de' pianeti. Calcolò 24 comete, ne determinò le loro medie distanze dal Sole, e fissò la grandezza, e tutte le dimensioni dell' ellissi, ch' esse percorrono. Egli ebbe il coraggio di calcolare distintamente il corso di 24 comete, e trovò i calcoli conformi alle osservazioni. Quindi fissò le loro orbite, determinò i tempi periodici, e trovò, che alcune di quelle 24 non erano che la medesima ritornata più volte, ed avverò co' fatti ciò che il *Cassini* in forza solo di alcune riflessioni, e del suo genio astronomico aveva creduto, che le comete sono corpi durevoli, e che dopo certi periodi compariscono nel medesimo sito. Si fece anche più ardito, e passò a predire il ritorno della cometa comparsa nel 1682 pel 1758, o 1759, come comparve infatti, e venne come a trionfo del sistema newtoniano. A questi meriti astronomici dell' *Allejo* deono aggiungersi le sue *tavole*, le più perfette, che fin allora si fossero pubblicate, molti suoi metodi, molte nuove e singolari osservazioni, molte dotte opere, e lodevoli lavori,

con cui nuovo lustro, e molti vantaggi ha recati all'astronomia. Successore del *Flamsteed* e dell'*Allejo*, e non men benemerito dell'astronomia, fu il *Bradlei*: l'aberrazione delle fisse, e la nutazione dell'asse della terra sono due sue scoperte, che hanno in qualche modo fatto cambiare d'aspetto quella scienza. Tutti i copernicani hanno ricercata la parallasse delle fisse in diversi tempi dell'anno, quando la terra era ne' punti della sua orbita più vicini a quelle stelle. *Hook*, e *Flamsteed* crederono d'averla trovata. *Roemero*, *Horrebow*, *Jacopo Cassini*, e qualcun altro ebbero parimente qualche lusinga d'avere fatta tale scoperta. Ma fu vana la loro credenza, e si scoprì tosto l'origine del loro abbagliamento. Il *Molineux* volle cercarla con uno stromento superiore agli usati dagli astronomi anteriori, e adoperò un sestante di 24 piedi di raggio, lavorato dal diligentissimo *Graham*. Si associò nelle osservazioni il giovine *Bradlei*, e tutti due trovarono differenze nelle fisse, che non potevano attribuirsi ad alcun errore d'osservazione, ma che nemmeno combinavano coll'annua parallasse. Queste differenze meritarono d'essere esaminate: ma il *Molineux* non potè seguitare le osservazioni, e abbandonò al solo *Bradlei* tutta la gloria della scoperta. Per tre anni tenne dietro il *Bradlei* alle osservate differenze delle stelle; e trovatele sem-

425 Bradlei.

pre costantemente le stesse, potè giustamente determinare, che il moto di quelle stelle si faceva in un' orbita ellittica di 40, o 41 secondi. Non contento della scoperta di questo fenomeno, si diede a cercarne la cagione fisica, e trovò non essere reale quel moto, ma soltanto apparente, nato dal moto progressivo della luce combinato col moto annuo della terra. Imperciocchè impiegando la luce 16 minuti a trascorrere il diametro dell'orbita della terra, come dimostrò *Roemero*, ed abbiamo di sopra accennato, quando la terra è alla parte della sua orbita lontana dalle stelle, non può il lume di queste giungere all' occhio dello spettatore, se non che 16 minuti più tardi che quando la terra era nell'altra parte vicina: e come in que' 16 minuti la terra seguita a moversi, non viene più il lume fino all' occhio sotto la stessa linea, ma va formando varj angoli secondo le diverse situazioni, in cui si trova la terra, e però l' occhio dell' osservatore: onde nasce in tutto il corso dell' anno quel picciolo circoletto ellittico di 40 secondi. Questa spiegazione, assai per sè stessa verisimile, fu poi confermata con tante osservazioni, che divenne dimostrazione; e l' aberrazione delle fisse determinata dal *Bradlei* è un principio della moderna astronomia, col quale bisogna correggere le anteriori osservazioni per ridurle alla richiesta esattezza. Que-

sta prima scoperta gliene produsse una seconda: osservò nelle stelle, che sono presso i coluri solstiziali, un piccolo moto particolare, pel quale ogni anno s'innalzavano costantemente verso il polo settentrionale. Bisognava dunque, che si movessero o le stelle verso il polo, o il polo verso le stelle: e questo secondo gli parve più facile, e più naturale. Dopò le osservazioni di varj anni trovò, che quel moto apparente delle stelle aveva un periodo di 18 anni, che proveniva da una reale nutazione dell' asse della terra, prodotta dall' azione della Luna, e dipendente dalla rivoluzione de' suoi nodi, e determinò la quantità di detta nutazione a 18 secondi. Queste due scoperte del *Bradlei* misero il colmo alla finezza della moderna astronomia, ed oltre che servirono di conferma al sistema copernicano, alla scoperta del *Roemero* della successiva propagazione del lume, ed alla sublime teoria del *Newton* della mutua ed universale attrazione dei corpi celesti, furono una sicura e fedele scorta a tutti gli astronomi per correggere le anteriori osservazioni, e per regolare con giustezza ed accertatezza le loro operazioni.

426 Astronomi francesi.

Mentre l'Inghilterra con tanti valenti astronomi voleva impadronirsi pienamente de' cieli, non trascurava la Francia di farvi eziandio le sue conquiste. Non solo i soprannominati *Picard*, *Auzout*, e

Richer giovarono molto all' astronomia pratica ed alla teorica co' loro viaggi, colle loro scoperte, e colle loro invenzioni, ma vi fiorirono anche con sommo vantaggio di quella scienza il *la Hire*, conosciuto particolarmente per le sue tavole, e per alcuni miglioramenti recati alla pratica; il *Louville*, celebre per varj lavori astronomici, ma singolarmente per la scoperta della diminuzione dell' obbliquità dell' ecclittica, che tanto ha dato da studiare agli astronomi posteriori; *Giacomo Cassini*, degno figliuolo del gran *Domenico*, e l' italiano *Maraldi*, nipote del medesimo, benemeriti ambidue dell' astronomia per molte loro scoperte, e par la verificazione delle altrui, e per tanti importanti servigj, che costantemente le hanno prestati; e molti altri rinomati astronomi. Intanto nell'Italia il *Bianchini*, il *Manfredi*, e qualcun altro conservavano alla lor patria l' illustre nome, che le avevano acquistati ne' fasti astronomici il *Galileo* e il *Cassini*. Fiorivano particolarmente nella Germania il *Zumbach*, il *Segner*, il *Kirch*, e parecchj altri, singolarmente il *Mayer*, che poteva valere per molti. Ma la Francia ci presenta prima della metà di questo secolo la più grand' impresa, che siasi mai immaginata in ossequio dell'astronomia. Il *Richer*, mandato dall' accademia per alcune osservazioni astronomiche

427 La Hire

428 Louville.

429 Giacomo Cassini, e Maraldi.

430 Italiani.

431 Tedeschi.

432 Misura della terra.

433 Richer.

misure, si celeste che terrestre, fatte dal *Picard*, e vi trovarono un errore di pressochè sei tese nell' operazione geodesica, e di 123 nell'astronomica. Sarebbe opera infinita il volere distintamente descrivere le viste, le diligenze, le operazioni, le determinazioni di quelle misure, e le molte altre misure simili, che intrapresero il *Boscovich*, e il *Beccaria* nell' Italia, il *Liesganig* nell' Ungheria e nella Germania, l' ora nominato *la Caille* nel Capo di Buona-Speranza, ed il *Mason* e il *Dixon* nell' America settentrionale. Si misurarono gradi dell' emisfero australe, e del settentrionale; si misurarono sotto diverse, e sotto le medesime altezze di polo; si misurarono in latitudine, ed in longitudine; si confrontarono le misure de' gradi cogli accorciamenti de' pendoli; si ottennero molte cognizioni astronomiche e fisiche; s' illustrò la dottrina dell' attrazione, e de' pendoli; si trovarono miglioramenti nell' arte d' osservare; e si scoprirono in varie materie molte utili verità; ma, ciò ch' è stato l' oggetto di tante imprese, la vera, precisa, e giusta figura della terra non si è potuta decidere: si è veduto bensì, che la terra è appianata verso i poli, e innalzata all'equatore; ma non si sa quale legge segua assolutamente quest' innalzamento, nè si è potuto formare con tante fatiche, e con tante spese una decisione su la figura della ter-

ra, che possa dirsi più giusta e sicura di quella che diede la teoria del *Newton*. E infatti anche posteriormente non abbastanza paghi i geometri delle misure e delle operazioni eseguite da tanti grandi uomini, fecero, che nel 1792 due valenti astronomi *Delambre* e *Mechain* replicassero col circolo del *Borda*, e con altri stromenti dell' ultima perfezione, che potevano fare sperare maggiore accertatezza nelle operazioni, replicassero le misure più volte prese già nella Francia, e che anzi per maggiore accertatezza le ampliassero di più, prendendosi da Dunkerque fino a Barcellona. Tutto si è eseguito nel corso di varj anni colla più fina diligenza, e colla più oculata attenzione, e il risultato è stato differente da tutti i precedenti, e l' appiattamento della terra è riuscito di $\frac{1}{148}$, tanto lontano dal calcolato dal *Newton*, e da varj altri, che le precedenti misure di questi e degli altri gradi, e quelle de' pendoli avevano presentati. Ancor dopo questa famosa spedizione astronomica, che leggiamo minutamente descritta in due grossi volumi in 4, e che pareva dovesse terminare la questione, sono rimasti poco contenti nella stessa incertezza gli astronomi, e sebbene non hanno voluto attribuire queste anomalie a sviste o difetti nelle osservazioni, hanno stimato di poterle rigettare su le attrazioni locali che a-

vranno irregolarmente agito sul filo e piombo, e ad ogni modo hanno creduto di non poter stare alle decisioni dei francesi misuratori. Anzi in quest' occasione si sono alcuni applicati a discutere co'nuovi lumi dell' astronomia le anteriori misure, che tanto strepito mossero nel mondo letterario: e il barone *Zach* ha esaminata la misura del grado d' Ungheria e d' Austria del *Liesganig*, e vi ha ritrovati molti difetti; quasi gli stessi ha riscontrati il ginevrino *Grenus* nella misura dell' equatore del *Bouguer* e del *Condamine*, e lo svedese *Svamberg* dopo avere ripetuta la misura del circolo polare del *Maupertuis*, e discussa con illuminata diligenza quella dell' equatore, ha dovuto mostrare nell' una e nell' altra parecchj errori, e farne le correzioni. Onde in vece di determinare per le misure de' gradi la teoria della figura della terra, stimano meglio di correggere le misure per la teoria dell'attrazione diretta co'recenti lumi dell'astronomia. Ciò che si può vedere più chiaramente esposto nel giornale astronomico del barone *Zach*, e nelle *tavole ristrette e portatili del Sole* ec. dal medesimo pubblicate recentemente in Firenze. Il maggior frutto di tante strepitose spedizioni sono state le profonde e dottissime opere, a cui hanno data occasione. Lascio le molte storie, relazioni, descrizioni, e giornali di que'viaggi, in tutti i quali si im-

parano molte cognizioni curiose ed interessanti; le ricerche, dissertazioni, ed opere su la figura della terra del *Bouguer*, del *Clairaut*, dell'*Eulero* dell'*Alembert*, del *Boscovich*, del *Frisio*, d'altri, ed anche più recentemente del *la Place*, spandono tante ricchezze di algebra, di geometrìa, di meccanica, d'idrostatica, e d'astronomìa, che compensano abbondantemente tutte le spese e fatiche cagionate da quella dotta e lodevole curiosità.

434 Miglioramenti dell' astronomìa fisica.

Non fu l'impresa della determinazione della figura della terra il solo merito dell'accademia di Parigi nell'avanzamento dell'astronomìa de'nostri dì. I premj, che propose per le più ardue e sublimi questioni della fisica astronomìa, l'hanno portata a quel grado, in cui or la vediamo di geometrica precisione. L'astronomìa ricevè dalle mani del *Newton* una nuova forma, e divenne un ramo della fisica, o per dir meglio una parte della dinamica. Tutti i fenomeni astronomici, che prima solo si riguardavano in sè stessi senza riferirsi alle loro cagioni, ora sono diligentemente applicati alle forze lor produttrici, e confrontati distintamente in tutte le menome loro parti, nè lasciansi di mano se non dopo di essersi trovati tutti i piccioli, o quasi insensibili accidenti rigorosamente coerenti colle forze, che li producono: le spiegazioni de' diversi fenomeni, che si conoscono, non sono che altrettanti problemi della

meccanica; e tutti i più sublimi punti della moderna astronomia si riducono a semplici corollarj della grand'opera de' *Principj* del *Newton*. Quindi le irregolarità del moto della Luna, che hanno sempre affaticato inutilmente gli astronomi, sono ora state confrontate colle forze della mutua attrazione del Sole, della Terra, e della Luna, e ridotte al famoso problema de' tre corpi, vengono calcolate con tale approssimazione alla verità, che sembra difficile, senza l'invenzione di nuovi mezzi, co' soli ajuti, che abbiamo presentemente, il poterne ottenere una maggiore. Celebri sono in questa parte i lavori dell'*Alembert*, e più que' del *Clairaut*, e dell' *Eulero*: i calcoli di questi valentissimi calcolatori non potevano dapprima applicarsi a' moti richiesti della Luna; onde sembravano portare una mortale ferita al principio dell' attrazione. Ma esaminati poscia più attentamente gli elementi da introdursi in que' calcoli, e scoperta l' origine dell' errore, si riformarono i calcoli, e riuscì la teorìa conforme all' osservazione. *Eulero* e *Clairaut* fecero tavole della Luna, che sono state riconosciute dagli astronomi posteriori come della maggiore esattezza. E il *Mayer*, diretto da' lumi de' geometri, principalmente dell' *Eulero*, e più di questi appoggiato alle osservazioni astronomiche, recò tale perfezione alle sue tavole, che si meritarono il premio degl' Inglesi dal tribunale del-

435 [I]rregolari[tà] [de]le' moti [de]lla Luna

le longitudini, ed hanno ottenuto da tutti gli applausi e la preferenza sopra tutte l'altre; sebbene anch' esse furono soggette ad alcune correzioni del *Maschelyne*, e del *Mason*; ed or si vedono superate nella giustezza e verità dalle tavole posteriormente distese dal viennese *Burg*, che si sono meritato il premio dell' Istituto nazionale di Francia. L' *Eulero* ripigliò di nuovo le speculazioni su la meccanica della Luna, e portò più oltre la sua teoria, determinando con essa soltanto ciò che il *Clairaut* aveva supplito coll' ajuto d'alcune correzioni. Contemporaneamente alle ultime ricerche dell'*Eulero*, faceva anche le sue colla solita diligenza e sottigliezza il *la Grange*, ed entrò a parte coll' *Eulero* non solo nel premio accademico (*a*), ma altresì nella gloria d' avere data l' ultima mano alla complicata teoria del moto della Luna. Il *la Grange* inoltre aveva acquistato altro premio della medesima accademia (*b*) colle dotte sue ricerche su la figura allungata della Luna, e su la rotazione e su gli altri fenomeni, che ne derivano, su cui gli astronomi, ed i geometri avevano molto studiato. Que' tre illustri geometri, ed i loro compagni e successori nell' impero geometrico, *la Grange*, e *la Place*, che per tutte le parti delle matematiche hanno voluto portare in trionfo l' analisi,

(*a*) *Ac. des Sc. de Paris* 1771.
(*b*) 1764.

si sono presi il maggiore impegno per farla comparire gloriosa anche nel gran teatro dell' astronomia. Il problema de' tre corpi s' era applicato principalmente alla Luna, perchè la cognizione delle disuguaglianze di questa era più interessante agli usi della società; ma tutti gli altri pianeti soffrono le loro irregolarirà, nate parimenti dalla mutua attrazione di tre, o più corpi. In Giove e in Saturno si rendono queste più sensibili; e l' *Eulero* ha applicato ad esse i suoi calcoli, e le ha sapute determinare con un' esattezza, che il *Mayer* l' ha trovata pienamente conforme alle osservazioni. La terra attratta bensì principalmente dal Sole, ma che sente anche l' attrazione di Giove, di Venere, e della Luna stessa, dee soggiacere a parecchie disuguaglianze nel suo moto. Le determinò infatti con un metodo applicabile agli altri pianeti l' *Eulero*, le determinò eziandio con altro metodo suo il *Clairaut*, e vi sono riusciti amendue colla desiderata felicità. Ma più recentemente il *la Grange* ha voluto da se trattare con tutta la profondità degna di lui la teoria delle variazioni periodiche de' moti de' pianeti; ha rettificati i metodi ordinarj d' approssimazione per l' integrazione dell' equazioni di tali moti, e ci ha data un' assai piena teoria di simili variazioni (*a*). Gli a-

436 Di Giove, e di Saturno.

437 Della Terra.

(*a*) *Ac. de Berl.* tom. XXXIX e XL.

stronomi credevano di trovare delle irregolarità secolari ne' moti medj de' pianeti, nè sapevano i geometri rinvenirne nell'attrazione una sufficiente cagione. Il *la Place* esaminando più attentamente la teorìa di Giove e di Saturno, mette almeno in dubbio quelle equazioni secolari, e crede poter attribuire l'irregolarità de' lor movimenti a due disuguaglianze, che hanno un periodo di circa 919 anni (a). Bella fu la scoperta dell' *Allejo* del ritorno della cometa dell'anno 1682 nel 1758, o 1759; lo stesso suo dubbio del preciso tempo del ritorno, e la cognizione della difficoltà di determinarlo fa sommo onore alla sottigliezza del suo ingegno. Il *Clairaut*, ajutato dai lumi della moderna geometrìa, ne intraprese una più ristretta determinazione; calcolò l'azione non solo del Sole, ma di Giove e di Saturno, che doveva esercitarsi su la cometa; e modestamente predisse con qualche esitazione il perielio di questa pel mese d'aprile del 1759, che seguì la metà di marzo (b). Qualche attrazione di Marte e della Terra non curata nel calcolo, qualche piccolo errore in calcoli così complicati e sottili, produssero quel divario di pochi giorni, ch' egli stesso seppe poscia quasi intieramente correggere: ma sarà sempre immortale lode del metodo del *Clairaut*, e glorioso trionfo

438 Irregolarità secolari de' Pianeti.

439 Ritorno delle Comete.

(a) *Ac. des Sc.* 1772, al.
(b) *Théorie des Cometes.*

della teoria del *Newton* l'avere potuto giungere a tale esattezza. L'*Alembert*, e l'*Eulero* non vollero restare inferiori al *Clairaut*, e fecero l'applicazione de' loro metodi al corso delle comete, onde ricevè sempre maggiori lumi quella materia; i quali molto più s'accrebbero anche posteriormente al trattarla di nuovo il *la Grange* nella dissertazione, che riportò il premio dell'accademia di Parigi (*a*). *Newton* per uno sforzo del suo genio giunse a determinare, che la precessione degli equinozj non è che un piccolo movimento della terra di 50 secondi all'anno, prodotto dall'attrazione del Sole per 10″, e della Luna per 40″ su l'equatore della Terra, siccome alquanto più prominente che il resto del globo; ma non potè dimostrarlo, nè potè pur fondare la sua determinazione, che in ipotesi poco esatte. L'*Alembert* in tempi più illuminati venne in ajuto del *Newton*, e sottomettendo il problema alle leggi della dinamica, calcolando esattissimamente le forze del Sole e della Luna per muovere ciascuna delle particelle del globo terrestre, diede una rigorosa dimostrazione della verità troppo vagamente ascritta dal *Newton*. La nutazione dell'asse terrestre, altro fenomeno, come abbiamo detto, scoperto dal *Bradlei*, e da lui attribuito all'azione

440 Precessione degli equinozj.

441 Nutazione dell'asse della terra

(*a*) *Ac. des Sc.* 1780.

della Luna, fu anche assoggettata dall' *Alembert* a severi calcoli, ridotta ad esattissima dimostrazione *(a)*; e *Newton*, e l'attrazione si portavano in trionfo su tutti i punti del sistema del mondo. Il flusso e riflusso del mare era stato già dal *Newton* sottoposto al principio della gravitazione universale; ma questi dava troppa forza sopra le acque alla Luna, nè aveva ben ponderate tutte le circostanze del fenomeno. L'accademia di Parigi propose pel premio questo problema, e il *Maclaurin*, *Daniele Bernoulli*, e l'*Eulero* rettificarono i calcoli del *Newton*, seguirono minutamente gli effetti del Sole e della Luna su l'acqua del mare, levarono le contrarie difficoltà, e ci diedero sciolto il problema. Ha nondimeno voluto più recentemente riassumerlo il *la Place* (*b*), e vi ha spiegati alcuni fenomeni, che non erano stati curati, ed ha trovata nel flusso e riflusso del mare qualche relazione colla precessione degli equinozj, e colla nutazione dell'asse terrestre. Il *la Grange* ha anche esaminati colla stessa diligenza i satelliti di Giove, e formatane una teorìa intieramente nuova, portando la legge newtoniana in quest'impero particolare, dove tutto si regola come nel grand'impero del Sole. Il *la Place*, il *Condorcet*, il *Frisio*, il *Lombert*, il

442
Flusso e riflusso del mare.

(*a*) *Recherch. sur la précess. des Equin. et sur la Nut.* ec.
(*b*) *Ac. des Sc.* 1776.

Cousin, ed altri parecchj geometri hanno nobilitati i loro calcoli col farli dominare le stelle; e l'astronomìa coll'opera del *Newton,* e dei più nobili geometri di questo secolo suoi seguaci ha presa una nuova forma, ed è diventata una nuova scienza.

443 Osservazioni del passaggio di Venere sul disco solare.

Non trascuravasi intanto quella astronomia, che sola prima d'allor conoscevasi, quella cioè che osserva i cieli, esamina i fenomeni; e senza entrare nelle fisiche cagioni trova metòdi di calcolarli, e li fissa e determina con giustezza e precisione. Una grande spedizione, non meno strepitosa, e non più utile di quella della misura della terra, s'è eseguita a questo fine dopo la metà del presente secolo. La giusta cognizione della parallasse del Sole è la base della maggior parte delle astronomiche osservazioni; e per ben determinare questa parallasse è molto conveniente l'osservare il passaggio di Venere sul disco solare. Questi passaggi non sono molto frequenti; ma appunto a' nostri dì, quando bolliva il fervore delle grandi imprese astronomiche, ne sono accaduti due, uno nel 1761, l'altro nel 1769: onde tutti gli astronomi, e tutte le accademie, principalmente quella di Parigi, erano in agitazione per profittare opportunamente di questa rara fortuna, e per recare al maggiore vantaggio possibile dell'astronomìa una sì favorevole congiuntura. L'accademia di Parigi mandò alle coste di Coromandel

il *Gentil*, all'isola di Rodrigo il *Pingrè*, e il *Chappe* alla Siberia, a richiesta ed a spese dell'accademia di Pietroburgo, la quale spedì anche altri osservatori su'confini della Tartaria, e della Cina. La R. Società di Londra mandò il *Maskelyne* a Sant' Elena, ed all'India il *Mason*. Altri ne spedì alla Lapponia ed al Nord l'accademia di Stokolmo; altri il re di Danimarca in Norvegia. Per tutto il resto dell'Europa erano affannati i principali astronomi per eseguire colla maggior esattezza possibile la sospirata osservazione. Ma non appagò i desiderj degli astronomi una sì strepitosa e dispendiosa operazione. Alcuni osservatori non poterono giungere al loro destino; altri per estrinseche circostanze furono impediti dall' osservare il fenomeno; e gli stessi, che l'osservarono a loro agio, discrepavano tanto ne' risultati, che niente potè ragionevolmente decidersi dalle loro determinazioni. Più fortunata fu l'altra spedizione del 1769 (*a*). I risultati delle osservazioni furono assai più convenienti fra loro; e l'osservazione stessa dell' *Hell* nella Norvegia, che parve al de *la Lande* che si discostasse alquanto dall'altre, fu approvata dal *Pingrè* (*b*) come la più compiuta, e coerente colle più esatte dell'Europa; e la paral-

(*a*) V. de la Lande *Astronomie* liv. XI.
(*b*) *Acad. des Sc.* 1770.

lasse del Sole fu fissata fra 8″ $\frac{1}{2}$ e 9′ pochissimo meno di quello, che l' aveva determinata il gran *Cassini*, cioè di 9″. Così le due più strepitose imprese dell'astronomia non hanno potuto scoprire più di quello, che avevano trovato ne' loro gabinetti il *Cassini*, ed il *Newton* (a).

444 Bouguer.

Molti sono stati in questi tempi gli astronomi, che si sono meritata particolare celebrità. Il *Bouguer* oltre avere giovato all' astronomia col suo metodo per mostrare la via delle comete, oltre aver dati molti lumi acquistati nel suo viaggio all'Equatore per meglio conoscere le disuguaglianze delle rifrazioni tanto interessanti per le osservazioni astronomiche, oltre aver avuta tanta parte nella misura della Terra, si è fatto un più durevole nome per l' invenzione dell' eliometro ad uso della pratica astronomia. Principe degli astronomi de'suoi dì può dirsi il *la Caille*, la cui diligenza, attenzione, esattezza, e riservatezza possono prendersi a modello dagli studiosi di quella scienza. Egli fece all' astronomia il prezioso dono delle più giuste ed esatte tavole del Sole, che si fossero ancora fatte, e che potessero sperarsi degli ajuti, che allor si avevano. Intraprese un viaggio fino al Capo di Buona-Speranza, e conquistò all' astronomia tutto un emi-

445 La Caille.

(a) An. 1771, seg.

sfero, facendola padrona di dieci mila stelle meridionali, che prima non conosceva. Da lui ha ricevuto la dottrina delle rifrazioni il suo maggiore rischiarimento: e caldo, e freddo, e peso dell' aria, e diversa temperatura dell' atmosfera, tutto ha egli avuto in vista per fissare regole, formare tavole, e darci la più esatta dottrina su le astronomiche rifrazioni. La parallasse della Luna, la misura della Terra, e mille osservazioni, e mille ricerche in ogni parte dell' astronomia renderanno eternamente caro agli astronomi il nome del *la Caille*. L' astronomia ha perduto recentemente nel *Boscovich* un dottissimo illustratore, e zelantissimo promotore. A lui può dirsi, che dee l' Italia l' ardore con cui or coltiva questa sublime scienza. L'astronomia pratica, e la teorica hanno da lui ricevuti non piccioli avanzamenti. Oltre alcune invenzioni ottiche da noi sopra accennate, molto interessanti per la pratica dell' astronomia, gli eccellenti metodi da lui proposti per rettificare gli stromenti, per collocarli opportunamente, e per correggere gli errori, che sieno incorsi nelle osservazioni, e tanti bei lumi, che pel maneggio degl' istromenti, e per l' uso d' osservare ci dà egli in varie sue opere (*a*), sono le leggi che deono seguire gli a-

446 Boscovich.

(*a*) *De litter. expedit.* ec.

stronomi per osservare le stelle con accertatezza e verità. La teoria delle rifrazioni, la dottrina su l' apparizione e disparizione dell' anello di Saturno, il suo metodo per le comete, ed anche pe' pianeti, singolarmente per l' *Herschel*, e mille altre sue speculazioni celesti mostrano il *Boscovich*, per un genio sublime, avvezzo a vivere cogli astri, e degno d' entrare ne' loro secreti. Accrescono maggiormente splendore all' astronomìa molti altri illustri astronomi de' nostri tempi: il *Monnier*, che a tutte le parti dell' astronomia ha portati i suoi sguardi, ed oltre varie dotte memorie ci ha dati i lumi di moltissime osservazioni nella sua *Storia celeste*; il *Pingrè* benemerito particolarmente delle comete, che tanto ha illustrato nella sua *Cometografia*; il *Gentil* rinomato astronomo per le sue fatiche intorno alla teoria di Giove, e ad altri punti astronomici, ma celebre particolarmente per le notizie dateci dell' astronomia degl' indiani; il *Sejour* valente calcolatore, ed osservatore, che ha saputo trovare cose nuove ed interessanti nell' ecclissi, nelle comete, nell' anello di Saturno, e in altri punti, ed ha trattato copiosamente de' moti apparenti de' corpi celesti; il *Messier*, indefesso osservatore, che a tutte le parti del cielo ha sempre tenuti rivolti i suoi sguardi, e comete vedute da altri, o da lui scoperte, movimenti

447 Monnier.

448 Pingrè.

449 Gentil.

450 Sejour.

451 Altri astronomi.

de' pianeti e de' loro satelliti, ecclissi del Sole, della Luna, e de' satelliti di Giove, novità reali, o apparenti nelle stelle fisse, e tutto quanto accade ne' cieli, tutto ha egli osservato con diligente attenzione, e registrato ne' suoi manoscritti ad uso e profitto dell' astronomìa; il *Mayer* che, in età ancor giovanile, sì benemerito seppe rendersi dell' astronomia, illustrando le stelle zodiacali, le rifrazioni astronomiche, l' ecclissi solari, e principalmente la Luna, di cui ci diede la figura, spiegò la librazione, e formò le tavole tanto stimate; il *Jeaurat*, il *Mechain*, il *Manfredi*, i *Zannotti*, il *Reggio*, lo *Slop*, l' *Hell*, il *Kaestner*, e molti altri astronomi, fioriti a' nostri dì, meritano giustamente la memoria de' posteri; ma noi, oppressi da tanta folla, come trattenersi in particolari commemorazioni di tutti! Due però ci si presentano, singolarmente benemeriti dell' astronomia, che tralasciar non possiamo senza distinta rimembranza, il *De la Lande*, il *Bailly*. L' amore dell' astronomia, e lo zelo pel suo avanzamento hanno impegnato il *de la Lande* in ogni sorta di ricerche e di studj per recar maggiore illustramento, ed onore alla diletta scienza. Osservazioni continue su tutti gli astri, e su ogni punto controverso di essi, piccioli scritti ad uso del pubblico per rendere più universale l' amore dell' astronomia, giornali, effemeridi, e libri periodici

452 De la Lande.

per facilitare agli astronomi le loro speculazioni, laboriosi calcoli, dotte memorie proposte alle accademie per avanzamento dell'astronomia pratica e della teorica, proprie fatiche, eccitamenti, ed ajuti per l'altrui, progetti, impegni, viaggi, scritti, fatti, discorsi, tutto ha egli gloriosamente impegnato pel vantaggio dell' astronomia. La sua grand' opera è un corso completo di quella scienza, dove si trovano uniti, e dottamente spiegati tutti i metodi degli astronomi, si per la teorica, che per la pratica, non senza proporre anche frequentemente alcuni suoi miglioramenti, e si vede trattata a fondo tutta quanta l'astronomia; onde può dirsi giustamente il moderno *Almagesto*, tanto più ampio e grandioso di que' del *Riccioli*, e di *Tolommeo*, quanto più vasta e sublime è diventata a' nostri dì questa scienza, che non era a' secoli di quegli scrittori. Il *Bailly* sarebbe più celebrato come valente geometra, e sublime astronomo, se lo splendore della singolare sua eloquenza non avesse in qualche modo eclissati i suoi meriti nelle scienze. A lui dee l'astronomia una delle più accurate teorie de' satelliti di Giove, che si sieno vedute, e molte dotte memorie sopra altri punti, dove campeggiano le più profonde cognizioni geometriche, ed astronomiche; ma il principale suo merito verso quella scienza è l'eloquente, erudita, e

453
Bailly.

profonda storia, in cui tutti i suoi progressi, e tutte le sue vicende energicamente descrive, racconta con fedeltà ed accuratezza le sue imprese, spiega con chiarezza e profondità le scoperte, rappresenta con vivaci colori nel naturale loro aspetto i principali suoi campioni, e ci forma dell' astronomia un quadro più elegante e grazioso, più vivo ed animato di quanto potesse sperarsi da' fini e sicuri pennelli de' *Raffaelli*, e de' *Poussini;* egli ispira amore all' astronomia, e venerazione a' suoi professori, istruisce dilettevolmente i lettori su le materie che tratta, e si mostra in tutto profondo astronomo, e sovrano ed impareggiabile scrittore.

Vivono ancora (anno 1809) a maggior gloria dell' astronomia il successore degnissimo di *Flamsteed*, d' *Alkejo*, e di *Bradley*, il patriarca degli astronomi, il *Maschelyne*, diligentissimo osservatore, autore dell' almanaeco nautico, o dell' effemeridi astronomiche, e di tante dotte memorie e notizie presentate nelle transazioni filosofiche della R. Società di Londra, che su quasi tutti gli argomenti astronomici vedesi con onore citato il suo nome; il maestro de' geometri, l' immortale *la Grange*, che, con tante dotte memorie su i più ardui e sublimi punti celesti, entra a parte coi *Clairaut*, *Alembert*, ed *Eulero* nell' onore d' illustratore della sa-

454 Maschelyne.

455 La Grange.

456 Delambre. sica astronomìa; il *Delambre* che, non solo nelle sopraccennate misure de' meridiani della Francia e nelle tavole solari, ma nelle tavole dell' aberrazione e della nutazione delle stelle fisse, in quelle altresì de' pianeti, e in tante altre materie astronomiche si è fatto gloriosamente conoscere; l'*Oriani*, sublime calcolatore de' movimenti celesti, e delle loro perturbazioni, ed inventore di nuove formole per ottenere in tali calcoli la maggiore esattezza, uno de' primi a calcolare gli elementi del nuovo pianeta Urano, e forse il primo a darne le tavole, e che in varie guise ha giovato all' avanzamento

457 Piazzi. dell'astronomìa: il *Piazzi* che, oltre aver arricchito d'un pianeta il sistema solare, ha sparso bei lumi sù l'astrònomìa nella sua descrizione della Specola

458 Zach, e altri astronomi. di Palermo, e nel catalogo delle fisse; lo *Zach*, benemerito di questa scienza non solo per le sue osservazioni, per le tavole solari, e per altre dotte fatiche, ma per le notizie astronomiche che sì eruditamente spande nell' importante suo giornale; il *Bode*, il *Burg*, il *Triesnecker*, il *Cesaris*, il *Cagnoli*, il *Vidal*, il *Buovard*, ed altri moltissimi, che troppo lungo sarebbe l'indicarne soltanto i nomi. Due nondimeno per la teorica l'uno, l'altro per la pratica, *la Place* ed *Herschel*, esigono dagli astronomi particolare riconoscenza. Per quanti lumi abbiano recati a' corpi celesti colle loro formo-

le e co' lor calcoli il *Clairaut*, l' *Alembert*, l' *Eulero*, il *la Grange*, ed altri, il gran maestro della fisica astronomica dovrà dirsi il *la Place* il quale, dopo avere profondamente trattato nelle memorie accademiche molti de' più ardui punti di quella, gli ha poi presentati e spiegati tutti nella *Meccanica celeste*, che si può dire il gran libro, o l' Apocalisse de' cieli. Esaminati attentissimamente i principj generali dell' equilibrio e del moto della materia, ed applicati a' movimenti celesti, per una serie di ragionamenti geometrici, senza bisogno d' ipotesi, ci conduce alla legge della gravitazione universale, e ci presenta, come casi particolari della medesima, tutti i fenomeni de' corpi celesti. Bello è il vedere con quanto ingegno, e con quali artifizj analitici costringe egli le maree, la precessione degli equinozj dell' eclittica, la librazione della Luna, la figura e la rotazione degli anelli di Saturno, e perfino i più piccioli accidenti di tutti i movimenti delle stelle, del sole, e della luna, delle comete, de' pianeti, e de' satelliti, ad assoggettarsi all' universale gravitazione. Le perturbazioni stesse de' pianeti, e quelle singolarmente di Giove e di Saturno, che non offrivano agli osservatori che anomalie ribelli alla teoria della gravitazione, sono state da lui rendute docili ed ubbidienti, e diventano nelle sue mani le più luminose pruove della medesima. Ma

459
La Place.

per ottenere un tale trionfo, per trovare le vie di condurre alla stessa attrazione fenomeni che sembrano tra loro contrarj, e prodotti da cagioni affatto diverse, che sforzo d' ingegno, che vastità ed acutezza di viste, che finezza d' analisi non ha egli dovuto adoperare! Novità di metodi, invenzione di formole, varietà d' equazioni, ricchezza di calcolo sono l'armi con cui ha potuto assoggettare tutto l' universo alle leggi dell' attrazione universale, e ridurre gli effetti e i movimenti tutti, regolari per dir così, ed irregolari, di tutti e di ciascun corpo di questa gran macchina, come altrettanti problemi di meccanica, e svelare agli occhi de' geometri ciò che prima non era che impenetrabile arcano, e mistero della natura, superiore alla mente umana. Scoperte, non dirò più sublimi, ma certo più strepitose, e vantaggj più sensibili ha recato all' astronomia il celebre *Herschel*. Nuovi occhi ha dati agli astronomi, onde poter vedere negl' interminabili spazj celesti assai più addentro che finora non si era veduto; ha presentato ai loro sguardi lo spettacolo di nuovi cieli, ed ha fatto, in pochi giorni, cambiare d' aspetto l' astronomia. Migliaja di stelle fisse vedute per la prima volta negl' immensi campi de' cieli, che fanno ascendere a molti milioni il numero delle stelle, infiniti ammassi di stelle nella via lattea, nelle

460 Herschel.

nebulose già conosciute, e altresì più di due mila nuove nebulose; e alcune di esse d'una specie singolare dette da lui *planetarie*, moltissime stelle scoperte doppie, triple, quadruple, moltissime differenti di colore, bianche la maggior parte, rosse altre, verdi, grigie, e d'altri colori, movimenti osservati nelle stelle, e forse anche nel Sole, e in tutto il sistema solare, nuovi satelliti, rinvenuti in Saturno, e veduta la costruzione del suo anello sconosciuta dagli altri astronomi, determinata la rivoluzione diurna di Marte, e l'amplissima sua atmosfera, vulcani ed altre novità della Luna, e nuove e curiose scoperte in ogni parte del cielo, sono ricche conquiste fatte co' suoi cannocchiali dall' *Herschel* per ampliare i dominj dell' astronomia. Ma la più notabile ed importante sua scoperta è stata quella del nuovo pianeta, conosciuto sotto il nome d'*Herschel* e d'*Urano*, e de' suoi satelliti, la quale ha dato tosto agli astronomi argomento di molte speculazioni, e potrà forse col tempo recare de' cambiamenti nelle astronomiche calcolazioni. La creduta stella veduta dal *Flamsteed* nel *toro* nel 1790, e dal *Mayer* ne' *pesci* nel 1756, si è trovata non essere altro che questo nuovo pianeta (*a*); e questo può far pensare che forse tutte le

(*a*) V. Oriani *Mediol.* 1785. Caluso *Mém. des Acad. des Sciences de Turin.* an. 1786, 1787.

altre finora credute stelle nuove, di cui abbiamo sopra parlato, o molte almeno di quelle, saranno anch'esse nuovi pianeti, o che altri in qualche altro modo se ne scopriranno, sconosciuti per tanti secoli, e che sempre più ingrandiranno il nostro sistema solare, e daranno agli astronomi materie di nuove osservazioni, e di nuovi calcoli. Così infatti è accaduto posteriormente, e dopo aver noi per la prima volta dato alla luce questo volume abbiamo veduto in pochissimi anni dal principio di questo secolo scoprirsi in Palermo dal P. *Piazzi* il nuovo pianeta Cerere, dal dottor *Olbers* à Brema Pallade e Vesta, e dall' *Harding* al Liliental Giunone; e il *Gauss* da sommo geometra ha calcolati gli elementi delle orbite di tutti; ed ora che le vere situazioni delle stelle fisse sono ben fissate e riconosciute dagli astronomi, ed or che questi sono entrati in pensiero di potere rintracciare nuovi pianeti, ciò che prima a nessuno veniva in mente, è sperabile che se ne rinvengano molti altri finora trascurati, ed abbandonati nell' immensa folla delle credute stelle fisse, e che alcuni di essi si ritrovino in posizioni ed in movimenti, che diano campo di nuove speculazioni agli astronomi. In fatti osserva il *la Place* (a) che la prossimità a Giove de' due picciolissimi cor-

(a) *Mécan. celeste* tom. trois. *Préface.*

pì di Cerere e di Pallade, e la grandezza delle loro eccentricità, e delle inclinazioni delle lor orbite intralacciate, producono ne' loro movimenti disuguaglianze considerabili, che spanderanno nuovo lume sulla teorìa delle attrazioni celesti, e daranno luogo di recarla a maggiore perfezione. Così colle moltiplici scoperte d' *Herschel*, e co' sublimi calcoli di *la Place* si è in pochi anni inalzata l' astronomia pratica e la teorica ad un grado d' elevazione, a cui non pareva potesse lusingarsi di giunger mai. Se sorgerà un altro *Herschel*, che sappia inventare nuovi ajuti agli organi della vista, e all' estensione dell' osservazioni possiamo sperare che nuove maraviglie si scoprano ne' cieli, sfuggite ad *Herschel* e a tutti gli astronomi, e queste scoperte degli osservatori nuovi lumi daranno ai geometri per meglio conoscere gli osservati fenomeni. Senza le osservazioni di *Herschel* non avrebbe potuto *la Place* penetrare ne' secreti di Saturno e del suo anello; nè senza i cannocchiali di quello avremmo la meccanica celeste di questi. Le osservazioni ci fanno vedere l' esterne apparenze, l' analisi c' introduce a conoscere i maravigliosi ordigni, e l' interne molle che regolano la gran macchina dell' universo, e ci fa penetrare a contemplarvi un meccanismo tanto complicato ne' suoi effetti quanto semplice nella sua cagione. Ma quanto non ci resta ancor

da conoscere nella vastità immensa de' cieli? Coll'accrescimento de' cannocchiali, e col raffinamento degli stromenti astronomici si potrà meglio penetrare nel corpo del Sole, esaminare la sua costruzione, la natura delle sue macchie, e i suoi movimenti, quali che sieno, di rotazione e di traslazione, si potrà forse vedere la rotazione, di cui ora si dubita, d'alcuni pianeti, si potrà venire in chiaro della verità o vanità del satellite di Venere tanto contrastato, e forse trovarne in Marte qualcun altro, e vedere ne' cieli molte altre novità e maraviglie neppure da alcuno ancor immaginate. Per quanto vi abbiano lavorato *la Place*, *Oriani*, ed altri astronomi, le teorie de' satelliti di Giove e di Saturno abbisognano di maggiore illustrazione. Accostandosi di più colla vista alla Luna, si vedrà meglio il suo corpo, la sua composizione, la figura e i movimenti, e se ne potrà sperare una più vera teoria, e tavole ancor più esatte! Quante comete, quanti corpi celesti, che ora si sottraggono ai nostri sguardi, si presenteranno a nuovi più perfetti telescopj! Quanto non si rischiarirà ed aggrandirà tutto il nostro mondo solare. Quanto più s'osservano le stelle fisse, diceva *la Caille*, tanto si trovano meno fisse: e infatti si sono in esse veduti in questi tempi cambiamenti di luogo e di luce che prima neppure si sospettavano. Con più perfetti stromenti

quanti altri cangiamenti non si vedranno, prima non osservati; e quegli stessi che si conoscono, a quanto maggior esattezza non saranno ridotti?

461 Conclusione.

Noi amiamo di pascersi di queste ed altre lusinghiere speranze in vantaggio dell'astronomia; e contenti d'aver data una qualche idea dell'origine, de'progressi, e dello stato attuale di questa, e di tutte l'altre parti delle matematiche discipline, porremo fine a questo libro, troppo breve certamente per la vastità ed ampiezza degli argomenti trattati, ma forse lungo di soverchio per l'istituto della nostra opera, e per la copia o varietà di materie, che rimangono da trattare. L'amichevole unione, in cui ora vediamo legate le scienze esatte, per cui tutte le matematiche miste si riducono alla meccanica, la quale viene regolata dalla geometria, e questa dal calcolo algebraico, ci offrirebbe varie riflessioni su la necessità di promuovere questo calcolo, e al tempo stesso su l' eccesso, in cui talora cadesi nell' uso del medesimo per tutte le geometriche operazioni. La necessità delle osservazioni, e della piena cognizione de'fatti per avanzare le matematiche miste, e per fondarvi giuste teorie, non sarà mai inculcata abbastanza a' matematici pel diritto regolamento de' loro studj. La troppa sottigliezza, e talor anche poca utilità di molte questioni, in cui si deliziano i nostri geometri; la varietà

Archita, 36, 197, 274; sua opera della decina, 60.
Aristarco, 502 e seg.
Aristosseno, 383 e seg.
Arriot, 142 e seg.
Arrisson, 369.
Arunzio, 42.

B

Bacone, 47, 445, 446.
Bailly, 25, 592, 593.
Baliani, 287.
Barlaamo, 41, 85.
Barrow, 153, 250.
Bayero, 54.
Beaune, 152.
Beda, erudito aritmetico, 64, 71, 72.
Belidor, 352.
Bernoulli Daniele, 55, 258, 259, 313, 344, 345, 346, 347.
Bernoulli Giacomo, 153.
Bernoulli Gio., 257, 258, 306, 307, 346, 347.
Bernoulli (li), 54, 255.
Bezout, 185.
Boezio, 43, 44.
Bombelli, 137, 138, 139.
Borelli 288.
Boscovich, 55, 180, 181, 267, 474, 475, 477, 589, 590.
Buguer, 55, 376, 377, 378, 483 484.
Bossut, 354.
Bradley 55.
Brander, 370.
Briggs, 98.
Brounker, 153.
Buffon, 470.
Byrge, 222.

C

Cabasila, 41.
Cagnoli, 267, 268.
Campano di Novara, 50.
Cardano, 94, 136, 137, 138.
Cassini, 54, 336, 550, e seg.
Castelli, 334.
Cavalieri 54, 229 e se.
Cifre numerali venuteci dagli Arabi, 73, 74.
Clairaut, 55, 176, 258, 319, 320, 348.
Clavio, 95, 223.
Comandino, 52, 281.
Condorcet, 171, 185.
Copernico, ristoratore dell' astronomia, 49, 53, 523, 524, 525, 526, 541, 542.
Cossali, sua opera sull' origine e progressi dell'algebra, 121.

Costantino Porfirogenita, ristauratore dell'aritmetica, geometria etc., 59.
Cousin, 164, 185.
Craig, 153.

D

Delambre, 577, 594.
Democrito, 193.
Deparcieux, 171.
Diofanto, 70, 71; inventore dell' algebra, 116 e seg.
Doerfell, 565.
Duvillard, 171.

E

Eratostene, 205, 206, 504 e seg.; suo cribro aritmetico, 68, 69.
Erman, 312, 313.
Euclide, 67, 69, 202 e seg.
Eudemo, 67.
Eudosso, 36, 502.
Euforbo, 33, 190, 191.
Eulero, 55, 168, 177 e seg., 260 e seg., 314 e seg., 471; sua grand'opera della scienza navale, 377 e seg.
Eximeno, 383, 435 e seg.

F

Fagnani, 174.
Fermat, 54, 104 e seg., 146, 147, 241, 243, 244.
Ferrari, 136, 137.
Filolao, 36.
Flamsteed, 54, 567.
Fontana, 168.
Frenicle, 105, 106, 147.
Frisio, 181.
Frontino, 280, 331.

G

Galileo, 55, 224 e seg., 282, 332 e seg., 367, 415 e seg., 452, 454, 536 e seg.
Gerberto, 48; se conoscesse le cifre numeriche, 77 e seg.
Giulio Cesare, 42.
Giustino (S.), 34.
Grandi Guido, 266 e seg.
Grange (la). 55, 166, 182 e seg., 324, 325, 351, 429 e seg.
Gregorio (S.), falsamente creduto persecutore dei matematici; 44, 45.
Gregorio di s. Vincen-

zo, 54, 167, 244 e seg.
Gregory, 250, 466 e seg.
Grimaldi, 287.
Guglielmini, 339 e seg.
Guid' Ubaldo, 282, 449.
Guldino, 54, 228, 229.

H

Hallejo, 54.
Herschel, 481 482, 596 e seg.
Hevelio, 54.
Hôpital, 166, 255.
Hudde, 152.
Hutton, 169.

I

Ibn Jasmin, arabo, suo poema sull' algebra, 127.
Jones, 29.
Ipazia, 119.
Ipparco, 508 e seg.
Ippaso, 34.
Ippolito (S.), studiò l'astronomia per comporre un canone pasquale, 38 e seg.
Irvino, 368, 369.
Isacco Argiro, 41.
Isidoro (S.), 46.
Juan, 350, 378 e seg.

K

Keplero, 53, 226 e seg., 451, 452.

L

Lacroix, 185, 186, 264.
Lambert, 484 e seg.
Lande (de la), 591 e seg.
Leibnitz, 54, 108, 155, 162, 165 e seg., 253 e seg., 308.
Leonardo di Pisa, introduttore dell' algebra nell' Europa, 50 e seg., 129 e seg.
Leonardo Fibonacci, 91.
Lino, 32.
Lorgna, 168.

M

Maclaurin, 346.
Mariotte, 337 e seg.
Mascheroni, 268.
Maschelyne, 593.
Maurolico, 52, 95, 448.
Mazeres, 168.
Mechain, 577.
Mercator, 153, 168.
Mohamed ben Alcar

sem, arabo, suo poema sull' algebra, 127.
Moivre, 168.
Monge, 264, 265.
Montanari 338 e seg.
Montmort, 169.
Moscopulo, 86, 87, 88.

N

Nemorario, 49, 92.
Neper, inventore dei logaritmi, 95 e seg., 102 e seg.
Newton, 54, 110, 153 e seg., 251 e seg., 300 e seg., 341 e seg., 347 e seg., 419 e seg., 465 e seg.; sua aritmetica universale, 110.
Niceforo Gregora, 41.
Nicomaco, chiamato per distinzione l'aritmetico, 69.
Nicomede, 211 e seg.
Nigidio Figulo, 42.

P

Paccioli Luca, 93, 131, 135.
Paolo dell' abaco, 93.
Pappo, 278.
Pardies, 372.
Pascal, 337; sua invenzione del triangolo aritmetico, 104.
Pelletier, 95.
Picard, sua operazione di misurare la terra, 550.
Pitagora, 34 e seg., 192 e seg.; sua aritmetica simbolica, sua tetratti etc., 59, 60.
Pitagorici, i primi che si dedicassero alle matematiche, 33 e seg.
Place (la), 55, 168, 184, 185, 323, 595 e seg.
Planude, 85.
Platone, 36.
Porta, 448.
Prony, 354, 355.
Psello, il giuniore, 40, 85.
Purbach, ristoratore dell' astronomia, 49, 220.

R

Rabuel, 153.
Rameau, 433.
Regiomontano, ristoratore dell' astronomia, 49, 52, 53, 220, 221.
Renau, 373, 374.

Riccati (il padre), 168, 174.
Riccati (il figlio), 181, 182.
Riccati (li), 166.
Riccioli, 287.
Richer, 573.
Roberval, 54, 234 e seg., 288.
Rochon, 478.
Roemero, sua scoperta sul moto progressivo del lume, 559, 560.
Rolle, 161, 173.

S

Sacrobosco (Giovanni di), 47, 92.
Schooten, 153.
Sesto Pompeo, 42.
Simpson, 55, 168 e seg.
Sluse, 152.
Sosigene, 43.
Stevin, 282, 332.
Stifels, 95, 139.
Stirling, 168.
Sulpizio Gallo, 42.

T

Talete, 32 e seg., 191 e seg.; primo astronomo della Grecia, 496, 497.
Tartaglia, 94, 132, 133, 281.
Tartini, 434.
Taylor, 425.
Teodoro Metochita, 41.
Teodosio, 211.
Teofrasto, 67.
Tetratti pitagoriea, 59, 60.
Thabit ben Corrah, aritmetico arabo, 72, 128, 217.
Ticone, 53, 528 e seg.
Timeo, 36.
Toaldo, 365.
Tolemmeo, 514.
Torelli, 268.
Torriccelli, 233 e seg., 287 e seg., 335, 336.
Tschirnausen, 469.

U

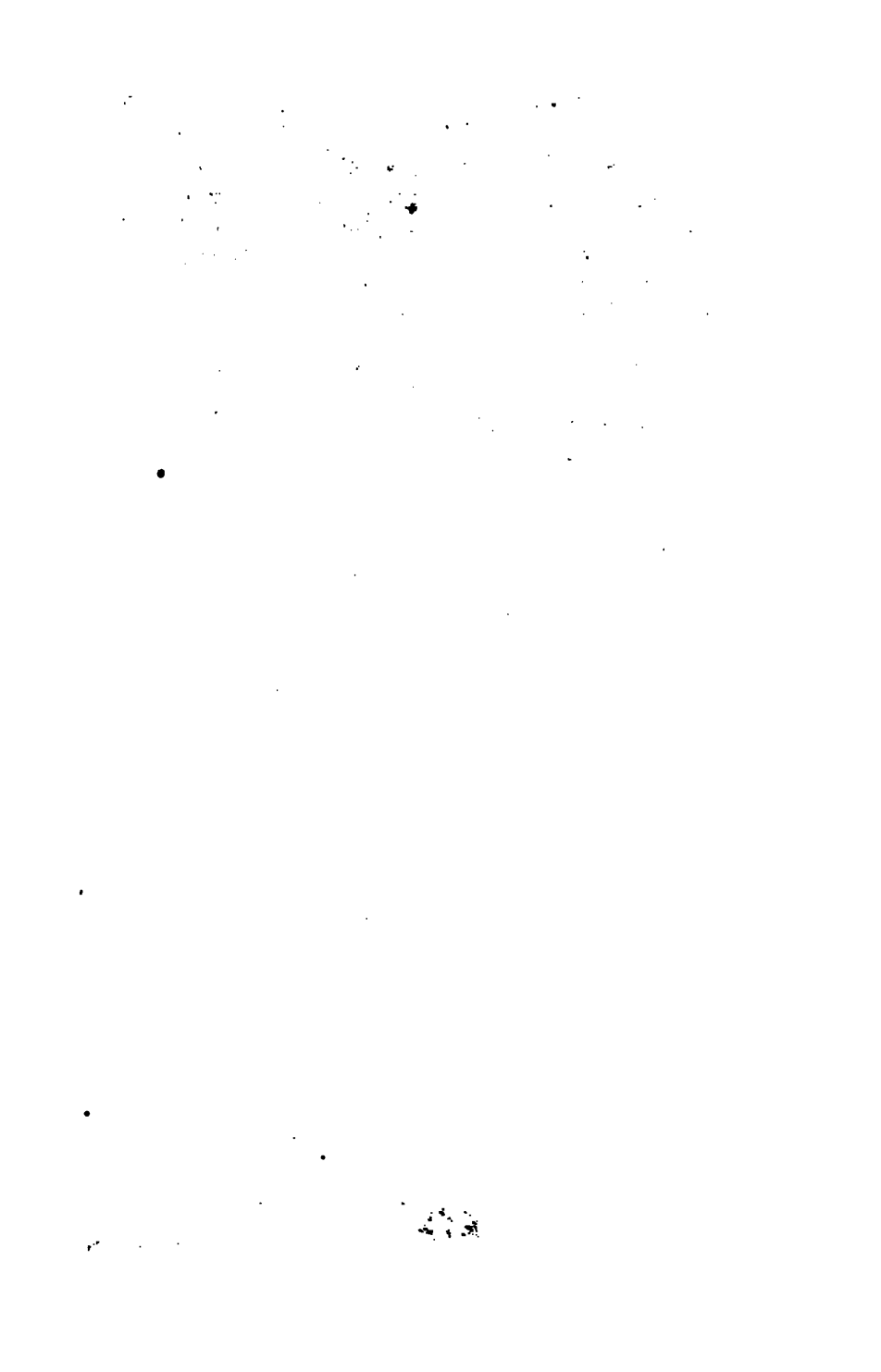
Ugenio, 54, 247, 246, 291 e seg., 347 e seg.

V

Valerio Luca, 224, 281, 282.
Varignon, 162, 173, 312.
Varrone, 42.
Vega Giorgio, 101.

Vegezio, 280.
Vieta, 95, 140, 141, 223, 224.
Vitellione, 48.
Vitruvio, 280, 331.
Viviani, 239.

W

Wallis 236 e seg., 248 e seg., 291; sua aritmetica quaternaria, 59; sua aritmetica degl' infiniti, 109 e seg.; sue scoperte, 153.
Wargentin, 171.
Weigel, 107; sua aritmetica quaternaria, 59.
Witt, 153.
Wren, 291.

INDICE

DE'CAPITOLI DEL TOMO IV, P. III.

Dell' origine, de' progressi e dello stato attuale delle scienze naturali . Pag. 489

CAP. V.

dell' astronomia . . . . » ivi

370 *Antichità dell'astronomia* » ivi
371 *Astronomia indiana* . » 491
372 *Astronomia antica* . » 493
373 *Caldea* . . . . . » 494
374 *Egiziana* . . . . . » 495
375 *Greca* . . . . . . » 496
376 *Talete* . . . . . . » ivi
377 *Anassimandro* . . . » 497
378 *Pitagora* . . . . . » ivi
379 *Pitagorici* . . . . » 498
380 *Democrito* . . . . » ivi
381 *Altri astronomi greci* » 499
382 *Merito della greca astronomia antica* . . . » ivi
383 *Eudosso* . . . . . » 502
384 *Pitea* . . . . . . » ivi
385 *Aristillo e Timocari* » ivi
386 *Aristarco* . . . . » ivi
387 *Eratostene* . . . . » 504
388 *Ipparco* . . . . . » 508
389 *Altri astronomi greci* » 513
390 *Tolemmeo* . . . . » 514
391 *Astronomia arabica* . » 518
392 *Alfragano* . . . . » 519
393 *Thebit* . . . . . . » ivi
394 *Arzachel* . . . . . » 519
395 *Alpetragio* . . . . » 520
396 *Albatenio* . . . . . » ivi
397 *Astronomi europei discepoli degli Arabi* . . » 6[illegible]
398 *Ristoramento dell' astronomia* . . . . . » 522
399 *Purbach e Regiomontano* . . . . . . » ivi
400 *Altri astronomi* . . » 623
401 *Copernico* . . . . . » ivi
402 *Reinold* . . . . . » 527
403 *Nugnez* . . . . . . » ivi
404 *Guglielmo landgravio di Hassia-Cassel* . . . » ivi
405 *Moestlin ed altri* . . » ivi
406 *Ticone* . . . . . . » 528
407 *Keplero* . . . . . » 532
408 *Galileo* . . . . . » 536
409 *Scheinero* . . . . . » 542
410 *Baiero* . . . . . . » 643
411 *Gassendo* . . . . . » 544
412 *Horrox* . . . . . » ivi
413 *Cartesio* . . . . . » ivi
414 *Evelio* . . . . . . » 546
415 *Ugenio* . . . . . . » 547
416 *Riccioli* . . . . . » 548
417 *Miglioramenti dell' astronomia pratica* . . . » ivi
418 *Cassini* . . . . . » 550
419 *Roemero* . . . . . » 559
420 *Richer* . . . . . » 560

421 *Pichard* . . . . . . » 560
422 *Newton* . . . . . » ivi
423 *Flamsteed* . . . . . » 567
424 *Allejo* . . . . » ivi
425 *Bradlei* . . . . . . » 570
426 *Astronomi francesi* . » 572
427 *La Hire* . . . . . . » 573
428 *Louville* . . . . . . » ivi
429 *Giacomo Cassini e Maraldi* . . . . . . » ivi
430 *Italiani* . . . . . . » ivi
431 *Tedeschi* . . . . . . » ivi
432 *Misura della terra* . » ivi
433 *Richer* . . . . » ivi
434 *Miglioramenti dell' astronomìa fisica* . . . » 579
435 *Irregolarità de' moti della Luna* . . . . . . » 580
436 *Di Giove e di Saturno* » 582
437 *Della Terra* . . . . » ivi
438 *Irregolarità secolari dei Pianeti* . . . . » 583
439 *Ritorno delle Comete* . » ivi
440 *Precessione degli equinozj* . . . . » 584
441 *Nutazione dell' asse della terra* . . . . » ivi
442 *Flusso e riflusso del mare* . . . . » 585
443 *Osservazioni del passaggio di Venere sul disco solare* . . . . . . » 586
444 *Bouguer* . . . . . . » 588
445 *La Caille* . . . . . . » ivi
446 *Boscovich* . . . . . . » 589
447 *Monnier* . . . . . . » 590
448 *Pingrè* . . . . » ivi
449 *Gentil* . . . . » ivi
450 *Sejour* . . . . » ivi
451 *Altri astronomi* . . . » ivi
452 *De la Lande* . . . . » 591
453 *Bailly* . . . . » 592
454 *Maschelyne* . . . . . » 593
455 *La Grange* . . . . . » ivi
656 *Delambre* . . . . . . » 594
457 *Piazzi* . . . . » ivi
458 *Zach e altri astronomi* » ivi
459 *La Place* . . . . . . » 595
460 *Herschel* . . . . . . » 596
461 *Conclusione* . . . . . » 601